Universidad del Tolima
Facultad de Ciencias

Departamento de Matemáticas y Estadística

• • •

MEMORIAS

VIII

ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA VIII ENME - UT

Ibagué, Mayo 2, 3 y 4 de 2018

Contacto
encuentromatesta@ut.edu.co
Twitter: @maes

Universidad del Tolima

Datos y Encuestas S.A.S

Centro de estudios en matemáticas, educación e investigación

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE
MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

VIII **ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA**

Ibagué, mayo 2, 3 y 4 de 2018

VIII ENME-UT

LIBRO DE RESÚMENES

Elaborado por : *Jairo Armando Cardona Bedoya*

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

COMITÉ ORGANIZADOR

Nidia Yadira Caicedo Bravo	*Doctora en Ciencias Matemáticas* *Coordinador del Encuentro*
Yuri Marcela García Saavedra	*Magister en Estadística*
Héctor Andrés Granada Díaz	*Doctor en Ingeniería*
Leonardo Duván Restrepo Álape	*Magister en Biomatemáticas*
Joaquín González Borja	*Magíster en Estadística*
Luis Eduardo Olivar Robayo	*Doctor en Ciencias Matemáticas* *Director de Departamento de Matemáticas y Estadística*

COMITÉ CIENTÍFICO

Área de Matemática	Ph.D. Víctor Eduardo Marín Colorado Ph.D. Pablo Emilio Calderón
Área de Estadística	M.Sc. Alfonso Sánchez Hernández M.Sc. Jairo Alfonso Clavijo Mendez

GRUPO DE APOYO

Luisa Fernanda Mejía Ardila	Luis Jehiel Negret Trujillo
Michell Dayanna Bermúdez Peláez	Jesika Alejandra Ramírez Gutiérrez
Yeison Osvaldo Rodríguez Rojas	Daniela Alejandra Paiva Peñuela
Jesús Daniel Hernández Londoño	Jhon Carlos Vanegas
Luz Adriana Gaitán Veloza	Alexandra Ospina
Miguel Ángel Torres Lugo	Carlos Eduardo Prada

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

CONTENIDO

PRESENTACIÓN..... 1
PROGRAMACIÓN GENERAL..... 2
CURSILLOS..... 13
CONFERENCIAS..... 22
COMUNICACIONES..... 50
POSTERS..... 131

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

PRESENTACIÓN

Continuando con nuestro objetivo de intercambiar conocimientos académicos e investigativos, el Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad del Tolima, realizará el **VIII Encuentro Nacional de Matemáticas y Estadística (ENME-UT**), durante los días 2, 3 y 4 de Mayo de 2018. El encuentro tiene como objetivos: proyectar el Departamento de Matemáticas y Estadística a la comunidad académica nacional e internacional, interactuar con otras instituciones académicas, intercambiar conocimientos y resultados de investigación con diversos grupos del área de matemáticas y estadística. Por ello hacemos una cordial invitación a participar en este encuentro como ponente y asistente. Se desarrollarán las siguientes actividades:

- Cursillos en Matemáticas y Estadística
- Conferencias
- Comunicaciones
- Pósters

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE
MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

PROGRAMACIÓN GENERAL

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE
MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

CURSILLOS

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE
MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

CONFERENCIAS

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

PRESENTACIÓN

Continuando con nuestro objetivo de intercambiar conocimientos académicos e investigativos, el Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad del Tolima, realizará el **VIII Encuentro Nacional de Matemáticas y Estadística (ENME-UT**), durante los días 2, 3 y 4 de Mayo de 2018. El encuentro tiene como objetivos: proyectar el Departamento de Matemáticas y Estadística a la comunidad académica nacional e internacional, interactuar con otras instituciones académicas, intercambiar conocimientos y resultados de investigación con diversos grupos del área de matemáticas y estadística. Por ello hacemos una cordial invitación a participar en este encuentro como ponente y asistente. Se desarrollarán las siguientes actividades:

- Cursillos en Matemáticas y Estadística
- Conferencias
- Comunicaciones
- Pósters

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE
MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

PROGRAMACIÓN GENERAL

PROGRAMACIÓN VIII ENME

Miércoles 02 de Mayo de 2018

Hora	Actividad
7:00 am - 8:00 am	Inscripciones
8:00 am - 8:30 am	**Acto Inaugural** **Auditorio Mayor de la Academia**
8:30 am - 9:10 am	**Conferencia Inaugural** **Aldo Medina Garay** **Auditorio Mayor de la Academia** **Frequentist and Bayesian approach for the Zero-inflated Negative Binomial Regression Model** Universidade Federal de Pernambuco – Recife, Brasil agaray@de.ufpe.br
9:10 am - 9:50 am	**Conferencia** **Anton Arnold Oostra Van Noppen** **Auditorio Mayor de la Academia** **Representación de los gráficos Alfa intuicionistas** Universidad del Tolima aaoostra@gmail.com
9:50 am - 10:00 am	**Café**
10:00 am - 12:00 m	**Cursillo de Matemáticas** **José Luis Ramírez** **Auditorio Mayor de la Academia** **Un Acercamiento Combinatorio a la Teoría de Composiciones de Números Enteros** Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá jlramirezr@unal.edu.co
	Cursillo Estadística **Jesús Salinas** **Sala de Estadística** **Introducción a la minería de datos con R** Universidad Nacional Agraria La Molina, Perú jsalinas@lamolina.edu.pe
12:00 m - 2:00 pm	**Almuerzo**
2:00 p.m 2:40 p.m	**Conferencia Matemáticas** **Carlos Alberto Trujillo Solarte - Carlos Andrés Martos Ojeda** **Auditorio Mayor de la Academia** **Reglas g-Golomb Óptimamente Cortas** Universidad del Cauca; Universidad del Valle trujillo@unicauca.edu.co
	Conferencia Estadística **Julián A. Acuña Collazos - Diana M. Galvis Soto** **Sala de Estadística** **A bayesian approach to semiparametric count data models applied to univesity dropout** Universidad Militar Nueva Granada; Universidad del Quindío julian.acuna@unimilitar.edu.co
2:45 p.m - 3:05 p.m	**Comunicación Matemáticas** **Jaime A. Flórez** **Auditorio Mayor de la Academia** **"Topología" fractal descendente: Una aplicación de la topología suma a algunos fractales** Universidad del Tolima jaflorezs@ut.edu.co
	Comunicación Estadística **Jeisson Sneyder Torres Rodríguez - Juan Sebastián Luna Poloche** **Sala de Estadística** **Transposición didáctica de los problemas de la probabilidad y estadística para la formación de docentes en educación matemática.** Universidad Distrital Francisco José de Caldas Jeistro.13.95@gmail.com; jeistro@hotmail.com; juanpolochepp@gmail.com

Hora	Actividad
3:10 pm - 3:30 pm	**Comunicación Matemáticas** **Gilberto Arenas Díaz - José R. Quintero** **Auditorio Mayor de la Academia** **On the existence of travelling wave solutions for an internal wave model** Universidad Industrial de Santander - Universidad del Valle garenasd@uis.edu.co
	Comunicación Estadística **Nury Bibiana Riano Gaona - José Alfredo Jiménez Moscoso** **Sala de Estadística** **Mixtura de dos distribuciones de frecuencia Panjer para modelar el número de reclamaciones** Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá nubrianoga@unal.edu.co; josajimenezm@unal.edu.co
3:35 pm - 3:55 pm	**Comunicación Matemáticas** **Hernando Gutiérrez Hoyos** **Auditorio Mayor de la Academia** **El papel del simbolismo en el desarrollo del conocimiento matemático** Universidad Surcolombiana herguho@usco.edu.co
	Comunicación Estadística **Wilmer Darío Pineda Ríos** **Sala de Estadística** **Modelos de regresión semiparamétrica usando errores skew-normales** Universidad Santo Tomás wilmerpineda@usantotomas.edu.co
3:55 pm - 4:10 pm	**Refrigerio**
4:10 pm - 6:10 pm	**Cursillo de Matemáticas** **José Luis Ramírez** **Auditorio Mayor de la Academia** **Un Acercamiento Combinatorio a la Teoría de Composiciones de Números Enteros** jlramirezr@unal.edu.co Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá
	Cursillo Estadística **Santiago Díaz** **Sala de Estadística** **Introducción a la Geoestadística** Universidad de Sao Paulo - Instituto de Geociencias jsalinas@lamolina.edu.pe
2:00 pm - 5:00 pm	**Cursillo Estadística** **Dagoberto Salgado Horta - John Jairo Zabala Corrales** **Sala de Didácticas** **Estadística con Geogebra** Universidad del Tolima dsalgadoh@ut.edu.co; jjzabalac@ut.edu.co
7:00 pm - 8:00 pm	**Acto Cultural** **Auditorio Mayor de la Música**

Jueves 03 de Mayo de 2018

Hora	Actividad
8:00 am - 10:00 am	**Cursillo de Matemáticas** **José Luis Ramírez** **Auditorio Mayor de la Academia** **Un Acercamiento Combinatorio a la Teoría de Composiciones de Números Enteros** Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá jlramirezr@unal.edu.co
	Cursillo Estadística **Jesús Salinas** **Sala de Estadística** **Introducción a la minería de datos con R** Universidad Nacional Agraria La Molina, Perú jsalinas@lamolina.edu.pe

Hora	Actividad
10:00 am - 10:15 am	**Refrigerio**
10:15 am - 10:35 am	**Comunicación Matemáticas** **Andrés Felipe Muñoz Tello** **Auditorio Mayor de la Academia** **G-Diferenciabilidad de funciones localmente Lipschitz en espacios de Banach** Universidad del Valle; Universidad Santiago de Cali andres.felipe.munoz@correounivalle.edu.co
	Comunicación Matemáticas **Victor Marín** **Sala de Estadística** **Grupoides** Universidad del Toima vemarinc@ut.edu.co
10:40 am - 11:00 am	**Comunicación Matemáticas** **Sandra Carolina Garcia Martinez - Luis Alías - Marco Rigoli** **Auditorio Mayor de la Academia** **Biharmonic Hypersurfaces in Complete Riemannian Manifolds** Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá; Universidad de Murcia, Murcia, España; Università degli Studi di Milano, Milan, Italy sacgarciama@unal.edu.co
	Comunicación Estadística **Miguel Armando Rodríguez Márquez - Diana Carvajal Cocoma - Alfonso Sánchez Hernández - Miguel Alejandro Rodríguez Márquez** **Sala de Estadística** **Una mirada al problema de deserción en el programa de Economía en la Universidad del Tolima 2010 a 2016** Universidad del Tolima; Universidad de Ibagué marodriguezm@ut.edu.co
11:05 am - 11:25 am	**Comunicación Matemáticas** **Octavio Montoya** **Auditorio Mayor de la Academia** **Profesia de Leibniz** Universidad del Tolima octaviomontoya1963@hotmail.com
	Comunicación Estadística **Dagoberto Bermúdez Rubio - Wendy Dayanna Mendoza Bautista** **Sala de Estadística** **Modelamiento del valor de la acción de Ecopetrol a través de Modelos de Regresión Lineal Dinámica** Universidad Santo Tomás dagobertobermudez@usantotomas.edu.co wendy.mendoza@usantotomas.edu.co
11:30 am - 12:10 pm	**Conferencia Matemáticas** **Hernán Dario Toro Zapata - Gerard Olivar Tost** **Auditorio Mayor de la Academia** **Modelo para la innovación en los sistemas de transporte público de una ciudad** Universidad del Quindio; Universidad Nacional de Colombia, Sede Manizales hdtoro@uniquindio.edu.co; golivart@unal.edu.co
	Conferencia Estadística **Jaime Polania Perdomo** **Sala de Estadística** **La estadística en la Investigación** Universidad Surcolombiana jpolania@usco.edu.co
12:10 pm - 2:00 pm	**Almuerzo**
2:00 pm - 4:00 pm	**Cursillo Estadística** **Santiago Díaz** **Sala de Estadística** **Introducción a la Geoestadística** Universidad de Sao Paulo - Instituto de Geociencias santidilo2@hotmail.com

Hora	Actividad
2:00 pm - 2:20 pm	**Comunicación Matemáticas** **Pablo Emilio Calderon Saavedra-Evodio Muñoz Aguirre** **Auditorio Mayor de la Academia** **Control de la bifurcación de Hopf en una familia de sistemas tipo-Lorenz** Universidad del Tolima-Universidad Veracruzana pecalderon@ut.edu.co
2:25 pm - 2:45 pm	**Comunicación Matemáticas** **Héctor Fabián Ramírez Ospina - Pascual Lucas** **Auditorio Mayor de la Academia** **Superficies L1-2-tipo en S3 y H3** Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá; Universidad de Murcia, Murcia, España hframirezo@unal.edu.co
2:50 pm - 3:10 pm	**Comunicación Matemáticas** **Andrés Enrique Quintero Santander-Carlos Enrique Uzc ategui Aylwin** **Auditorio Mayor de la Academia** **Sobre el semigrupo de Ellis para sistemas dinámicos distales en espacios métricos, compactos y numerables** Universidad Industrial de Santander quintero.andres7@gmail.com
3:15 pm - 3:35 pm	**Comunicación Matemáticas** **Hamilton Mauricio Ruiz - Carlos Alberto Trujillo Solarte** **Auditorio Mayor de la Academia** **Códigos ortogonales ópticos y conjuntos B_2 ^ {-}[g]** Universidad del Cauca mauruiz@unicauca.edu.co
3:40 pm - 4:00 pm	**Comunicación Matemáticas** **Alejandra Sánchez González** **Auditorio Mayor de la Academia** **Reconocimiento de patrones para series de tiempo mediante Wavelets** Universidad EAFIT; Universidad Santo Tomás, seccional Tunja alejandra.sanchez@usantoto.edu.co; hlaniado@eafit.edu.co
4:00 pm - 4:15 pm	**Café**
4:15 pm - 6:15 pm	**Cursillo de Estadística** **Aldo Medina Garay** **Sala de Estadística** **Modelos de Regresión para datos censurados con aplicaciones en el Software R** Universidade Federal de Pernambuco – Recife, Brasil agaray@de.ufpe.br
4:15 pm - 4:35 pm	**Comunicación Matemáticas** **Juan Ricardo Prada** **Auditorio Mayor de la Academia** **Topologías asociadas a una relación binaria** Universidad del Tolima jrprada@ut.edu.co
4:40 pm - 5:00 pm	**Comunicación Matemáticas** **Tulia Eva Salcedo Palacios - Dagoberto Bermudez Rubio - Cristian Jiovani Herrera Almanza** **Auditorio Mayor de la Academia** **Estimación de la relación de solvencia por riesgo de mercado a través de Modelos Lineales Dinámicos (MLD)** Universidad Santo Tomás tuliasalcedo@usantotomas.edu.co
5:05 pm - 5:25 pm	**Comunicación Matemáticas** **María Nubia Quevedo Cubillos** **Auditorio Mayor de la Academia** **Geometría Diferencial en Geometrotermodinámica** Universidad Militar Nueva Granada maria.quevedo@unimilitar.edu.co

Hora	Actividad
5:30 pm - 5:50 pm	**Comunicación Matemáticas** **Javier Alejandro Ruiz Gualdron - Marco Paluszny** **Auditorio Mayor de la Academia** **Superficies moleculares, polígonos esféricos y su determinación con técnicas vectoriales** Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín jaaruizgu@unal.edu.co
5:50 pm - 6:10 pm	**Comunicación Matemáticas** **Jorge Villamizar Morales - Giovanni E. Calderón S. - Julio C. Carrillo E.** **Auditorio Mayor de la Academia** **Adaptabilidad en esquemas miméticos para problemas de convección difusión unidimensionales** Universidad Industrial de Santander; Universidad de Los Andes, La Hechicera, Merida 5101, Venezuela. jorge@uis.edu.co

Viernes 04 de Mayo de 2018

Hora	Actividad
8:00 am - 10:00 am	**Cursillo de Estadística** **Santiago Díaz** **Sala de Estadística** **Introducción a la Geoestadística** Universidad de Sao Paulo Instinto de Geociencias jsalinas@lamolina.edu.pe
8:00 am - 8:20 am	**Comunicación Estadística** **Jairo Clavijo** **Auditorio Mayor de la Academia** **Reflexiones sobre algunos aspectos cruciales en las encuestas** Universidad del Tolima jaclavijom@ut.edu.co
	Comunicación Matemáticas **Simeón Casanova Trujillo-Héctor Granada-Diego Andrés López Valencia** **Auditorio Facultad de Ciencias** **Derivadas direccionales en grupos topológicos** Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales; Universidad del Tolima; Berlin Mathematical School (BMS) hagranadad@ut.edu.co
8:25 am - 8:45 am	**Comunicación Matemáticas** **Niber Rojas Cano - Mauro Montealegre Cárdenas** **Auditorio Mayor de la Academia** **Introducción a las Redes Complejas** Universidad Surcolombiana rojascanoniber@gmail.com; mmonteal@usco.edu.co
8:50 am - 9:10 am	**Comunicación Matemáticas** **Marlio Paredes Gutiérrez** **Auditorio Mayor de la Academia** **The basic reproductive number of Zika in municipalities of Antioquia: stratifying the potential transmission of an ongoing epidemic** Universidad Militar Nueva Granada marlio.paredes@unimilitar.edu.co
9:15 am - 9:35 am	**Comunicación Matemáticas** **Juan Gabriel Mora Urueña - Jesús Ávila Guzmán** **Auditorio Mayor de la Academia** **(Álgebra Lineal de las Matrices de Fibonacci)** Universidad del Tolima jgmorau@ut.edu.co; javila@ut.edu.co

Hora	Actividad
9:40 am - 10:00 am	**Comunicación Estadística** **Heivar Yesid Rodríguez Pinzón - José Augusto Ramírez Díaz - William Zamudio** **Auditorio Mayor de la Academia** **Un acercamiento al aporte del sector de transporte aéreo en la economía colombiana en el período 2002 a 2012** Universidad Santo Tomás; Fundación Universitaria Agraria, Bogotá; AeroCivil, Bogotá heivarrodriguez@usantotomas.edu.co
10:00 am - 10:15 am	**Refrigerio**
10:15 am - 10:55 am	**Conferencia Estadística** **Lina María Bedoya** **Auditorio Mayor de la Academia** **Actuaría: La matemática del riesgo** Egresada Universidad del Tolima lmbedoyam@unal.edu.co
10:15 am - 10:35 am	**Comunicación Matemáticas** **Ronald Gentil Rodríguez Giraldo - Adrián Ricardo Gómez Plata** **Sala de Estadística** **Interpretación de la derivada Fraccional de Riemann-Liouville y Caputo en el sentido generalizado** Universidad Militar Nueva Granada ronald.rodriguez@unimilitar.edu.co; adrian.gomez@unimilitar.edu.co
10:40 am - 11:00 am	**Comunicación Matemáticas** **Paulo Cesar Tintinago Ruiz-Adolfo Andrés Mosquera Aguilar-Eduardo González Olivares** **Sala de Estadística** **Dinámica de un modelo depredador-presa del tipo Leslie-Gower con respuesta funcional no monotónica generalizada.** Universidad del Quindio; Universidad Católica de Valparaiso, Chile tinti27@gmail.com
11:00 am - 11:40 am	**Conferencia Matemáticas** **Arturo Argüelles - Viviana Burbano - Luisa F. Meza - Gustavo Garzón** **Auditorio Mayor de la Academia** **Análisis geofísico de La cueva del Tigre (Huila) mediante Ecuaciones Diferenciales Parabólicas** Universidad Santiago de Cali; Servicio Geológico Colombiano-Centro de Aplicaciones Fisicoquímicas en el Entorno, Cali arturo.arguelles00@usc.edu.co
	Conferencia Estadística **José Herman Muñoz - César Andrés Morales - Miguel Armando Rodríguez** **Sala de Estadística** **Patrones de recurrencia en el juego del k-minó** Universidad del Tolima jhmunoz@ut.edu.co; camoralesr@ut.edu.co; marodriguezm@ut.edu.co
11:45 am - 12:05 pm	**Comunicación Matemáticas** **Ricardo Juniors Cano Caro - Alexander Arredondo** **Auditorio Mayor de la Academia** **Sobre el problema co-circular en mecánica celeste** Fundación Universitaria Konrad Lorenz, Bogotá ricardoj.canoc@konradlorenz.edu.co; Alexander.Arredondo@konradlorenz.edu.co

Hora	Actividad
11:45 am - 12:05 pm	**Comunicación Estadística** **Andrés Sebastián Cárdenas Jaramillo - Joaquín González Borja** **Sala de Estadística** **Estudio comparativo de pronósticos con modelos TAR con estacionalidad determinística y estocástica en la tasa de desempleo y el seguimiento económico mensual Colombiano en el periodo 2001 – 2016.** Universidad del Tolima andressebas.803@hotmail.com; ascardenasj@ut.edu.co
9:00 am - 12:00 pm	**Cursillo Estadística** **Dagoberto Salgado Horta-John Jairo Zabala Corrales** **Sala de Didácticas** **Estadística con Geogebra** Universidad del Tolima dsalgadoh@ut.edu.co; jjzabalac@ut.edu.co
12:05 pm - 2:00 pm	**Almuerzo**
2:00 pm - 4:00 pm	**Cursillo de Estadística** **Aldo Medina Garay** **Sala de Estadística** **Modelos de Regresión para datos censurados con aplicaciones en el Software R** Universidade Federal de Pernambuco – Recife, Brasil agaray@de.ufpe.br
2:00 pm - 2:20 pm	**Comunicación Matemáticas** **Mauricio Restrepo López - John Fabio Aguilar** **Auditorio Mayor de la Academia** **Matroides y funciones submodulares en sistemas de información** Universidad Militar Nueva Granada mauricio.restrepo@unimilitar.edu.co; john.aguilar@unimilitar.edu.co
2:25 pm - 2:45 pm	**Comunicación Matemáticas** **Javier Alberto Aponte Barrios** **Auditorio Mayor de la Academia** **Algunas caracterizaciones de los cardinales débilmente compactos** Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá jaaponteb@unal.edu.co
2:50 pm - 3:10 pm	**Comunicación Estadística** **Dicleny Castro Carvajal - John Jairo Zabala Corrales** **Auditorio Mayor de la Academia** **VARIACIÓN Vs VARIABILIDAD** Universidad del Tolima dcastroc@ut.edu.co; jjzabalac@ut.edu.co
3:15 pm - 3:35 pm	**Comunicación Estadística** **Alfonso Sánchez Hernández - Felix Salgado Castillo** **Auditorio Mayor de la Academia** **Modelos de Contorno Semielíptico** Universidad del Tolima asanchez@ut.edu.co; fsalgado@ut.edu.co
3:40 pm - 4:00 pm	**Comunicación Estadística** **Alejandro Lopera Marín - Wilmer Dario Pineda Rios** **Auditorio Mayor de la Academia** **Estimación Bayesiana Regresión Logística Multinomial** Universidad Santo Tomás alejandrolopera@usantotomas.edu.co; wilmerpineda@usantotomas.edu.co
4:00 pm - 5:00 pm	**Sesión de Poster**
5:00 pm - 5:40 pm	**Conferencia de clausura** **Santiago Diaz** **Auditorio Mayor de la Academia** **Zona de Incertidumbre en la Geometría de un canal usando la propagación del error** Universidad de Sao Paulo - Instituto de Geociencias santidilo2@hotmail.com
5:40 pm - 6:00 pm	**Acto de Clausura**

PÓSTER MATÉMATICAS

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Departamento de Matemáticas y Estadística

1	**Edwar Fabian Panqueba Moreno - Cindy Lorena Capera T. - Jorge Mauricio Ruiz V.** **Estimación de parámetros para un modelo matemático de la dinámica glucosa-insulina** Universidad Nacional de Colombia, Bogotá epanquebam@unal.edu.co; ccaperat@unal.edu.co; jmruizv@unal.edu.co
2	**Andrés Felipe Camelo Muñoz -Luis Fernando Álvarez** **Reconstrucción del espacio fase para el circuito de Chua** Universidad Tecnológica de Pereira afkamelo@utp.edu.co; lfalvare@utp.edu.co
3	**Claudia Patricia Ordóñez Rodríguez - Catalina M. Rúa Álvarez** **Análisis Numérico de Sistemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Aplicados a la Medicina.** Universidad de Nariño ordoez.patricia@hotmail.com; catalina.rua@udenar.edu.co
4	**Paola Polania Perez - Karen Yiseth Perdomo Quesada** **Automatas Celulares** Universidad Surcolombiana papope13@hotmail.com; karito_200925@hotmail.com
5	**Carlos Alberto Ramírez Vanegas - Fernando Mesa - Diana Marcela Devia** **Solución de algunas ecuaciones diferenciales parciales a través del método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (ftdt)** Universidad Tecnológica de Pereira caramirez@utp.edu.co; dmdevian@utp.edu.co
6	**Ángela María Arias Omaña - Sindy Lorena Gil Muñoz** **El Pali-Numérico, un recurso didáctico para la Enseñanza-Aprendizaje del número y sus operaciones.** Universidad Distrital Francisco José de Caldas angelitaarias10@hotmail.com; angelitaarias10@hotmail.com; r.figueroa@uniandes.edu.co
7	**Raul Figueroa Sierra** **La imposibilidad de decidir si ecuaciones diofánticas tienen soluciones (El décimo problema de Hilbert)** Universidad de los Andes r.figueroa@uniandes.edu.co
8	**Luis Jehiel Negret Trujillo - Juan Sebastián Valero Bedoya - Nidia Yadira Caicedo** **Zoológico de Gauss** Universidad del Tolima ljnegrett@ut.edu.co; jsvalerob@ut.edu.co
9	**David Osorio Garcia - Diana Devia - Carlos Alberto Ramírez** **Optimización en funciones no lineales a traves de metodos del gradiente conjugado (Hestenes-Stiefel y Dai-Yuan)** Universidad Tecnológica de Pereira davosorio@utp.edu.co; caramirez@utp.edu.co
10	**Daniel Andrés Melo Jojoa - Catalina M. Rúa Álvarez** **Solución numérica para la ecuación de calor con métodos de diferencias finitas explícitos e implícitos** Universidad de Nariño dmelo735@gmail.com; andres.m@udenar.edu.co

11

Luisa Fernanda Niño Paez - Luisa Fernanda Madrigal Ducuara
Representaciones de Estructuras Ordenadas
Universidad del Tolima
lfnino@ut.edu.co; lfmadrigald@ut.edu.co

12

Juan Pablo Poveda Cuellar - Jarib Ricardo Acosta Carvajal - Nidia Yadira Caicedo Bravo - José Luis Ramírez Ramírez
Composiciones coloreadas, una justificación Matemática
Universidad del Tolima; Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá
jppovedac@ut.edu.co; jracostac@ut.edu.co

13

Anderson Stiven Quintero Español - Alejandro Cárdenas Avendaño
La geometría de los números: ¿qué guardan en común los teoremas demostrados a partir del Teorema de Minkowski?
Universidad Konrad Lorenz, Bogotá
andersons.quinteroe@konradlorenz.edu.co;
alejandro.cardenasa@konradlorenz.edu.co

14

Luis Miguel Delgado Ordoñez - Carlos Alberto Trujillo Solarte
Secuencias Sonar como Conjuntos de Sidon y Nuevas Construcciones
Universidad del Cauca
lumdoz@gmail.com; luismdelgado@unicauca.edu.co;
trujillo@unicauca.edu.co

15

José David Liévano González - Oscar Eduardo Trujillo Niño - Jesús Ávila Guzmán
Cuaterniones Sobre un Anillo Conmutativo
Universidad del Tolima
jdavidlievano@ut.edu.co; pmn2011b@hotmail.com; oetrujillonin@ut.edu.co

16

Germán Andrés Ruiz Hernández
Dos demostraciones cl asicas del teorema de los números primos
Universidad del Tolima
garuizh@ut.edu.co

17

Daniel Ricardo Vásquez Calderón
Los números trascendentes y números de Liouville
Universidad del Tolima
drvasquezc@ut.edu.co

18

Leonardo Vásquez Martínez
Simulación numérica de ondas al interior de un tubo acústico
Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá
lvasquezm@unal.edu.co

19

Diana Haidive Bueno Carreño
Hipermatrices y distancia aparente
Pontificia Universidad Javeriana, Cali
dhbueno@javerianacali.edu.co

20

Paulo Cesar Tintinago Ruiz - Leonardo Duvan Restrepo
Múltiples ciclos limite en un modelo de depredación del tipo Leslie-Gower
Universidad del Quindío; Universidad del Tolima
tinti27@gmail.com; ldrestrepoa@ut.edu.co

Universidad del Tolima

PÓSTER ESTADÍSTICA

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Departamento de Matemáticas y Estadística

1

Víctor Alfonso Acosta Ruíz - Heivar Yesid Rodríguez Pinzón
Impacto del IMACO y el ITCR a las Importaciones de productos chinos en el mercado colombiano a través de Modelos VAR y VECM para el periodo 2007-2015.
Universidad Santo Tomás
victoracostar@usantotomas.edu.co; victoracostar@usantotomas.edu.co

2

Fabián Barreiro Álvarez - Christian Camilo Cortes García
Modelo de volatilidad a los precios de cierre de la acción PFCEMARGOS comprendidas entre 16/mayo/2013 al 31/mayo/2017
Universidad Surcolombiana
13fabaalz@gmail.com; christian.cortes@usco.edu.co

3

Manuel Fernando Reyes Palma
Aplicaciones Del Teorema Ergódicode Birkhoff
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja
manuelfernando.reyes@uptc.edu.co

4

Tulia Esther Rivera Flórez - DANNA KATHERINE CHÁVEZ SÁNCHEZ - ROSA XIMENA BARAJAS RINCÓN
Métodos de estimación por remuestreo en R
Universidad Industrial de Santander
trivera@uis.edu.co; danakatherinechavez@hotmail.es; amerincon@hotmail.com

5

Yesica Daniela Castellanos Bermúdez - Joaquín González Borja
Estudio de los resultados de las pruebas saber pro respecto a las pruebas saber 11 y otras variables relevantes en estudiantes de algunas licenciaturas de la Universidad del Tolima.
Universidad del Tolima
ydcastellanos@ut.edu.co

6

Johana Toloza Peña - Maira Alejandro Franco - Yazmin Cote Contreras
Producción de Informes dinámicos Con R
Universidad Industrial De Santander
trivera@uis.edu.co; rubi.yas@hotmail.com; johanatolozaaah@hotmail.com; alexa_ariam@hotmail.com

7

Emilio José Chaves Márquez
Curva de Lorenz aplicada a estadística inductiva

8

Holmes Fabián Molina Alape - Joaquín González Borja
Comparación del Cálculo de Pronósticos con Modelos TARX y TAR en la Deuda Externa Pública e Inversión Privada Trimestral en Colombia 1994-2007
Universidad del Tolima
holfama945@hotmail.com

9

Nubia Bermúdez Varón - Alfonso Sánchez Hernández
Estudio de la Deserción Estudiantil en las Unidades Académicas en programas de la modalidad presencial de la Universidad del Tolima mediante Regresión BETA
Universidad del Tolima
nbermud@ut.edu.co

10

Harvey Antonio Florez Calderón
Forma de solución exacta del juego reencontre de Euler simulado mediante Megastat
Universidad del Tolima
antonio_1992_f@hotmail.com

11

Harvey Antonio Florez Calderón
Dos sucesiones infinitas de probabilidad en el juego reencontre de Euler
Universidad del Tolima

CURSILLOS

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Modelos de Regresión para datos censurados con aplicaciones em el Software R

Resumen

Asumir que las observaciones siguen una distribución Normal es una suposición rutinaria en los modelos lineales para datos censurados. Sin embargo, esta suposición puede no ser realista, ocultando características importantes que están presente en los datos. Así, es conveniente considerar familias paramétricas de distribuciones que sean flexibles para capturar una amplia variedad de comportamientos simétricos.

En este sentido, este minicurso tiene como objetivo presentar un estudio de inferencia clásica e Bayesiana en modelos lineales, univariado e multivariado, para datos censurados (izquierda, derecha o intervalar) sobre distribuciones mas robustas que la distribución normal.

Desenvolveremos algoritmo de tipo EM e de tipo Amostrador de Gibbs para obtener inferencias clásica e Bayesiana, respectivamente, presentando dos Librerias del Software R: "*SMNCensReg" e "BayesCR"*.

Con el objetivo de evaluar la performancia de la metodologia propuesta presentaremos estudios de Simulación y aplicaciones utilizando datos reales.

Dirigido a : Alumnos de estadística y áreas afines del último periodo, profesores y alunos de Pós Graduación y profesionales interesados.

Duración : 06 horas

Expositor : Prof. Dr. Aldo William Medina Garay (agaray@de.ufpe.br)
Departamento de Pós Graduação em Estatística
Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, Recife - Brasil
http://lattes.cnpq.br/6628260142102150
http://scholar.google.com.br/citations?user=dUM-gtcAAAAJ&hl=pt-BR&oi=ao

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

INTRODUCCIÓN A LA MINERÍA DE DATOS CON R

Objetivo del curso:

Proporcionar las principales técnicas de minería de datos para que el participante tenga la capacidad de aplicarlas con la ayuda del software R y R Studio.

Requisitos:

- Conocimientos de técnicas multivariadas
- Conocimientos de R y de R Studio

Contenido del curso:

- Introducción al Data Mining
- Técnicas de preparación de datos: imputación, selección de variables, etc.
- Modelamiento
- Métodos de Validación
- Criterios de comparación: tabla de clasificación, curva ROC

Expositor:

Jesús Walter Salinas Flores (Consultor, Ingeniero Estadístico)

Ingeniero Estadístico de la Universidad Nacional Agraria La Molina y Magister en Ingeniería Industrial, mención en Gestión Industrial de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Ha sido director del departamento académico de Estadística e Informática de la Universidad Nacional Agraria La Molina (2015-2017).

Actualmente se desempeña como profesor principal en el departamento académico de Estadística e Informática de la Universidad Nacional Agraria La Molina. Es docente en la maestría de Estadística Aplicada de la Universidad Nacional Agraria La Molina y en la maestría en Ciencia de los Datos de la Universidad Ricardo Palma.

Sus áreas de interés son el análisis multivariado y el reconocimiento estadístico de patrones.

Software:

R 3.4.3 y R Studio 1.1

Duración del Curso

4 horas (2 sesiones de 2 horas o una sesión de 4 horas)

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

CURSILLO

TÍTULO

INTRODUCCIÓN A LA GEOESTADÍSTICA

NOMBRE AUTORES

SANTIAGO DIAZ LOPEZ

AFILIACIÓN INSTITUCIONAL DE CADA AUTOR

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

CORREOS ELECTRÓNICOS DE CONTACTO

santidilo2@usp.br

RESUMEN:

La goestadística, o estadística espacial, tuvo sus inicios en los años 1960 debido a la necesidad de evaluar los recursos de depósitos de oro en la industria de la minería. Su desarrollo se debe principalmente a los trabajos pioneros de H. J. Wijs (De Wijs, 1951, 1953), profesor de la Universidad Técnica de Delft, en Holanda, y Daniel G. Krige (Krige, 1951), ingeniero de minas que trabajo en las minas de oro de Rand, África del Sur. A partir de estos trabajos pioneros, el profesor George Matheron, matemático francés, formalizo la Teoría de las Variables Regionalizadas, y por tal motivo se distingue como su creador.

La goestadística se define como la ciencia que estudia fenómenos que fluctúan en el espacio y/o tiempo. La goestadística proporciona un conjunto de herramientas estadísticas y deterministas, que permiten incorporar las coordenadas de las observaciones espaciales o temporales en el procesamiento de los datos, con el objetivo de entender y modelar la variabilidad espacial del fenómeno. En sus inicios la estadística espacial fue aplicada en la minería, pero actualmente es aplicada en diversas áreas del conocimiento tales como petróleo, ciencias del suelo, hidrogeología, teledetección, ciencias del medio ambiente, entre otras. También, se vio esencialmente como una herramienta que permite describir los diferentes patrones espaciales e interpolar valores de atributos no muestreados en coordenadas de interés. Con el transcurso de los años y la adopción de la simulación, la estadística espacial, se es cada vez más utilizada en la construcción de modelos de incertidumbre, para valores no muestreados, obtenido de las diferentes realizaciones igualmente probables.

En este cursillo se hará una breve introducción a la teórica y práctica de la goestadística, lo más completa posible. Dando mayor enfoque a la práctica, y siendo desarrollado en los programas R-*project* y SGeMS.

El contenido del curso que será dado es:

1. ¿Qué es geoestadística?,
2. Cálculo del variograma experimental,
3. Modelado del variograma experimental,
4. Validación cruzada,
5. ¿Qué es Krigeaje?,
6. Krigeaje Ordinaria
7. Porque la simulación en la geoestadística,
8. Simulación secuencial Gaussiana.

PALABRAS CLAVE:

Geoestadística; Krigeaje; Krigeaje Ordinaria; Simulación Secuencial Gaussiana.

REFERENCIAS:

Chilès, J. P., & Delfiner, P. (1999). *Geostatistics Modeling Spatial Uncertainty* (2 ed.). New York: John Wiley & Sons.

Deutsch, C. V. (2002). *Geostatistical reservoir modeling.* OXFORD UNIVERSITY PRESS.

Goovaerts, P. (1997). *Geostatistics for Natural Resources Evaluation.* New York: Oxford University Press.

Guardiano, F., & Srivastava, M. (1993). Multivariate geostatistics: Beyond bivariate moments. *Geostatistics Tróia '92 , 1*, 133-144.

Olea, R. A. (1999). *Geostatistics for Engineers and Earth Scientists.* Boston: Kluwer Academic Plublishers.

Yamamoto, J. K., & Landim, P. M. (2013). *Geoestatística conceitos e aplicações.* São Paulo: Oficina de Textos.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA
Un Acercamiento Combinatorio a la Teoría de Composiciones de Números Enteros.

José L. Ramírez
Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
e-mail: jlramirezr@unal.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

Una *composición* de un entero positivo n es una sucesión de enteros positivos $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_m)$ tal que $\sum_{i=1}^{m} \sigma_i = n$. Los valores σ_i se denominan partes o sumandos de la partición. Por ejemplo, las composiciones del entero 4 son:

$$(4), \quad (3,1) \quad (1,3) \quad (2,2) \quad (2,1,1), \quad (1,2,1), \quad (1,1,2), \quad (1,1,1,1).$$

Una pregunta básica sobre este objeto combinatorio es la cantidad de composiciones de un entero n bajo ciertas restricciones sobre los sumandos. Por ejemplo, si el conjunto de sumandos se reduce a los valores 1 y 2, entonces el total de composiciones de n es el número de Fibonacci F_{n+1}. Dependiendo de la restricción que se imponga se pueden encontrar sucesiones combinatorias interesantes.

En este cursillo mostraremos algunas herramientas básicas para el estudio de la teoría de composiciones, como lo son las funciones generatrices y las recurrencias. Adicionalmente, introduciremos algunos modelos equivalentes que permiten estudiar las composiciones, entre ellos los teselados de cintas y los gráficos de barras. En la última sesión del cursillo, estudiaremos las composiciones coloreadas y dejaremos algunos problemas abiertos en esta teoría.

Palabras claves

Composiciones, funciones generatrices, combinatoria enumerativa, teoría de números aditiva.

Referencias

[1] A. K. Agarwal. n-colour compositions. Indian Journal of Pure and Applied Mathematics, 31(2000), 1421–1427.

[2] S. Heubach, T. Mansour. Combinatorics of Compositions and Words. CRC Press, 2010.

[3] B. Hopkins. Spotted tilings and n-color compositions. In Combinatorial Number Theory: Proceedings of the Integers Conference, Chapter 6, 2011.

[4] R. Sachdeva and A. K. Agarwal. Combinatorics of certain restricted n-color composition functions. Discrete Mathematics, 340(3)(2017), 361–372.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

ESTADISTICA CON GEOGEBRA
(CURSILLO)

Dagoberto Salgado Horta
Universidad del Tolima
dsalgadoh@ut.edu.co

John Jairo Zabala Corrales
Universidad del Tolima
jjzabalac@ ut.edu.co

RESUMEN:

El pensamiento Aleatorio ha tomado gran importancia dentro de la formación de profesores en Matemáticas, es por ello que es necesario buscar alternativas apoyadas en las Tecnologías que favorezcan la construcción de conocimientos en los futuros ciudadanos. El presente taller pretende introducir los conceptos básicos del Análisis Exploratorio de Datos, la Inferencia Estadística y mostrar aplicaciones de Simulación Estadística, usando Geogebra, que mejoren de manera dinámica los procesos de aprendizaje, facilitando el trabajo rutinario de tal manera que favorezca la construcción de conocimiento en los estudiantes.

PALABRAS CLAVE:
Geogebra, Educación Estocástica, Estadística, Simulación Estadística

REFERENCIAS

Álvarez, J.L. y Losada, R. (2012): *Estadística y probabilidad en el Proyecto Gauss*, en UNO, núm. 59, pp. 26-39.

Gámez Mellado, Antonio y Marín Trechera, Luis Miguel (2010). Distribuciones estadísticas: un ejemplo de uso de GeoGebra en enseñanza universitaria. *Epsilon 74*, pp. 33-42.

Gisbert Cervera, Mercé, Cela-Ranilla, José M. y Isus Barado, Sofía (2010). Las simulaciones en entornos TIC como herramientas para la formación en competencias transversales de los estudiantes universitarios. *TESI*, 11 (3), pp.352-370.

Gisbert Cervera, Mercé, Cela-Ranilla, José M. y Isus Barado, Sofía (2010). Las simulaciones en entornos TIC como herramientas para la formación en competencias transversales de los estudiantes universitarios. *TESI*, 11 (3), pp.352-370.

Giuliano, Mónica, Pérez, Silvia N. y Sacerdoti, Aldo (2011). Inclusión de tecnologías de la información y comunicación en la formación estadística. *@tic. revista d'innovació educativa*, 6, pp.1-9. http://ojs.uv.es/index.php/attic/article/view/290.

Losada, R (2007): "GeoGebra: La eficiencia de la intuición" en Gaceta de la RSME vol. 10.2, pp. 223-239.

CONFERENCIAS

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Frequentist and Bayesian approach for the Zero-inflated Negative Binomial Regression Model

Abstract

In recent years, there has been considerable interest in regression models based on Zero-inflated distributions. Count data with many zeros (or zero-inflation) are commonly encountered in many research areas, such as medicine, public health and environmental sciences, among others. Zero-inflation (ZI), means that the incidence of zero counts is greater than expected; thus, the zero counts have a special status.

The basic idea behind the derivation of the ZI model is to mix a distribution degenerated at zero with discrete distributions (baseline models) such as Poisson, Negative Binomial or binomial, among others. The zero-inflated Poisson (ZIP) model has been typically considered for these types of problems. However, the ZIP model can fail if the non-zero counts are overdispersed in relation to the Poisson distribution, hence the zero-inflated negative binomial (ZINB) model may be more appropriate.

In this conference, we present the main results of Frequentist and Bayesian approach for fitting the ZINB regression model. This model considers that an observed zero may come from a point mass distribution at zero or from the negative binomial model. The likelihood function is utilized to compute not only some model selection measures, but also to develop case-deletion influence diagnostics based on divergence measures. A real data set is analyzed, where we show that ZINB regression model seems to fit the data better than the Poisson counterpart.

Expositor : **Prof. Dr. Aldo William Medina Garay (agaray@de.ufpe.br)**
Departamento de Pós Graduação em Estatística
Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, Recife - Brasil

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Representación de los gráficos Alfa intuicionistas

Arnold Oostra
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: noostra@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

Los gráficos existenciales propuestos por Charles S. Peirce en los albores del siglo XX son una representación gráfica bidimensional de la lógica clásica [11, 14]. Más de cien años después en la Universidad del Tolima se propusieron sistemas de gráficos existenciales para lógicas no clásicas [4] y en particular para la célebre lógica intuicionista [6, 10].

Uno de los problemas que se presentan en las investigaciones sobre los gráficos existenciales es la definición rigurosa como objetos matemáticos de los dibujos involucrados. Para los gráficos Alfa clásicos esto se logró hace poco, también en la Universidad del Tolima [9]. En ese caso, para la definición se requieren únicamente elementos de la topología general. Sin embargo, para los gráficos Alfa intuicionistas la sola estructura topológica no es suficiente.

En esta conferencia se explora la definición formal de los gráficos Alfa intuicionistas mediante funciones que respetan la curvatura total de las curvas planas, pasando así del ámbito de la topología al de la geometría diferencial.

Palabras claves

Gráfico Alfa; lógica intuicionista; homotopía; isotopía; curvatura total.

Referencias

[1] Geraldine Brady and Todd H. Trimble, "A categorical interpretation of C. S. Peirce's propositional logic Alpha". *Journal of Pure and Applied Algebra* **149** (2000), pp. 213-239.

[2] Xavier Caicedo, *Elementos de lógica y calculabilidad*. Bogotá: Una empresa docente, 1990.

[3] Manfredo P. do Carmo, *Differential Geometry of Curves and Surfaces*. Englewood Cliffs (New Jersey): Prentice-Hall, 1976.

[4] Andrea Yineth Gómez, *Gráficos Alfa para la lógica implicativa con conjunción*. Trabajo de grado (Programa de Matemáticas). Ibagué: Universidad del Tolima, 2013.

[5] Arnold Oostra, *Álgebras de Heyting*. XIV Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional, 1997.

[6] Arnold Oostra, "Los gráficos Alfa de Peirce aplicados a la lógica intuicionista". *Cuadernos de Sistemática Peirceana* **2** (2010), pp. 25-60.

[7] Arnold Oostra y Daniela Díaz, "Álgebras booleanas libres en álgebra, topología y lógica". *Boletín de Matemáticas* **23** 2 (2016), pp. 143-163.

[8] Paul Malliavin, *Géométrie différentielle intrinsèque*. Paris: Hermann, 1972.

[9] Yorladys Martínez, *Un modelo real para los gráficos Alfa*. Trabajo de grado (Programa de Matemáticas). Ibagué: Universidad del Tolima, 2014.

[10] Jorge Eduardo Ortiz y Juan Alejandro Segura, *Gráficos Alfa intuicionistas*. Trabajo de grado (Programa de Matemáticas). Ibagué: Universidad del Tolima, 2018.

[11] Don D. Roberts, *The Existential Graphs of Charles S. Peirce*. The Hague: Mouton, 1973.

[12] Jorge Enrique Taboada y Edgar Danilo Rodríguez, *Una demostración de la equivalencia entre los gráficos Alfa y la lógica proposicional*. Trabajo de grado (Programa de Matemáticas). Ibagué: Universidad del Tolima, 2010.

[13] Stephen Willard, *General Topology*. Reading (Massachusetts): Addison-Wesley, 1970.

[14] Fernando Zalamea, *Los gráficos existenciales peirceanos*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, 2010.

[15] Joseph Jay Zeman, *The Graphical Logic of C. S. Peirce*. Ph.D. dissertation. Chicago: University of Chicago, 1964. Online: http://users.clas.ufl.edu/jzeman/graphicallogic/index.htm

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Comunicación Oral

A bayesian approach to semiparametric count data models applied to univesity dropout

Julián A. Acuña Collazos
Departamento de Matemáticas
Universidad Militar Nueva Granada, Campus Cajicá, Colombia
e-mail: julian.acuna@unimilitar.edu.co

Diana M. Galvis Soto
Programa de Licenciatura en Matemáticas
Universidad del Quindío, Armenia, Colombia
e-mail: dianagalvis@uniquindio.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Abstract

In this work, we focus on semiparametric regression models for count data with excess of ones using penalized splines (P-splines). Usually the Poisson regression model is the first choice to try this kind of data, however in the presence of overdispersion of the counts, the negative binomial regression model is an alternative statistical technique, and the mixture poisson regression models can be used to model counts with heavy-tailed distributions. When there are nonlinear effects of continuous covariates related to the count mean response, we can to consider to model these covariates in a nonparametric form using penalized splines, thus giving a semiparametric structure to the count models that consider covariates with linear and nonlinear effects. The motivation of this work is related to the data of university student desertion, which involve the analysis of count data that exhibit a substantially large proportion of ones, such as the last completed semester in which a student abandoned his academic studies, which is considered our response count variable. The estimation process is carried out using a bayesian approach where the MCMC chains have good

properties using low-rank splines functions, and the computational implementation of this approach is performed in WinBUGS, which is a flexible statistical tool for the semiparametric estimation of the count models.

Keywords

MCMC, bayesian inference, penalized splines, semiparametric model.

Referencias

[1] Crainiceanu, C. M., Ruppert, D., & Wand, M. P. (2005). Bayesian Analysis for Penalized Spline Regression Using WinBUGS. *Journal of Statistical Software*, 14(1), 1-24.

[2] Garay, A. M., Lachos, V. H., & Bolfarine, H. (2015). Bayesian estimation and case influence diagnostics for the zero-inflated negative binomial regression model. Journal of Applied Statistics, 42(6), 1148-1165.

[3] Hassanzadeh, F., & Kazemi, I. (2017). Regression modeling of one-inflated positive count data. *Statistical Papers*, 58(3), 791-809.

[4] Ruppert, D., Wand, M., & Carroll, R. (2003). Semiparametric Regression (Cambridge Series in Statistical and Probabilistic Mathematics). Cambridge: Cambridge University Press. doi:10.1017/CBO9780511755453

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA
Reglas g-Golomb Óptimamente Cortas

Carlos Alberto Trujillo Solarte
Departamento de Matemáticas
Universidad del Cauca, Popayán, Colombia
e-mail: trujillo@unicauca.edu.co

Carlos Andres Martos Ojeda
Estudiante Doctorado en Ciencias Matemáticas
Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: carlosmartos88@gmail.com

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

Un conjunto de enteros no negativos A se llama una *regla Golomb* si todas las diferencias positivas de dos elementos en A son distintas. Los elementos de la regla se llaman *marcas*, el número de marcas es el *orden* y la máxima diferencia entre dos marcas es su *longitud*.

El conjunto

$$A_{27} = \{0, 3, 15, 41, 66, 95, 97, 106, 142, 152, 220, 221, 225, 242, 295, 330, 338, 354, 382, 388, 402, 415, 486, 504, 523, 546, 553\},$$

es una regla Golomb de orden 27 y longitud 553.

Los orígenes de las reglas Golomb provienen de aplicaciones matemáticas. A principios de los 1950, Babcock [1, 2] requirió del concepto cuando investigaba sobre intermodulación de radio frecuencias. Su nombre se debe al profesor Solomon Golomb, quien las investigó en el contexto de combinatoria, teoría de grafos y teoría matemática de las comunicaciones [3, 7, 11]. Las reglas Golomb han encontrado aplicaciones en campos tan diversos como: radio comunicaciones, cristalografía de rayos X, códigos auto ortogonales y astronomía [11] .

La investigación sobre reglas Golomb se ha centrado principalmente en la búsqueda de respuestas a las siguientes dos preguntas de optimización [5, 6] .

- Reglas Golomb Óptimamente Cortas ¿Cuál es la longitud de la regla Golomb más corta con m marcas?
- Reglas Golomb Óptimamente Densas ¿Cuál es el máximo número de marcas que puede tener una regla Golomb cuya longitud es menor que n?

Por ejemplo, después de cinco años de intensos y extensos cómputos, hoy sabemos que A_{27} es la regla Golomb más corta con 27 marcas [12] .

En esta conferencia presentamos el estado actual del arte relacionado con la búsqueda de respuestas a estos interrogantes, algunas generalizaciones del concepto de regla Golomb (reglas g-Golomb), ver [1, 4, 8, 10] , y algunos problemas abiertos que han aparecido tanto en el contexto de las aplicaciones como en el de la propia matemática. Específicamente, haremos comentarios relacionados con recientes cómputos realizados por Tomas Rokick y Gil Dogon: *http://cube20.org/golomb/.*

Palabras claves

Golomb ruler. Sidon set. g-Golomb ruler.

Referencias

[1] Atkinson M.D., Santoro N., and Urrutia J. (1986). *Integer sets with distinct sums and differences and carrier frequency assignments for nonlinear repeters.* IEEE Transactions on Communications, Vol. COM-34, No. 6, June 1986, 614-617.

[2] Babcock Wallace (1953). *Intermodulation interference in radio system/frequencey of ocurrence and control by channel selection.* Bell System Technical Journal 31 (1953), 63-73.

[3] Bloom Gary and Golomb Solomon (1977). *Applications of Number Undirected Graphs.* Proceedings of the IEEE, Vol. 65, No. 4, April 1977, 562-570.

[4] Caicedo Yadira, Martos Carlos, Trujillo Carlos (2015). *g-Golomb rulers.* Revista Integración, Escuela de Matemáticas, UIS, Julio-Diciembre de 2015, Vol. 33, No.2, 161-172.

[5] Dimitromanolakis Apostolos (2002). *Analysis of the Golomb ruler and the Sidon problems, and determination of large, near-optimal Golomb rulers.* Department of Electronic and Computer Engineering, Technical University of Crete.

[6] Drakakis Constantinos (2009). *A review of the available construction methods for Golomb rulers.* Advances in Mathematics of Communications 3 (3), (2009), 235-250.

[7] Guy Richard (1994). *Unsolved problems in number theory.* Second Edition, Problem Books in Mathematics, Springer Verlag, New York, 1994.

[8] López J., Ruiz M., Trujillo C. (2017). *g-Sidon modular sets and g-Golomb modular rulers.* JP Journal of Algebra, Number Theory and Applications, Vol. 39, 4 (2017), 401-415.

[9] Martos Carlos A. (2015). *Reglas g-Golomb.* Tesis de maestría, programa de Maestría en Ciencias Matemáticas, Universidad del Cauca.

[10] Martos Carlos A. (2018). *Conjuntos Bh y reglas g-Golomb cortas.* Proyecto de tesis doctoral, programa de Doctorado en Ciencias Matemáticas, Universidad del Valle.

[11] Rankin William T (1993). *Optimal Golombb rulers: an exhaustive paralell search implementation.* Master's thesis, Duke University, Department of Electronic Engineering, 1993.

[12] *http://en.wikipedia.org/wiki/Golomb_ ruler.*

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE
MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Modelo para la innovación en los sistemas de transporte público de una ciudad

Hernán Darío Toro Zapata
Estudiante Doctorado en Ingeniería Automática, Universidad Nacional de Colombia – Sede Manizales, Colombia
correo-e: hdtoroz@unal.edu.co

Gerard Olivar Tost
Profesor Departamento de Matemáticas y Estadística, Universidad Nacional de Colombia – Sede Manizales, Colombia
correo-e: golivart@unal.edu.co

Área temática: Matemática Aplicada

En este trabajo se formula y estudia un modelo matemático basado en ecuaciones diferenciales ordinarias, mediante el cual se describe la dinámica de interacción de dos sistemas de transporte público en una ciudad, uno establecido y uno innovador. Cada sistema está influenciado por un atributo característico, en este caso, el número de pasajeros que puede transportar. El modelo considera como variables de estado la proporción de usuarios de cada sistema de transporte y la proporción de presupuesto que se destina para su funcionamiento y expansión entre los usuarios. El estudio del modelo da cuenta de las condiciones bajo las cuales el sistema de transporte innovador puede ingresar y establecerse o no en un contexto dominado inicialmente por el sistema de transporte establecido.

Haciendo uso de las Dinámicas Adaptativas (procesos evolutivos), se estudia el comportamiento esperado a largo plazo del atributo característico que define los sistemas de transporte. Este estudio a largo plazo, permite establecer condiciones bajo las cuales determinados valores del atributo característico de los sistemas de transporte configuran escenarios de coexistencia, divergencia o ambos. En este último caso, se habla de la existencia de ramificaciones evolutivas, condiciones que garantizarían la viabilidad del sistema de transporte innovador y en consecuencia nos referimos a este fenómeno como origen de diversidad.

Palabras Clave: Sistema Público de Transporte; Modelo Matemático; Dinámicas Evolutivas; Innovación.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

LA ESTADISTICA Y LA INVESTIGACION

Jaime Polanía Perdomo, Estadístico, UN; Mg Tecnologías ITESM, Monterrey, México

Presentación

Toda institución de educación superior debe procurar despertar en sus estudiantes la cultura de la investigación. La investigación debe ser el soporte y derrotero en el proceso formativo que posibilite modificar la formación tradicional, para generar importantes transformaciones en los procesos de enseñanza-aprendizaje y enriqueciendo los procesos pedagógicos (Forté, 1998).

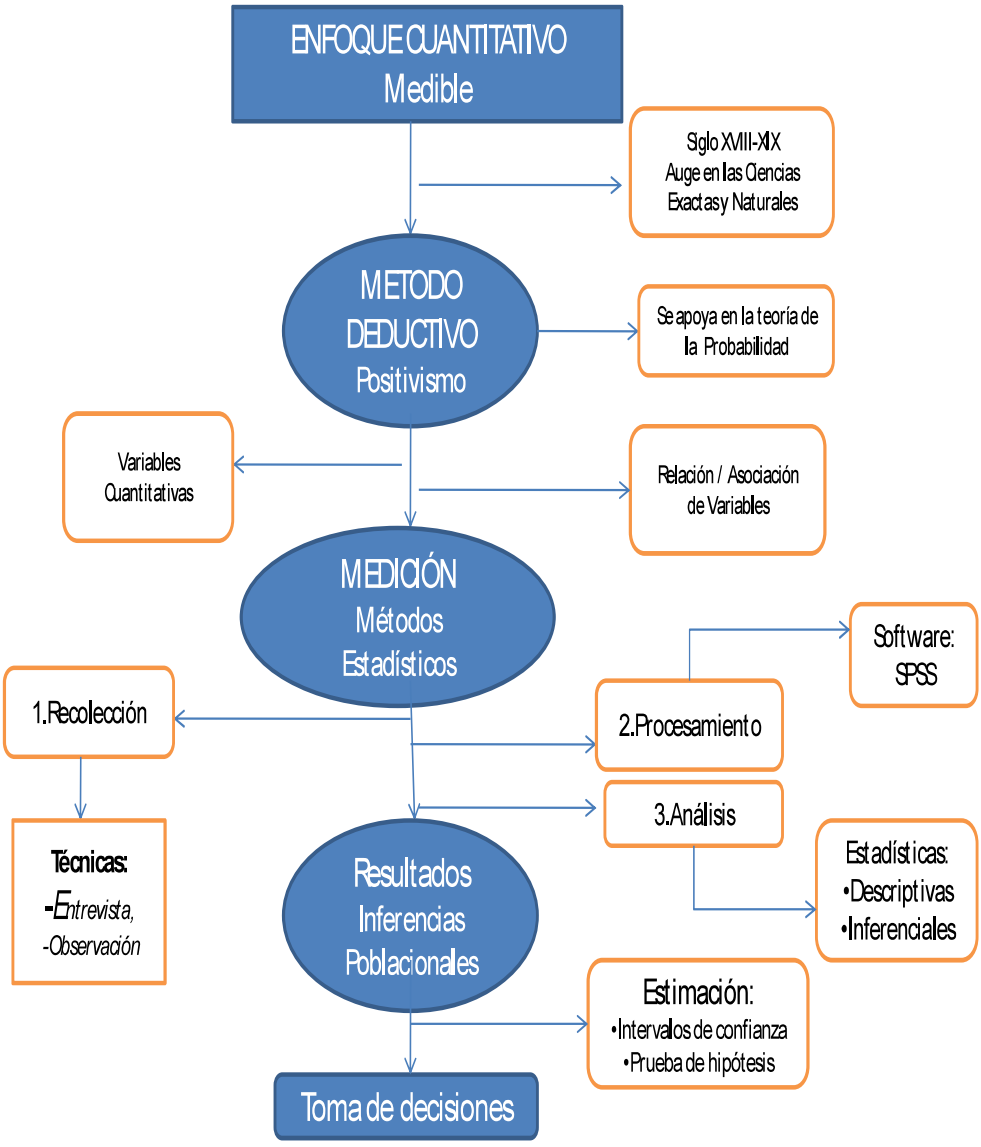
Existen básicamente dos enfoques investigativos: El cualitativo y el cuantitativo. Dentro del enfoque cualitativo se utiliza la etnografía, lo histórico, lo hermenéutico, es decir hace referencia a la observación natural, a la descripción cualitativa de lo que acontece en la vida cotidiana. El enfoque cualitativo, es aquel que estudia la calidad de las actividades, relaciones, medios, materiales o instrumentos en una determinada situación o problema (Hernández, 2010). Se intenta observar y analizar la situación actual de una población en particular.

Un tipo de investigación cualitativa se apoya en técnicas de recopilación de datos como la entrevista no estructurada, y la observación participante. Este tipo de investigación según Hernández, Fernández y Batista (2010) es no experimental, en donde no se manipula deliberadamente las variables, se observan en su contexto natural, para después analizarlas.

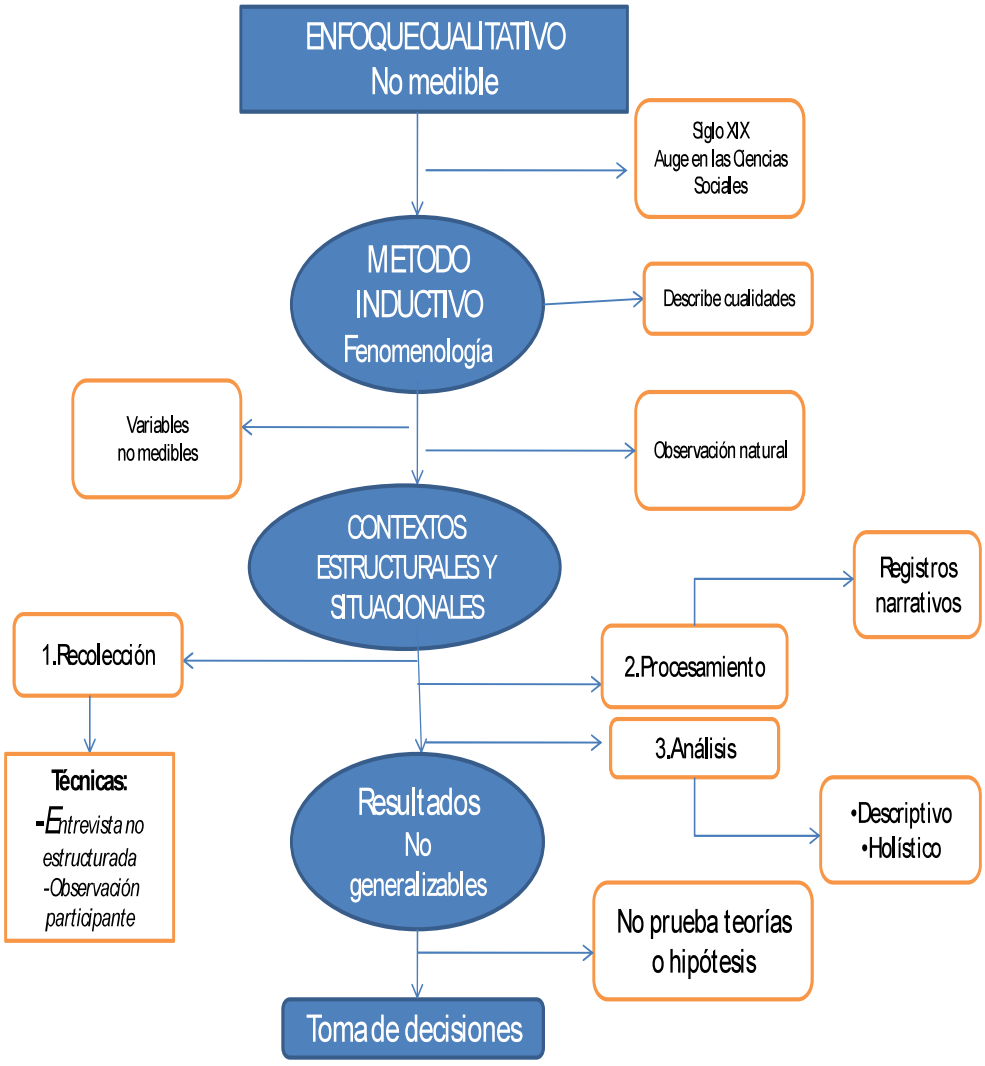
El enfoque cuantitativo, permitió cuantificar el tipo de información, medir variables apoyados en métodos estadísticos, se toma una muestra para ser generalizada a la población de estudio, mediante procesos inferenciales, como la prueba de hipótesis y los intervalos de confianza. Igualmente se calculan estadísticas descriptivas dependiendo de la cobertura poblacional, como: promedio de población estudiantil, frecuencia de alumnos inscritos por carrera, absorción de estudiantes por modalidad de estudio, entre otros.

Estos enfoques se sintetizan e ilustran en los siguientes mapas conceptuales

Para el enfoque cuantitativo, se describe en el siguiente mapa conceptual



Para el enfoque cualitativo se puede esquematizar de la siguiente manera


ENFOQUE CUALITATIVO
No medible
Siglo XIX
Auge en las Ciencias Sociales
METODO INDUCTIVO
Fenomenología
Describe cualidades
Variables no medibles
Observación natural
CONTEXTOS ESTRUCTURALES Y SITUACIONALES
Registros narrativos
1.Recolección
2.Procesamiento
3.Análisis
Técnicas:
-Entrevista no estructurada
-Observación participante
Resultados
No generalizables
•Descriptivo
•Holístico
No prueba teorías o hipótesis
Toma de decisiones

Es importante tener claro los criterios y parámetros para la realización de una investigación, dependiendo del enfoque del problema a estudiar. La combinación de utilización de instrumentos cualitativos y cuantitativos, sugiere entonces un enfoque mixto (Hernández, Fernández y Baptista, 1998), que entremezclan los enfoques cualitativo y cuantitativo durante todo el proceso de investigación, en donde ambas visiones son complementarias, enriqueciendo más la investigación.

La investigación Cuantitativa

La investigación cuantitativa generalmente describe: las condiciones actuales de un objeto de estudio, investiga relaciones entre variables y trata de establecer relaciones de causa-efecto. Las que describen condiciones se denominan como descriptivas. Las que investigan la relación entre dos o más variables cuantificadas se conocen como correlaciones y aquellas que establecen relaciones de causa-efecto se les llama experimentales o causales.

El planteamiento de un problema de investigación es el punto de arranque de la misma. De hecho, la investigación se diseña con el propósito de que el investigador recolecte y analice datos empíricos que le permitan resolver dicho problema. En ese sentido, la selección de una muestra, el uso de instrumentos, la planeación de tratamientos y el análisis de datos surgen y están orientados por el problema de investigación que se quiere resolver.

El planteamiento de un problema de investigación no es una tarea sencilla. Los estudiantes, que se inician en actividades de investigación, con frecuencia encuentran que el identificar un buen problema de investigación es una de las tareas más difíciles de su investigación, tesis o disertación doctoral. A través de este objeto de aprendizaje, se identifican algunas de las dificultades que encuentran los estudiantes y se proporcionan recomendaciones generales para sortearlas.

Para plantear un problema de investigación en forma clara y precisa, responde a las siguientes preguntas.

1. ¿Sobre qué tema trata tu investigación?
2. ¿Cuál sería el objetivo de tu investigación?
3. ¿Cuál sería el problema de investigación?
4. Cuáles son los constructos clave que quieres estudiar en esta investigación?

La mejor forma de definir un problema de investigación es planteando una pregunta, pero no toda pregunta es una pregunta de investigación. Un problema de investigación debe permitir, al resolverlo, aportar un nuevo conocimiento, debe ubicarse claramente dentro de un marco teórico bien definido, implica la recolección y análisis de datos empíricos. La(s) pregunta(s) de investigación debe(n) ser claramente enunciada(s), ya que de ellas se desprende la identificación de constructos y el planteamiento de hipótesis.

El investigador vislumbre nuevas formas de desarrollo en su trabajo de investigación en las diferentes áreas del conocimiento. Cualquiera que sea el enfoque investigativo se requiere del apoyo de métodos estadísticos. El enfoque Empírico/Analítico, se asocia a una clasificación de corte cuantitativo, en donde los métodos estadísticos conocidos tradicionalmente son los pertinentes de usar. Aquí se puede trabajar con un estudio de cobertura poblacional o muestral, en cuyo caso hay que saber cuáles son los métodos indicados para cada caso.

En toda investigación de enfoque cuantitativa, que trabajé una cobertura poblacional, solamente es necesario el uso de métodos estadísticos descriptivos, como la elaboración de una tabla de frecuencias, la construcción de gráficos, el cálculo de una estadística de tendencia o de dispersión. Para estudios de corte muestral es requerimiento el uso de métodos inferenciales, como el cálculo de probabilidades, diseño de muestras, un diseño experimental, construcción de intervalos de confianza y la prueba de hipótesis.

Para los enfoques Crítico/Social y/o Histórico/Hermenéutico, se requiere del uso de métodos estadísticos ya muy limitados y condicionados, prácticamente los estudios se limitan a la descripción oral de los elementos de estudio. Aquí no es muy riguroso el uso de las estadísticas convencionales (Descriptivas y/o Inferenciales).

La estadística

La Estadística se considera como un conjunto de herramientas aplicadas en todas las áreas del conocimiento humano. En el campo de la investigación el uso de la estadística es indispensable para tomar decisiones objetivas, suministrando los mejores instrumentos de investigación, no solo en la recolección de datos, sino también en probabilidades, formulación de hipótesis, diseños experimentales, regresión, series cronológicas y diseños muéstrales.

Antecedentes

Uno de los orígenes de la Estadística, está relacionado con la necesidad de ordenar datos numéricos que surgen de la sociedad, como por ejemplo recursos, salarios, años de antigüedad, número de ciudadanos, entre otros, para poder administrarla y facilitar su camino hacia el progreso. El término Estadística se deriva del latín status que significa estado, término empleado para referirse a la recolección y descripción de tales datos del estado, esto impulsó a desarrollar métodos que facilitaban esta labor. Fueron muchos los científicos que contribuyeron al desarrollo de los métodos estadísticos, siendo el belga Adolfo Quetelet (1796 - 1894), el primero en aplicar los métodos modernos a conjunto de datos, es por ello conocido como el "padre de la Estadística moderna", por su continua insistencia en la importancia de aplicar métodos estadísticos a toda investigación. Estas contribuciones cubrieron muchos campos de la Estadística oficial, tales como los censos (el primer censo oficial se realizó en Belén), desarrollo de la uniformidad y comparabilidad de las estadísticas entre las naciones (se organizó la primera conferencia Estadística Internacional). Otro posible origen de la estadística son los juegos de azar, estos fueron centro de atención en el siglo XVII en Europa, lo cual ayudó a desarrollar la teoría de las probabilidades, dando el número esperado de ocurrencias de un suceso particular en un número muy elevado de pruebas.

Estos estudios de probabilidad requieren un tratamiento matemático de los errores en las mediciones, que deben ser mínimos, por lo cual se desarrollaron una serie de teorías, métodos y distribuciones para describirlos y entenderlos. Los estudios realizados en Astronomía, ayudaron en la evaluación de los errores, formando una curva normal de errores con forma de campana simétrica, esta curva fue descubierta por Karl Friedrich Gauss (1777-1855). Los contemporáneos de Quetelet y Gauss, trabajaron conjuntamente contribuyendo al avance de la Estadística como ciencia; Francis Galton (1822 -1911), aporta los métodos de regresión y correlación y, con su diario biométrico ayudó a Karl Pearson a descubrir la distribución Ji-Cuadrado (1900). William S. Gosset (1876 -1937), aporta la distribución "t". Sir Ronald Fischer (1890-1962), la distribución "F".

En Colombia la Estadística nace cuando el Consejo Directivo de la Universidad Nacional mediante el acuerdo 07 del 17 de febrero de 1958, crea "La Carrera de Estadística", siendo esta la primera de su género en el país, hecho que hizo realidad, viejos anhelos de su fundador el Doctor Luis Thorin Casas, quien en varias oportunidades, propuso su creación, después de conocerse la decisión de la O.E.A. de escoger a Santiago de Chile como sede del Centro Interamericano de Enseñanza de Estadística (CIENES), decisión no esperada por la universidad, pues los directivos del Instituto Interamericano de la Estadística (IASI), eran partidarios de Bogotá como sede del CIENES.

Alcance de los métodos estadísticos

La Estadística es la base de toda investigación formal en cualquier ciencia. Interviene en la investigación a través de la experimentación y observación, ya que cuando es usada adecuadamente, hace más eficiente las investigaciones, razón por la cual es aconsejable que todos los investigadores se familiaricen con técnicas y conceptos de esta ciencia indispensable. La Estadística tiene tres funciones o fases básicas: Descripción, Análisis y Predicción. La fase Descriptiva consiste en hacer un estudio elemental de las experiencias o datos, reduciéndose a representarlos y obtener sus primeras propiedades, es una operación previa a las siguientes fases. La fase de Análisis penetra en la naturaleza de los fenómenos y procesos de decisión en estudio y sugiere leyes que rigen los mismos. La fase de Predicción se lleva a cabo una vez aceptada la ley o proceso con certeza estadística.

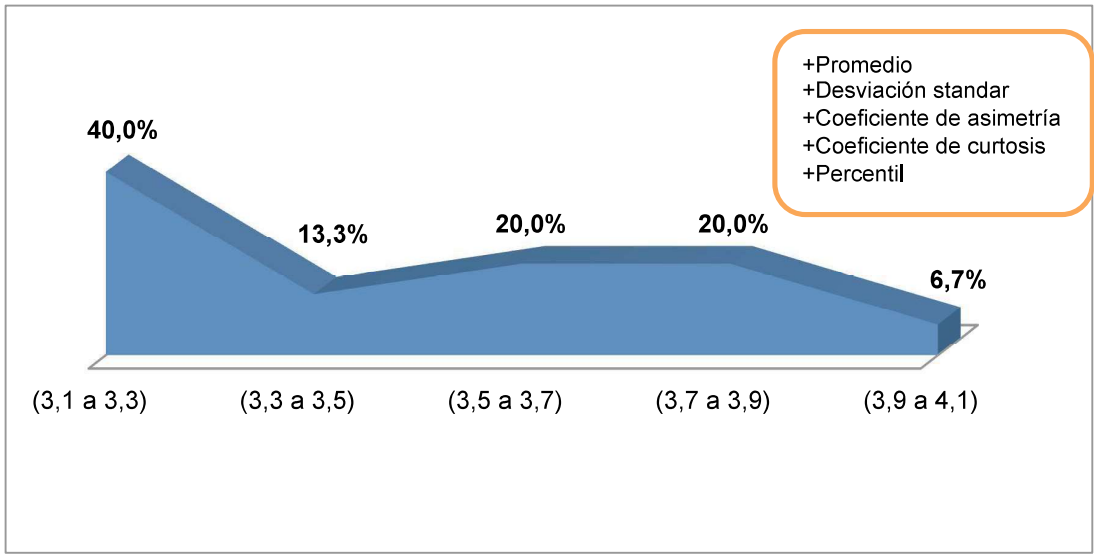
De acuerdo con estas fases, la Estadística se puede clasificar en descriptiva e inferencial. En la Estadística descriptiva, se obtienen conclusiones de las experiencias o datos en estudio, con el uso elemental de recursos matemáticos, en donde las conclusiones no trascienden a la población en estudio. La Estadística inferencial se diferencia de la anterior en que requiere un recurso matemático especial para su estudio, la teoría de las probabilidades y la teoría de las muestras. Aquí las conclusiones que se obtienen del conjunto de datos en estudio (muestra), se infieren a la población.

Toda investigación de enfoque cuantitativo, se apoya en tres diseños estadísticos: Diseño Descriptivo, Diseño Correlacional y diseño experimental, como se mencionó anteriormente.

El diseño descriptivo

El diseño de investigación descriptivo involucra métodos de estadística descriptiva y se pueden clasificar como métodos de centralización, métodos de posición, métodos de variación y métodos de forma

Estos métodos se pueden aplicar tanto a estudios de cobertura poblacional como cobertura muestral. Si se aplican a estudios poblacionales no es necesario realizar inferencias, pues se está tomando todos los elementos de interés para el estudio, en cuyo caso se están calculando parámetros (valores cualitativos o cuantitativos únicos); pero si es de cobertura muestral, se están obteniendo estadígrafos (valores cualitativos o cuantitativos que pueden variar, es decir no son únicos), se requiere complementarlos con herramientas inferenciales o probabilísticas

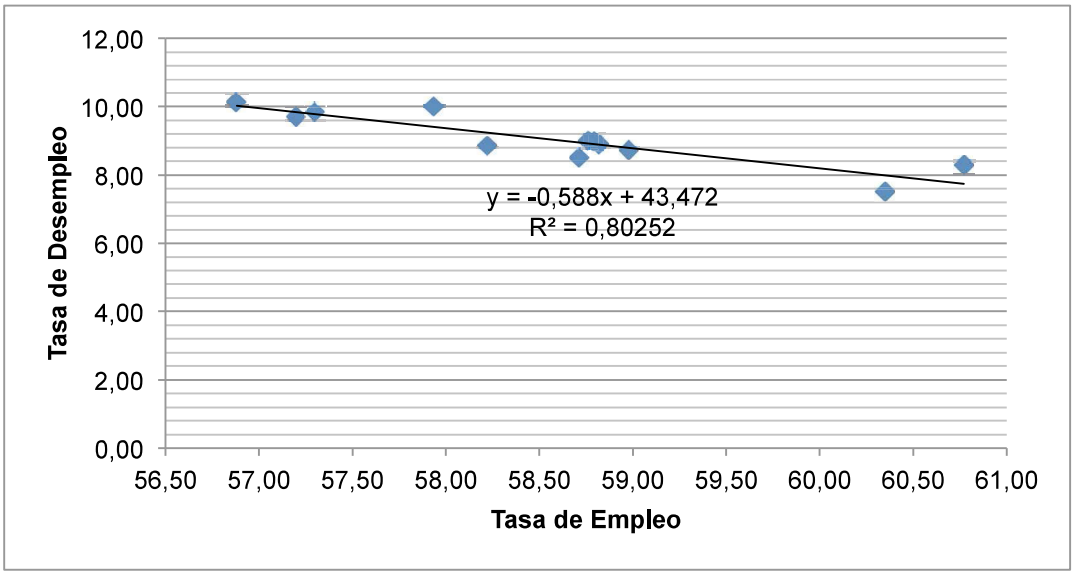


El diseño descriptivo involucra la recolección de datos para resolver preguntas acerca del estatus actual de un tema de estudio. Este tipo de investigación recolecta sus datos a través de instrumentos de medición, como cuestionarios, encuestas (se elaboran con una escala de Likert), entrevistas, entre otras.

La investigación descriptiva generalmente se realiza haciendo preguntas y reportando las respuestas. No obstante una buena investigación descriptiva debe hacer preguntas que no se han hecho antes, desarrollar instrumentos adecuados al estudio que se hace, para elaborar los instrumentos se deben tener conocimientos específicos sobre el tema así como conocimientos de escalas de medición. Se debe buscar que los participantes respondan de manera oportuna y eficiente los instrumentos, recordando que para este tipo de investigación se requiere que haya un número suficientemente grande de participantes.

Diseño Correlacional

El diseño de investigación correlacional plantea como determinar la forma y grado existente entre dos o más variables de análisis, determina una relación entre variables ó bien para hacer predicciones sobre esta relación entre variables. La correlación es una medida cuantitativa acerca del grado de correspondencia entre dos o más variables. El grado de correspondencia entre variables es medido a través de un coeficiente, el cual puede tener un valor entre $-1.00 \leq R \leq +1.00$ Dos variables que no estén relacionadas entre si obtendrán un coeficiente cercano a cero (0.00). En cambio dos variables que si están relacionadas obtendrán un valor que se encuentre en el rango de -1.00 y +1.00. Si el valor es positivo entonces significa qué a medida que una de las variables se incrementa la otra también se incrementa. Un valor negativo se interpreta que cuando una variable se incrementa y la otra decrece. En todo caso es poco probable que un par de variables correlacionen de manera perfecta.

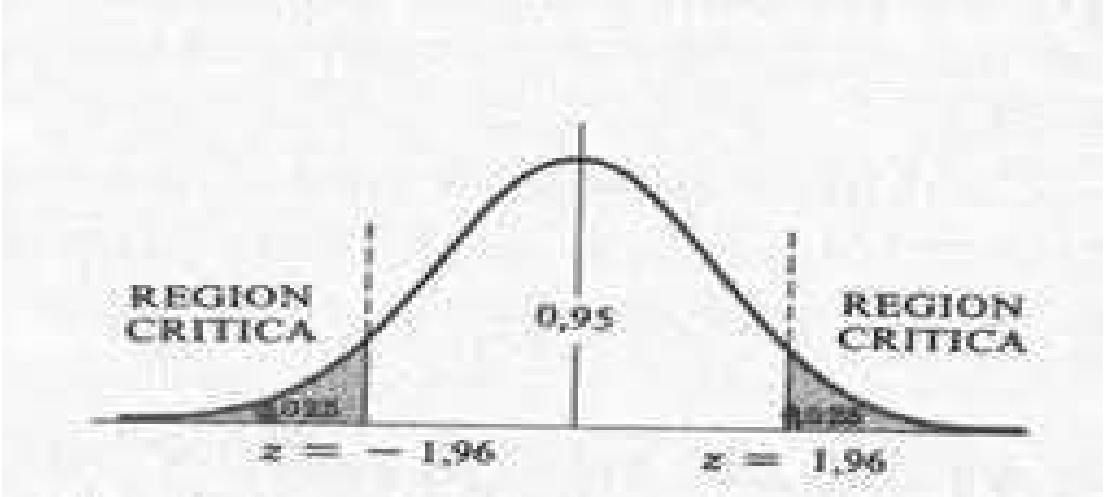


Para este tipo de estudios se requiere tener información de cada variable, es decir mediciones de cada una de las variables obtenidas de un grupo de personas o elementos. También puede haber estudios con una población grande en la que se midan correlaciones entre muchas variables sobre todo cuando se estudia fenómenos complejos.

Diseño de Investigación experimental

En un diseño de investigación experimental el investigador controla la variable independiente o "causa" y controla también todos los procedimientos en los que se realiza el experimento, puede además de forma aleatoria seleccionar y asignar a los participantes a los grupos para que cada grupo sea semejante entre si antes de iniciar el experimento y así garantizar la igualdad de condiciones previas y que los resultados puedan identificar las causas y los efectos.

Una vez constituidos los grupos se lleva a cabo el experimento (se aplica el tratamiento durante un tiempo suficiente) se controla rigurosamente el lugar, a las personas que lo aplican, los procedimientos que siguen, etc. Generalmente se hace una medición previa al tratamiento y una posterior para hacer más evidente el efecto del tratamiento. También se tiene un grupo llamado control que siendo semejante al grupo experimental la diferencia radica en que mientras el grupo experimental se somete al tratamiento, el grupo control no. Se espera encontrar diferencias significativas (estadísticamente) entre la ejecución de los dos grupos sobre todo cuando se miden las variables posteriormente al tratamiento.



En el campo educativo a veces no es posible tanto control sobre los participantes, ya que en la gran mayoría de las veces los alumnos de grupos han sido asignados a los grupos previamente al control del investigador o bien siguiendo otros criterios de asignación. El investigador tiene que tomar estos grupos tal como están y usar uno como control y otro como experimental a esta investigación se le conoce como cuasi experimental.

Conclusiones

- ✓ Es importante que todo investigador, conozca y aplique los enfoques de investigación de manera adecuada, según el tipo de problema que vaya a desarrollar. Mientras que el enfoque cualitativo, involucra la recolección de datos empleando técnicas que ni miden, ni asocian las mediciones con números; sino que pretenden la comprensión del fenómeno estudiado en su ambiente natura, el enfoque cuantitativo mide y asocia características numéricas y se apoya en métodos estadísticos descriptivos y probabilísticos.

- ✓ Cuando se esté desarrollando una investigación de corte cuantitativo, se debe tener claro los diseños estadísticos, para identificar que herramienta estadística se necesita para el diseño metodológico
- ✓ Como cualquier otra ciencia la Estadística se puede usar para toma de decisiones, al igual que se puede abusar de ella. Lamentablemente, las estadísticas son herramientas muy prácticas para los empíricos ya que se presta para introducir falacias, especialmente cuando la ética profesional de quienes la utilizan es cuestionable.

- ✓ El sistema educativo de cualquier país tiene que asumir la responsabilidad de proveer el conocimiento estadístico en su ciudadanía. Esto requiere una revisión del estado de la educación y el adiestramiento estadístico en las escuelas, colegios y universidades; es esencial que se incluyan algunos métodos estadísticos en las primeras etapas del currículo escolar y como en toda rama de la enseñanza, nada puede sustituir a un maestro bien adiestrado y con experiencia.

Referencias

- Canavos George (1987). Probabilidad y estadística. editorial Mcgraw Hill, México.
- Fisher R.A (1966). The design of experiments. Oliver and Boyd, Edimburgo.
- Forté, E. N. (1998). The ariadne project: knowledge pools for computer based and telematic supported classical, open and distance education. paper presented at the aauc ariadne academic users group conference, Lucerna, Swítzerland.
- Hernández, Sampieri, Baptista (2010). Metodología de la investigación. Mcgraw Hill, México.
- Kish, Leslie (1980). Muestreo de encuestas, Editorial trillas.
- Maxin Paul S. (1999). Métodos cuantitativos, aplicados a las ciencias sociales. Oxford University, EE.UU.
- Montgomery, Douglas (1976), Design and analysis of experiments, Wiley, Nueva York.
- Ospina David (2001). Introducción al muestreo. Facultad de Ciencias, Universidad Nacional, Bogotá
- Polania P., Jaime (1998). Estadística Descriptiva, Métodos Básicos, USCO.
- Polanía, P., Jaime (2008). Usos e impacto de las tecnologías de información y comunicación en los procesos educativos en el área de Matemáticas y Estadística de la Universidad Surcolombiana. Estudio de caso.Universidad Virtual, Escuela de Graduados en Educación, Monterrey, México.

Webgrafia:

- ✓ www.colombiaaprende.edu.co
- ✓ www.dane.gov.co
- ✓ www.monografias.com
- ✓ www.jaimepolania.com
- ✓ http://lialcahe.wix.com/jaimepolaniaperdomo

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

CONFERENCIA

TÍTULO: Actuaría: La matemática del riesgo

NOMBRE AUTORES: Lina María Bedoya Mejia

AFILIACIÓN INSTITUCIONAL DE CADA AUTOR: Egresada del programa de Matemática con énfasis en Estadística

CORREOS ELECTRÓNICOS DE CONTACTO: lmbedoyam@unal.edu.co

RESUMEN:

A pesar de que la Actuaría es una carrera que tiene sus inicios en el siglo XV y ha crecido a pasos agigantados a nivel mundial, en Colombia es poco conocida. El objetivo principal de la conferencia es introducir al auditorio (estudiantes de la carrera, profesores, público en general) conceptos básicos relacionados con matemática actuarial.

PALABRAS CLAVE: Actuaría, Riesgo, Tabla de Mortalidad, Interés Técnico, Seguros, Pensiones, SOA, Reaseguro

REFERENCIAS

LEWIN Chris. 2007. Actuarial History.

HUERTAS Jaime A. 2001. Cálculo actuarial. Contingencias de vida individual.

FUNDACIÓN MAPFRE. 2010. Introducción al Reaseguro.

MORENO Luis G. Contingencia de Vida

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Análisis geofísico de La cueva del Tigre (Huila) mediante Ecuaciones Diferenciales Parabólicas (conferencia).

Arturo Argüelles
Área de Matemáticas
Facultad de Ciencias Básicas
Universidad Santiago de Cali, Cali, Colombia
e-mail: arturo.arguelles00@usc.edu.co
Viviana Burbano[1], Luisa F. Meza[1], Gustavo Garzón[1,2]
[1]Servicio Geológico Colombiano, Cali, Colombia
[1,2]Centro de Aplicaciones Fisicoquímicas en el Entorno, Cali, Colombia

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

Se reportan resultados numéricos para la distribución de temperaturas y concentraciones de gas radón al interior de la cueva del Tigre, localizada en el municipio de Yaguará, Huila.

Para la primera variable, se resolvió la ecuación del calor teniendo en cuenta la presencia de varios medios (aire y roca). Esto representa un reto principalmente en las interfaces entre ellos. El método empleado fue el de diferencias finitas para la parte espacial, combinado con Runge-Kutta para la dinámica [1]. Diversas condiciones de frontera se impusieron: En la parte exterior de la cueva, el aire cambia armónicamente entre 24 °C y 34 °C, imponiendo así unas condiciones de frontera tipo Dirichlet. En la parte interna, la roca y sus fracturamientos permiten el flujo de calor y como consecuencia la condición adecuada es tipo Neumann en los bordes internos del área de estudio. El presente análisis se resuelve por un tiempo calculado de un año para establecer la convergencia y termalización al interior de la caverna.

Para la segunda variable, usando datos puntuales de concentraciones de gas radón hasta de 544 pCi/L medidos en el sector más complejo del recorrido llevado a cabo

dentro de la cueva, se empleó el método iterativo de relajación para interpolar la distribución de concentraciones al interior de la cueva [2]. En este caso, se solucionó numéricamente una ecuación de Laplace donde la dificultad está en que la solución existe únicamente donde hay aire (fuera de la roca) y respetando las medidas obtenidas. Se han tenido en cuenta los contenidos isotópicos $\delta^{18}O$ y δD del agua encontrada en los sectores húmedo y seco de la cueva, lo cual es un indicativo de la presencia de agua meteórica filtrada por las fracturas de las rocas, tomando como referencia la línea meteórica global (SMOW) [3, 4].

Es de importancia resaltar que los cálculos se hicieron empleando computación de alto desempeño y que éstos son aplicables a entornos similares como otras cuevas o cavernas submarinas en donde las corrientes sean mínimas. Además que esta investigación consiste en el empleo de métodos matemáticos aplicados a condiciones específicas en ciencias de la tierra en entornos netamente colombianos.

Palabras claves

Matemática Aplicada, Métodos Numéricos, Ecuaciones Diferenciales, Geofísica

Referencias

[1] Jakubowska, Paulina y Sterzyński, Tomasz (2012), *Thermal diffusivity of polyolefin composites highly filled with calcium carbonate*, Polimery 57, nr 4, 271-275 pp.

[2] Kazem, Saeed y Dehghan, Mehdi (2017). *Application of finite difference method of lines on the heat equation*, Numer Methods Partial Differential Eq, DOI: 10.1002/num.22218.

[3] Young, David M y Rheinboldt, Werner (1971). *Iterative Solution of Large Linear Systems*, ISBN: 978-0-12-773050-9.

[4] Craig, H. (1961). *Isotopic variations in meteoric waters*, Science, 133 1702-1708 pp.

[5] Mook, W. (2002). *Isótopos ambientales en el ciclo hidrológico. Principios y aplicaciones.* Instituto Geológico y Minero de España. Madrid. ISBN 84-7840-465-1.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

CONFERENCIA

TÍTULO

Patrones de recurrencia en el juego del k-minó

NOMBRE AUTORES

César Andrés Morales(1), José Herman Muñoz(2) y Miguel Armando Rodríguez(3)

AFILIACIÓN INSTITUCIONAL DE CADA AUTOR

(1) Departamento de Física, Universidad del Tolima e Institución Educativa Francisco de Miranda, Rovira-Tolima.

(2) Departamento de Física, Universidad del Tolima.

(3) Departamento de Economía y Finanzas, Universidad del Tolima.

CORREOS ELECTRÓNICOS DE CONTACTO

camoralesr@ut.edu.co

jhmunoz@ut.edu.co

marodriguezm@ut.edu.co

RESUMEN:

En este trabajo se estudian dos generalizaciones al juego del dominó doble-6. En forma general se considera el juego del k-minó, P(k; n), el cual consiste en combinar de k en k los números del 0 al n. Con este enfoque y utilizando un procedimiento nuevo se encuentran patrones de recurrencia interesantes en función de los parámetros k y n para obtener el número de fichas y la suma de los puntajes de todas las fichas. En forma secuencial se estudia el dominó P(2; n), el triminó P(3; n), el tetraminó P(4; n) y el pentaminó P(5; n) para luego generalizar al P(k; n). Los resultados obtenidos se relacionan con el triángulo de Pascal y otros temas matemáticos como combinatorias, sucesiones y series de orden superior, matrices simétricas, tensores simétricos y grafos.

PALABRAS CLAVE: Dominó, Triángulo de Pascal, Sucesiones, Series.

REFERENCIAS

[1] Oller Marcén, A. M. (2005) Jugando con el dominó, en https://www.unizar.es/ttm/2005-06/domino.pdf, consultado el 12-Julio-2017, 8:00 a.m.

[2] Oller Marcén, A. M. (2006) Jugando con el dominó: taller de talento matemático, 4to. E.S.O., en: https://www.unizar.es/ttm/2005-06/presentaciondomino.pdf, consultado el 12-Julio-2017, 9:00 a.m.

[3] Lárez, H. (2009) Fórmula de conteo para un dominó de tres caras, Revista Notas de Matemática, **5**(2), No. 280: 35-41.

[4] González Prado, J. (2009) Dominó triangular, en: http://www.matesymas.es/wpcontent/uploads/2009/03/domir consultado el 15-Julio-2017, 7:00 a.m.

[5] Alba, R. (2008) Problema No. 1: Dominó/Dominó triangular, en: www.matesymas.es/problema-1-dominodomino-triangular/, consultado el 15-Julio-2017, 9:00 a.m.

[6] Marin Morales, J.; Muñoz Escolano, J. M.; Oller Marcén, A. M. (2009) Empleo didáctico de juegos que se matematizan mediante grafos. Una experiencia, Contextos Educativos **12**: 137-164.

[7] Oller Marcén, A. M.; Muñoz Escolano, J. M. (2006) Euler jugando al dominó, Revista SUMA **53**: 39-49.

[8] Rupérez Padrón, J. A.; Garcia Déniz, M. (2017) Dominó, dominó, dominique, NÚMEROS: Revista de Didáctica de las Matemáticas **94**: 123-131.

[9] Rupérez Padrón, J. A.; Garcia Déniz, M. (2017) Dominós orientales y otras variantes didácticas, NÚMEROS: Revista de Didáctica de las Matemáticas **96**: 119-133.

[10] Hans, J. A.; Muñoz, J.; Fernández-Aliseda, A. (Grupo Alquerque de Sevilla) (2012) Operaciones con las fichas del dominó, Revista SUMA **70**: 77-84.

[11] González Gutiérrez, F. J. (2004) Apuntes de Matemática Discreta. 14. Grafos. Universidad de Cádiz, en: http://www2.uca.es/matematicas/Docencia/ESI/1711003/Apuntes/Leccion14.pdf, consultado el 22-Julio-2017, 9:00 a.m.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

CONFERENCIA

TÍTULO

ZONA DE INCERTIDUMBRE EN LA GEOMETRIA DE UN CANAL USANDO LA PROPAGACION DEL ERROR

NOMBRE AUTORES

SANTIAGO DIAZ LOPEZ

JORGE KAZUO YAMAMOTO

AFILIACIÓN INSTITUCIONAL DE CADA AUTOR

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

CORREOS ELECTRÓNICOS DE CONTACTO

santidilo2@usp.br

jkyamamo@usp.br

RESUMEN:

Modelado geológico de depósitos fluviales son comúnmente construidos con técnicas de simulación estocástica basada en objetos. Esta aproximación es realizada por medio de geometrías idealizadas, combinando varias variables dentro de una misma cantidad que definen geométricamente el tamaño del objeto de canal. Por tanto, en este trabajo se propone el uso de la propagación del error aplicada a la geométrica del canal, en la determinación de una zona de incertidumbre. El formalismo matemático de la propagación del error aplicada a la geometría del canal es establecido, y verificado en dos diferentes modelos con posiciones relativas asumidas.

PALABRAS CLAVE:

Geoestadística; Propagación del Error; Incertidumbre; Modelado basado en Objetos.

REFERENCIAS

Deutsch, C. V., & Tran, T. T. (2002). FLUVSIM: a program for object-based stochastic modeling of fluvial depositional systems. *Computers & Geosciences*, 525-535.

Deutsch, C. V., & Wang, L. (1996). Hierarchical object-based stochastic modeling of fluvial reservoirs. *Mathematical Geology, 28*, 857-880.

Gundeso, R., & Egeland, O. (1990). SESIMIRA a new geologic tool for 3d modeling of heterogeneous reservoirs. *North Sea Oil and Gas Reservoirs II*, 360-371.

Guo, H., & Deutsch, C. V. (2010). Fluvial channel size determination with indicator variograms. *Petroleum Geoscience, 16*, 161-169.

Haldorsen, H. H., & Chang, D. M. (1986). Notes on stochastic shales: from outcrop to simulation model. *Academic Press*, 445-485.

Haldorsen, H. H., & Lake, L. W. (1984). A new approach to shale management in field-scale models. *SPE Journal*, 447-457.

Pyrcz, M., & Deutsch, C. V. (2014). *Geostatistical Reservoir Modeling* (2ª Edição ed.). Oxford University Press.

Pyrcz, M., Boisvert, J., & Deutsch, C. (2009). ALLUVSIM: A program for event-based stochastic modeling of fluvial depositional systems. *Computers & Geosciences, 35*, 1671-1685.

Wellmann, J. F., & Regenauer-Lieb, K. (2012). Uncertainties have a meaning: Information entropy as a quality measure for 3-D geological models. *Tectonophusics*, 207-216.

COMUNICACIONES

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

"TOPOLOGÍA" FRACTAL DESCENDENTE: UNA APLICACIÓN DE LA TOPOLOGÍA SUMA A ALGUNOS FRACTALES

Jaime A. Flórez S.
Departamento de Matemáticas
Universidad Del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: jaflorezs@ut.edu.co

Director: Arnold Oostra
Departamento de Matemáticas
Universidad Del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: noostra@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
2,3 y 4 de Mayo de 2018

Resumen

En las últimas décadas han surgido algunos estudios relacionados con la topología y los fractales. En 2007, Ben Adda propuso un modelo matemático para variedades fractales [1], que fue retomado en 2012 por Porchon, quien acuñó el término "topología fractal" [4]. En estas publicaciones la relación existente entre el término fractal y los fractales conocidos en acutalidad no era tan evidente como se podría esperar. Además, hacían uso de una llamada topología diagonal que en realidad resultó ser la topología suma [3].

El propósito que nos atañe es socializar uno de los resultados más relevantes del trabajo de grado titulado "Topología suma y aplicación a la topologia fractal" [3]: la topología fractal descendente. Esta adquiere su mayor relevancia al haber sido el marco para la construcción mediante la topología suma de modelos para algunos fractales conocidos como el Conjunto De Cantor y la Alfombra de Sierpinski, aterrizando la palabra "fractal" y redefiniendo además la "Topología fractal" de

Porchon como “Topología fractal ascendente”.

Para construir el concepto de topología fractal descendente, se propone recorrer el siguiente camino:

1. Topología suma.
2. Topología fractal -ascendente-
3. Topología fractal descendente.

Palabras claves

Topología, topología suma, topología fractal, topología fractal descendente.

Referencias

[1] F. Ben Adda (2007) “Mathematical Model for Fractal Manifold”, *International Journal of Pure and Applied Mathematics* **38** N°. 2, 155-186.

[2] N. Bourbaki (1989) *General Topology*. Berlin: Springer.

[3] J. Flórez (2017) *Topología suma y aplicación a la topología fractal*. Trabajo de grado. Ibagué: Universidad del Tolima.

[4] H. Porchon (2012) “Fractal Topology Foundations”, *Topology and its Applications* **159** N°. 14, 3156-3170.

[5] S. Willard (1970) *General Topology*. Reading (Massachusetts): Addison-Wesley.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Comunicación

TRANSPOSICIÓN DIDÁCTICA DE LOS PROBLEMAS DE LA PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA PARA LA FORMACIÓN DE DOCENTES EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.

JEISSON SNEYDER TORRES RODRIGUEZ
JUAN SEBASTIAN LUNA POLOCHE

UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS

JEISTRO@HOTMAIL.COM
JUANPOLOCHEPPC@GMAIL.COM

RESUMEN:
El cursillo está dirigido para docentes en formación de matemáticas y para el público interesado en los procesos de formación en estadística y probabilidad, en el cual se presentará el uso de estos (probabilidad y estadística) en contextos de la vida real, que abarca medios de comunicación formales, la perspectiva cultural que tiene un ciudadano del común respecto a este concepto. Así como la importancia del lenguaje respecto a este y la implicación de utilizar las palabras como: probable, posible, poco probable, improbable, entre otras.

Así mismo se destacará la importancia de usar la metodología resolución de problemas en el campo de las matemáticas escolares y como ésta incide de manera directa en la toma de decisiones, ya sea en un contexto de tipo económico, social y escolar. Con el fin de resaltar la importancia de la didáctica de la probabilidad y estadística a la hora de diseñar, planear, ejecutar e institucionalizar una actividad que aborde el tema central del cursillo.

Teniendo en cuenta lo anterior, se aplicará a los participantes del cursillo una situación problema donde pondrán en juego la toma de decisiones y su conocimiento matemático para solucionarla, luego de socializar las posibles respuestas e institucionalizar la actividad. Se

dará paso a realizar un análisis didáctico acerca de los obstáculos, errores y/o dificultades que se pueden presentar en la actividad y la importancia o reconocimiento del uso de palabras en la probabilidad y la estadística, en el análisis de situaciones cotidianas en donde interviene el azar, con el fin de poder reflexionar respecto al que hacer docente.

PALABRAS CLAVE: Espacio muestral, probabilidad, azar, toma de decisiones (es justo o no es justo), esperanza matemática.

REFERENCIAS:

Bonilla, M. (2001) pensamiento aleatorio y análisis exploratorio de datos; memorias tercer encuentro colombiano de matemática educativa (Colombia).

Batanero, C. (2006). Razonamiento probabilístico en la vida cotidiana: un desafío educativo. Universidad de granada (España).

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

On the existence of travelling wave solutions for an internal wave model

Gilberto Arenas Díaz
Escuela de Matemáticas
Universidad Industrial de Santander
Bucaramanga, Colombia
e-mail: garenasd@uis.edu.co

José R. Quintero
Departamento de Matemáticas
Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: jose.quintero@correounivalle.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Abstract

There has been a huge and growing interest from mathematicians and physicists since the last two decades of the nineteen century in studying the simplest solutions for a dispersive model, known today as travelling waves (permanent waves). As it is well known, these type of special solutions appear in quite different fields like fluid mechanics, acoustics, optics, oceanography, among others. In particular, we know that there are travelling waves in liquid, gaseous, solid, electric current, atmospheres of planets, crystals, electromagnetic fields, plasmas, nervous networks, glass fibers, for example. Moreover, this type of special wave solutions can also appear at the interface between two layers of immiscible fluids of different densities.

In this talk, we will derive a new Benjamin-Ono type system of higher order of dispersion to describe the propagation of a weakly nonlinear internal wave propagating at the interface of two immiscible fluids with constant densities, which at rest are contained in a long channel with a horizontal rigid bottom and top, and the thickness of the lower layer is assumed to be effectively infinite. We also will apply

the positive operator theory introduced originally by Krasnosel'skii [4], [5] to prove the existence of solitary wave solutions to the derived system. Following the ideas by T.B. Benjamin et al. for some scalar dispersive equations (see [6]), J. Quintero and J. Muñoz for the Benjamin-Ono type system (see [2]), and H. Chen in the context of a scalar dispersive-type equations in a periodic domain (see [7]).

Keywords

Internal waves, fixed point, positive operator, solitary wave solutions.

Referencias

[1] J. Muñoz-Grajales, Existence and numerical approximation of solutions of an improved internal wave model, Math. Model. Anal. 19 (3) (2014) 309–333. doi:10.3846/13926292.2014.924039.

[2] J. Quintero, J. Muñoz-Grajales, Solitary waves for an internal wave model, Discrete Contin. Dyn. Syst. 36 (10) (2016) 5721–5741. doi:10.3934/dcds.2016051.

[3] F. Pipicano, J. Muñoz-Grajales, Existence of periodic travelling wave solutions for a regularized Benjamin-Ono system, J. Diff. Eq. 259 (12) (2015) 7503–7528. doi:10.1016/j.jde.2015.08.030.

[4] M. Krasnosel'skii, Positive solutions of operator equations, ed. L.F. Boron: P. Noordhok Ltd., Groningen, 1964. doi:10.1137/1008029.

[5] M. Krasnosel'skii, Topological methods in the theory of nonlinear integral equations, ed. J. Burlak, NY, USA: Pergamon Press., 1964. doi:10.1002/zamm.19640441041.

[6] T. Benjamin, J. Bona, D. Bose, Solitary-wave solutions of nonlinear problems, Philos. Trans. Roy. Soc. London A: Math., Phys. Eng. Sci. 331 (1617) (1990) 195–244. doi:10.1098/rsta.1990.0065.

[7] H. Chen, Existence of periodic travelling-wave solutions of nonlinear, dispersive wave equations, Nonlinearity 17 (2004) 2041–2056. doi:10.1088/0951-7715/17/6/003.

[8] A. Granas, The Leray-Schauder index and fixed point theory for arbitrary ANRs, Bull. Soc. Math. Fr. 100 (1972) 209–228. doi:10.24033/bsmf.1737.

[9] The Bateman Manuscript Project, California Institute of Technology, Ed. A. Erdeélyi, McGraw-Hill, New York, 1954.

[10] E. Tuck, On positivity of Fourier transforms, Bull. Austral. Math. Soc. 74 (2006) 133–138. doi:10.1017/S0004972700047511.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Mixtura de dos distribuciones de frecuencia Panjer para modelar el número de reclamaciones comunicación

Bibiana Riaño Gaona
Departamento de Estadística
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
e-mail: nubrianoga@unal.edu.co

José Alfredo Jiménez Moscoso
Departamento de Estadística
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
e-mail: josajimenezm@unal.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

Un siniestro es la ocurrencia de un evento que está amparado por una póliza de seguros, luego es importante, para una empresa aseguradora conocer qué distribución tiene el número de reclamos que se presentan durante un periodo de tiempo fijo, es decir, de un conjunto de pólizas cuyos riesgos están cubiertos por una entidad aseguradora, cuál es la probabilidad de que se genere 0, 1,...,n reclamaciones.

En esta ponencia se presentará el contexto histórico y aplicación de la mixtura de dos distribuciones de frecuencia Panjer, para modelar el número de siniestros que son reportados en una empresa de seguros. Identificando las principales propiedades de la distribución Panjer, tales como, la esperanza, la varianza, los momentos factoriales y la función de máxima verosimilitud asociados, con el fin de estimar los parámetros de la mixtura, finalmente la mixtura es implementada en el software estadístico R.

Palabras claves

Mixtura de distribuciones, Familia de distribuciones Panjer, Momentos factoriales, Pruebas de bondad de ajuste.

Referencias

[1] Katz, Leo (1946). *On the class of functions defined by the difference equation* $(x+1)f(x+1) = (a+bx)f(x)$, Annals of Mathematical Statistics, 17, 501-501 pp.

[2] Katz, Leo (1965). *Unified treatment of a broad class of discrete probability distributions*, Classical and Contagious Discrete Distributions, 1, 175-182 pp.

[3] Singer, James (1938). *A Theorem in finite projective geometry and some applications to number Theory*, Transactions of the American Mathematical Society, 43, 377-385 pp.

[4] Panjer, Harry H (1981). *Recursive evaluation of a family of compound distributions*, ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA, 12, 22-26 pp.

[5] Sundt, Bjørn and Jewell, William S (1981). *Further results on recursive evaluation of compound distributions*, ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA, 12, 27-39 pp.

[6] Cohen Jr, A Clifford (1965). *Estimation in mixtures of Poisson and mixtures of exponential distributions*

[7] Escalante Coterio, César (2006). *Distribuciones clase (a, b) y algoritmo de Panjer*, Matemáticas: Ensenanza Universitaria, 14.

[8] Jiménez,José A. and Moreno, Luis G. (2017). *Introducción estadística del Riesgo*, Universidad Nacional de Colombia.

[9] Jiménez,José A. and Moreno, Luis G. (2013). *Una relación entre la distribución de Hofmann y distribución de Panjer*, Revista Integración,31,59-67 pp.

[10] Mendenhall, W and Scheaffer, R and Wackerly, D. (2008). *Estadística Matemática con Aplicaciones, 7ma*, Edición Grupo Editorial Iberoamérica.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

EL PAPEL DEL SIMBOLISMO EN EL DESARROLLO DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

Hernando Gutierrez Hoyos
Adscrito al programa de licenciatura en Matemáticas
Universidad Surcolombiana, Neiva, Colombia
e-mail: herguho@usco.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

El proceso de humanización de los primeros Homínidos estuvo estrechamente relacionado con las diferentes formas de comunicación y los medios empleados para hacerlo. Del simbolismo mas intuitivo y elemental a los lenguajes formales y complejos que constituyen los idiomas, van los caminos que recorren la historia del género humano.

En el caso específico de la matemática, resulta fundamental para su conocimiento y comprensión dimensionar el papel que en su evolución, desarrollo y sistemetización, ha jugado el simbolismo que de la muesca o la raya empleadas para representar la unidad pasó a las complejas símbolos que constituyen los actuales lenguajes formales.

Con seguridad que es éste un tema apasionante para motivar entre nuestros estudiantes no sólo la reflexión sobre el proceso historico de la construcción del conocimiento matemático sino la comprensión didáctica de su naturaleza.

Palabras claves

Simbolismo; intuición; naturaleza; lenguaje formal, conocimiento matemático.

Referencias

[1] Bell, E.T; Historia de las Matemáticas, Fondo de cultura económica México D.F, 1949.

[2] Blom, Philipp; Encyclopédie; Editorial Anagrama, Barcelona, España. 2007.

[3] Boyer, Carl; Historia de la Matemática, Editorial Alianza, Madrid, España, 1986.

[4] Collette, Jean Paul; Historia de las Matemáticas, Editorial Siglo XXI, Madrid España, 1985.

[5] D'Amore, Bruno; T. Bagni, Giorgio; Leonardo y la Matemática; Cooperativa Editorial Megisterio, Bogotá, Colombia, 2007.

[6] Espinosa, Germán; La aventura del Lenguaje; Editorial Planeta, Bogotá D. C, Colombia 1992.

[7] Gorski, D. P. Pensamiento y Lenguaje; Editorial Grijalbo, S.A., México, D.F, 1966.

[8] Kaplan, Robert; Una Historia Natural del cero, Editorial Océano, México, 1999.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Modelos de regresión semiparamétrica usando errores skew-normales

Wilmer Pineda-Ríos
Facultad de Estadística
Universidad Santo Tomas, Bogotá, Colombia
e-mail: wilmerpineda@usantotomas.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

En esta charla se propone la inferencia Bayesiana para modelos con errores skew normal, en los que la componente sistemática incluye vectores de variables explicativas, con y sin errores de medición, así como efectos no lineales que se aproximan mediante el uso de B-splines. Para tomar muestras de la distribución posterior de los parámetros del modelo, se proponen métodos basados en la metodología MCMC, más concretamente, el algoritmo de Metropolis ajustado. El rendimiento de este algoritmo se evalúa a través de simulaciones. La metodología propuesta se aplica a un conjunto de datos reales, que muestra que ignorar la posible asimetría de los errores de medición (es decir, analizar los datos utilizando la metodología tradicional) puede llevar a conclusiones erróneas.

Palabras claves

Modelos semiparamétricos, MCMC, distribución skew normal

Referencias

[1] Arellano-Valle, R. B., Ozan, S., Bolfarine, H., & Lachos, V. H. (2005). *Skew normal measurement error models*. Journal of Multivariate Analysis, 96(2), 265-281.

[2] Gelman, A., Carlin, J. B., Stern, H. S., Dunson, D. B., Vehtari, A., & Rubin, D. B. (2014). *Bayesian data analysis*. Boca Raton, FL: CRC press.

[3] Hastie, T., & Tibshirani, R. (1990). *Generalized additive models*. John Wiley & Sons, Inc..

[4] Rondón, L. M., & Bolfarine, H. (2017). *Bayesian analysis of flexible measurement error models*. Brazilian Journal of Probability and Statistics, 31(3), 618-639.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

G-Diferenciabilidad de funciones localmente Lipschitz en espacios de Banach

Andrés Felipe Muñoz Tello
Departamento de Matemáticas
Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: andres.felipe.munoz@correounivalle.edu.co

Facultad de Ciencias Básicas
Universidad Santiago de Cali, Cali, Colombia
e-mail: andres.munoz00@usc.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

En el siglo pasado Phelps en [?] enuncia y demuestra un teorema en el cual utiliza la derivada de Gâteaux sobre funciones localmente Lipschitz definidas en espacios de Banach separables, mostrando que la existencia de la G-derivada de estas funciones estaba limitada al complemento de un conjunto de medida gaussiana nula. En la actualidad, esto plantea varios interrogantes al respecto, uno de ellos en particular: Es posible extender este resultado a espacios no separables?. En esta charla se mostrarán cuales son los elementos necesarios para afrontar este interrogante, mostrando otros resultados de interés, provenientes de modificar otras hipótesis del mismo teorema.

Palabras claves

G-diferenciación, funciones localmente Lipschitz, medidas gaussianas, espacios separables y no separables.

Referencias

[1] Aronszajn, N. (1976). *Differentiability of Lipschitzian mappings between Banach spaces.* Studia Math., No. 57, 147-190.

[2] Bongiorno, D. (2014). *Metric differentiability of Lipschitz maps.* J. Aust. Math. Soc., 96, 25-35.

[3] Phelps, R. R. (1978). *Gaussian Null Sets and Differentiability of Lipschitz map on Banach Spaces.* Pacific Juornal of Mathematics, Vol. 77, No. 2, 523-531.

[4] Penot, J.P. (2013). *Calculus Without Derivatives.* Springer, New York.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Grupoides

Víctor Marín
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia e-mail: vemarinc@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

En esta charla presentamos la noción de grupoide desde dos puntos de vista: uno categórico y el otro algebraico. Mostramos que las dos definiciones son equivalentes, presentamos algunas propiedades e ilustramos con algunos ejemplos.

Palabras claves

Grupoide, equivalente, algebraico.

Referencias

[1] Bagio, D. (2011). *Partial actions of inductive groupoids on rings*, Intern. J. Game Theory Algebra, 20, pp: 33-47.

[2] Bagio, D. and Paques A. (2012). *Partial Groupoid actions: Globalization, Morita Theory, and Galois Theory*, Comm. Algebra, 40, pp:3658-3678.

[3] Flores, D. (2011). *Ação de Grupóides sobre Álgebras: Teoremas de Estrutura*, PhD Thesis, UFRGS, Brazil.

[4] Lawson, M. V. (1998). *Inverse Semigroups. The Theory of Partial Symmetries*, World Scientific Pub. Co, London.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Biharmonic Hypersurfaces in Complete Riemannian Manifolds, ponencia

S. Carolina García-Martínez
Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá, Colombia
e-mail: sacgarciama@unal.edu.co
Luis Alías
Facultad de Matemáticas
Universidad de Murcia, Murcia, España
e-mail: ljalias@um.es
Marco Rigoli
Dipartimento di Matematica
Università degli Studi di Milano, Milan, Italy
e-mail: marco.rigoli@unimi.it

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

According to a definition given by Chen [4], an isometrically immersed oriented hypersurface in Euclidean space, $\varphi : M \to \mathbb{R}^{m+1}$ is biharmonic if its mean curvature vector field $\boldsymbol{H}$ satisfies $\Delta \boldsymbol{H} = 0$, where Δ denotes the Laplacian on M. It is well known that for submanifolds of Euclidean space, $m\boldsymbol{H} = \Delta\varphi$. Hence, for any fixed unit vector $\boldsymbol{a}$ of $\mathbb{R}^{m+1}$

$$m\Delta \langle \boldsymbol{H}, \boldsymbol{a} \rangle = \Delta^2 \langle \varphi, \boldsymbol{a} \rangle \qquad (1)$$

and the hypersurface is biharmonic if and only if each component of φ is a biharmonic function. Chen [4], [5] conjectured that a biharmonic hypersurface (in fact any biharmonic submanifold) of $\mathbb{R}^{m+1}$ is minimal, the converse being true. This statement is of a local nature and the conjecture holds for hypersurfaces in $\mathbb{R}^3$ and $\mathbb{R}^4$. However,

in general, it has been shown to be true only under some additional assumptions, sometimes of a global nature ([1] and [6]).

This problem can be considered in a more general perspective. Indeed, let (M, g) and (N, h) be Riemannian manifolds and $\varphi : (M, g) \to (N, h)$ a smooth map. Then φ is a biharmonic map if and only if the bitension field vanishes identically. At this point one easily verifies that a biharmonic hypersurface in $\mathbb{R}^{m+1}$ in the sense of Chen is exactly a biharmonic hypersurface as defined in this more general setting. The Chen's conjecture has been generalized to the following [3], [7]:

> *Let $\varphi : (M, g) \to (N, h)$ be an isometric immersion into a Riemannian manifold of non-positive sectional curvature. If φ is biharmonic then it is minimal.*

This new conjecture has been shown to be true if M is compact or if H is constant, but false in general. In this talk, we consider the above problem restricting ourselves to complete non-compact biharmonic hypersurfaces. Our results can be found in the paper [2].

Palabras claves

biharmonic hypersurface, bitension field, minimal.

References

[1] K. Akutagawa and S. Maeta, *Biharmonic properly immersed submanifolds in the Euclidean spaces*, Geom. Dedicata, 163, 351–355pp.

[2] L. J. Alías, S. C. García-Martínez, and M. Rigoli (2013). *Biharmonic hypersurfaces in complete Riemannian manifolds*, Pacific Journal of Mathematics, 263, 1–12pp.

[3] R. Caddeo, S. Montaldo, and C. Oniciuc, (2001). *Biharmonic submanifolds of S^3*, Internat. J. Math., 12 , 867–876pp.

[4] B.Y. Chen (1991). *Some open problems and conjectures on submanifolds of finite type*, Soochow J. Math., 17, 169–188pp.

[5] B.Y. Chen (1996). *A report on submanifolds of finite type*, Soochow J. Math., 22, 117–337pp.

[6] N. Nakauchi and H. Urakawa (2011). *Biharmonic hypersurfaces in a Riemannian manifold with non-positive Ricci curvature*, Ann. Global Anal. Geom., 40 , 125–131.pp.

[7] R. Caddeo, S. Montaldo, and C. Oniciuc (2002) *Biharmonic submanifolds in spheres*, Israel J. Math. 130 , 109–123pp.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Una mirada al problema de deserción en el programa de Economía en la Universidad del Tolima 2010 a 2016

Miguel Armando Rodríguez Marquez [1], Diana Carvajal Cocoma[2], Alfonso Sanchez Hernandez[3] y Miguel Alejandro Rodriguez Rivera[4]

[1] y [2] Departamento de Economía y Finanzas, Universidad del Tolima.
[3] Departamento de Matemáticas con énfasis en Estadística, Universidad del Tolima y [4] Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Ibagué.

marodriguezm@ut.edu.co
djcarvajalc@ut.edu.co
asanchez@ut.edu.co
miguel1999_alejandro@hotmail.com

RESUMEN:

El propósito del presente trabajo es realizar una caracterización de la deserción mediante metodología multivariada, con base en modelos aplicados a las variables sociales, culturales y académicas asociados de la deserción estudiantil en el programa de Economía de la universidad del Tolima durante el periodo 2011-2015. En el trabajo se consolida base de datos con información primaria, y a partir de esta línea base se realiza caracterización, evaluación y seguimiento de los factores que inciden en la deserción en los programas de pregrado en la modalidad presencial y de distancia de la Universidad del Tolima.

Los resultados del trabajo se socializan en el programa, para sus fines pertinentes en relación a planes y estrategias a seguir con el fin de trazar y consolidar políticas a implementar orientadas a disminuir los índices de deserción en la Universidad del Tolima.

PALABRAS CLAVE: Caracterización, deserción, Multivariado, Línea base.

REFERENCIAS

[1] Attinasi, L. C. (1986), "*Gettig in: Mexican American Student's perceptions of their collage-going behavior with implications for their freshman year persistence in the University".* ASHE, 1986 Annual Meeting Paper, San Antonio, TX, EE.UU. (ERIC No 268869).

[2] Bean J (1985), "*Interaction effects based on class level in an explanatory model of college student dropout syndrome*", American Educational Research Journal, 22 (1), pp. 35-64.

[3] Boshier, R. (1973), "*Educational participation and Dropout: a Theoretical Model.*" Adult Education, 23 (4), 255-282.

[4] Caicedo C., Guarino (2005). "*Alto porcentaje de deserción universitaria; Estadística alcanza el 52%".* COLOMBIA, El Diario La Prensa, Junio 20 de 2005 p.14.

[5] Cuadras, C. M., (2014). *"Nuevos Métodos de Análisis Multivariante".* CMC Editions, Barcelona, España.

[6] Díaz Luis Guillermo (2002), "Estadística Multivariada: inferencia y métodos", Universidad nacional de Colombia.

[7] Díaz Monroy L. G. y Morales Rivera M. A. (2010), "*Análisis estadísticos de datos multivariados*". Universidad Nacional de Colombia.

[8] Ethington, C. A. (1990), "*A psychological model of student persistence*", Research in Higher Education, 31 (3). Pp. 266-269.

[9] Fishbein, M. Y Ajzen, I. (1975). "*Belief, Attitude, intention and behavior: An Introduction to theory and Research*", Addison-Wesley, Reading, MA, EE.UU.

[10] Grosset, J. M. (1991), "*Patterns of integration, commitment, and student characteristics, and retention amog yunger and older students*", en Research in Higher education, ***32 (2),*** pp. 159-178.

[11] Hackman, J. Y Dysinger, W. S. (1970), "Commitment to College as a Factor in Student Attrition." Sociology of Education, 43 (3), 311-324.

[12] SPDIES (2015), "*Permanencia y graduación: una propuesta por la equidad en educación superior",* Boletín Educación Superior en cifras. Colombia.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Profecia de Leibniz

Octavio Montoya
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibague, Colombia
e-mail: omontoyam@ut.edu.co

Departamento Matemáticas
Universidad del Tolima, Ibague, Colombia
e-mail: temail institucional

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

Se presenta la derivada fraccionaria sus propiedades y algunas aplicaciones.
En septiembre de 1695, Leibniz manifesto:
"Es posible que exista la derivada fraccionaria. Se que no hay paradoja sin utilidad. Pienso que este pequeño asunto en si mismo podría tener hermosas consecuencias".

Palabras claves

Derivada fraccionaria.

Referencias

[1] A. C. McBride and G. F. Roach (1985) Fractional Calculus, University of Stratchclyde, Glasgow, August 1984 (Pitman Advanced Publishing Program)

[2] Anton Lombardero Ozores (2014), Cálculo fraccionario y Dinámica newtoniana, Revista:Pensamiento matemático, vol. iv, número 1.

[3] A., Krug (1890), Theorie der Derivationen, Wien Denkenschr., Math. Natur-wissensch. Classe, 57, 151-228.

[4] Bajlekova, Emilia Grigorova (2001), Fractional Evolution Equation in Banach Space.

[5] B. Bonilla Paz, AA Kilbas (2003), Cálculo fraccionario y ecuaciones diferenciales fraccionarias, e-spacio.uned.es

[6] Caffareli Luis, Allen Marc, Vasseur Alexis (2016) A parabolic problem with a fractional time derivative.

[7] Carvalho Neto,Paulo Mendes (2013), Fractional differential Equation: A novel study of local end gloval solutions in Banach Space.

[8] D. Usero, L. Vázquez, T. Pierantozzi (2006), From a Fractional Mechanical Model to a Fractional Generalization of the Dirac Equation fdi.ucm.es

[9] D. F. Gregory (1841), Examples of the Processes of the Differential and intgral Calculus, Deighton, Cambridge, p 350.

[10] E. R. Love (1972), Two index laws for fractional integrals and derivatives, J Aust. Math. Soc., 114, 385-410.

[11] G. W. Leibniz (1695), Letter from Hanover, Germany, to G. F. A. LHopital, September 30, 1695, in Mathematische Schriften, 1849; reprinted 1962 Olms Verlag, Hildesheim, Germany, 2, 301-302.

[12] G. W. Leibniz (1695), Letter from Hanover, Germany, to Johann Bernoulli, December 28, 1695, in Mathematische Schriften, 1849; reprinted 1962 Olms Verlag, Hildesheim, Germany, 3, 226.

[13] G. W. Leibniz (1697), Letter from Hanover, Germany, to John Wallis, May 28, 1697, in Mathematische Schriften, 1849; reprinted 1962 Olm Verlag, Hildesheim, Germany, 4, 25.

[14] H. R. Greer (1858), On fractional differentiation, Quart. J. Pure Appl, Math 3, 327-330.

[15] H. Weyl (1917), Bemerkungen zum Begriff des Differentialquotienten gebrochener Ordnung Vierteljahresschr. Naturforsch. Ges. Zurich, 62, 296.302.

[16] J.T. Machado (2013), Fractional Calculus: Application in modeling and control - Integral methods in science and engineering, Springer.

[17] JT Machado, AM Galhano, JJ Trujillo (2013), Science metrics on fractional calculus development since 1966 - Fractional Calculus and Applied, Springer

[18] JT Machado (2015), Numerical calculation of the left and right fractional derivatives - Journal of Computational Physics, Elsevier

[19] Kilbas, A.A., Srivastava, H. M., Trujillo, J. (2006). Theory and Applications of Fractional Differential Equations, Elsevier, Amsterdam.

[20] K. S. Miller and B. Ross (1993), An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations, A Wiley- Interscience Publicarion, John Wiley and Sons, Inc, New York.

[21] K. Nishimoto (1991), Fractional Calculus, Vols I-IV, Descartes Press, New York.

[22] L. Euler (1738), De progressionibus transcendentibus, sev quarum termini generales algebraice dari nequeent, commentarii Academicae Scientiarum Imperialis Scientiarum Petropolitanae 5 P 55.

[23] L. Vázquez, RV Mendes (2003), Fractionally coupled solutions of the diffusion equation - Applied Mathematics and Computation, Elsevier

[24] L. Vázquez Martínez (2005), Ecuaciones no locales y modelos fraccionarios - Revista de la Real Academia de la ciencia, europa.sim.ucm.es

[25] L. Vázquez Martínez (2004), Una panorámica del Cálculo Fraccionario y sus aplicaciones - Revista de la Real Academia de Ciencias, europa.sim.ucm.es

[26] L. Vázquez, J Trujillo, M Pilar Velasco (2011), Fractional heat equation and the second law of thermodynamics - Fractional Calculus and degruyter.com

[27] M. Caputo, M Fabrizio (2015), A new definition of fractional derivative without singular kernel - Progr. Fract. Differ. Appl, icpas.m.naturalspublishing.com.

[28] M.Guía-Calderón, M., Rosales-García, J. J., Guzmán Cabrera, R., González-Parada, A. Álvarez Jaime, J. A. (2015). El cálculo diferencial e integral fraccionario y sus aplicaciones. Acta Universitaria, 25(2), 20-27. doi: 10.15174/au.2015.688

[29] MP Lazarevic, RR Milan, BS Tomislav (2014), Introduction to fractional calculus with brief historical background Adv. Top. Appl. Fractional Calculus, wseas.us

[30] N. H. Abel (1881), Solution de quelques problemes a láide díntegrales definies, Oeuvres Completes, Vol 1 Grondahl, Christiania, Norway, pp 16-18.

[31] Oldham & Spanier, (1936), Differential $\mathcal{E}$ Integral Calculus, Volume II, p 221

[32] Oldham & Spanier, (1930), Generalized differentiation, Trans Amer. Math. Soc. 32, 723-781

[33] Oldham & Jerome Spanier (1974), The Fractional Calculus: Theory and applications of differentiarion $\mathcal{E}$ integration to arbitrary order.

[34] P. A. Nekrassov (1888), General differentiation, Moscow mat. Sb., 14, 45-168.

[35] P., Kelland (1839), On general differentiation, Trans. Roy. Soc. Edinburgh, 14, 567-618.

[36] P., Kelland (1846), On general differentiation, Trans. Roy. Ediburgh 16, 241-303.

[37] R., Bagley (1990), On the fractional order initial value problem and its engineering applications, Proceedings of the International Conference on Fractional Calculus and Its Applications, College of Engineering, Nihon University, Tokyo, May-June 1989, pp 12-20

[38] R., Bagley and P. J. Torvik (1986), On the fractional calculus model of visoelastic behavior, J. Rheol., 30, 133-155.

[39] R. Bertram (1975), Fractional Calculus and Its Applications Springer International Conference on Fractional Calculus and Its Applications, College of Engineering, Nihon University, Tokyo, May-June 1989, pp 12-20

[40] R. Courant (1936), Differential $\mathcal{E}$ Integral calculus.

[41] R., Gorenflo and S. Vessella (1839), Abel Integral Equations, Springer-Verlag New York.

[42] R. Magin, X Feng, D Baleanu (2008), Fractional calculus in NMR - IFAC Proceedings Volumes, Elsevier.

[43] R. S. Guillermo (2010), Introducción al Análisis Funcional, Colección libros de Texto, Universidad del Valle, Cali (Colombia)

[44] S. F. Lacroix (1819), Traité du calcul differentiel et du calcul integral, 2nd ed., Courcier, Paris, pp. 409-410

[45] Sanchez, Jose Manuel (2011), Génesis del desarrollo del cálculo fraccional.

[46] S. S. Greatheed (1839), On general differentiation, Cambridge Math J., 1 11-21, 109-117.

[47] T. J. Osler (1970), Leibniz rule for fractional derivatives generalized and an application to infinite series, SIAM J. Appl. Math., 18, 658.674.

[48] Tom. M. Apostol (1977), Calculus, Volumen I, Editorial Reverté, S. A.

[49] Wheeler Nicholas (1997), Construction & Physical Application of the Fractional Calculus, Reed College Physics Department, Febrary.

[50] VE Tarasov (2008), Weyl quantization of fractional derivatives - Journal of Mathematical Physics, aip.scitation.org

[51] VE Tarasov (2010), Fractional Integration and Fractals - Fractional Dynamics, Springer

[52] W. Rudin (1979), análisis funcional, Editorial Reverté, S. A.

[53] Y Povstenko (2015), Essentials of Fractional Calculus - Fractional Thermoelasticity, Springer

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Modelamiento del valor de la acción de Ecopetrol a través de Modelos de Regresión Lineal Dinámica

Dagoberto Bermúdez Rubio
Facultad de Estadística
Universidad Santo Tomás, Bogotá, Colombia
e-mail: dagobertobermudez@usantotomas.edu.co

Wendy Dayanna Mendoza Bautista
Facultad de Estadística
Universidad Santo Tomás, Bogotá, Colombia
e-mail: wendy.mendoza@usantotomas.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

Ecopetrol S.A es una compañía estatal clasificada como la más grande de Colombia, y según la revista Forbes se encuentra en el puesto 114 entre las empresas más grandes del mundo, y es la segunda empresa petrolera más grande de Latinoamérica por detrás de Petrobras. Desde el 23 de septiembre del 2007, Ecopetrol presentó su primera oferta pública de acciones en el mercado de valores de Colombia, batiendo un récord debido a que en el primer minuto cerca de medio millón de colombianos del 95 % de los municipios del país compraron acciones, luego el 12 de septiembre de 2008 logró la autorización para iniciar la venta de sus acciones en la Bolsa de New York, y en julio del 2011 lanzó una segunda emisión de acciones por un importe de 2.500 billones de pesos. El objetivo de este trabajo es ajustar un modelo que permita realizar pronósticos del valor de la acción de Ecopetrol en función de algunas covariables como: el valor del barril de petróleo en la Bolsa de New York y el precio internacional del gas natural, la información a analizar fue observada desde el inicio de la emisión de la acción hasta el 31 de marzo del 2017, para este propósito se va a emplear un Modelo de Regresión Lineal Dinámica cuya principal característica es

que sus parámetros varían probabilísticamente en el tiempo, y la estimación de éstos se realiza a través de la inferencia bayesiana vía simulación por métodos de cadenas de Markov Montecarlo.

Palabras claves

Modelos dinámicos, Ecopetrol, estadística bayesiana

Referencias

[1] Bermúdez Rubio, D.(2012) Modelamiento Bayesiano de caudal y precipitación aplicando modelos dinámicos y procesos de Poisson no homogéneos (Repositorio, Universidad Nacional de Colombia).

[2] Petris, G., Petrone, S., and Campagnoli, P. (2009). Dynamic linear models. In Dynamic Linear Models with R (pp. 31-84). Springer, New York, NY.

[3] West, M., Harrison, P. J., and Migon, H. S. (1985). Dynamic generalized linear models and Bayesian forecasting. Journal of the American Statistical Association, 80(389), 73-83.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Control de la bifurcación de Hopf en una familia de sistemas tipo-Lorenz

Pablo Emilio Calderón Saavedra

Universidad del Tolima

pecalderon@ut.edu.co

Evodio Muñoz Aguirre

Universidad Veracruzana

evmunoz@uv.mx

Jorge Álvarez Mena

Universidad Veracruzana

joalvarez@uv.mx

RESUMEN: En esta ponencia se aplica control en la bifurcación de Hopf en una familia de sistemas dinámicos tipo Lorenz. Para este propósito se verifica que los sistemas presentan bifurcación de Hopf supercrítica (subcrítica), se proponen unas clases de leyes de control con retroalimentación con las que se perturban los sistemas y se indican las leyes de control para las cuales los sistemas perturbados presentan bifurcación de Hopf subcrítica (supercrítica).

PALABRAS CLAVE: Sistemas tipo Lorenz, Bifurcación de Hopf, Control de la Bifurcación de Hopf.

REFERENCIAS

1. Kuznetsov, Yuri: Elements of applied bifurcation theory, third edition, Springer, New York (2004).
2. Algaba, A., Dominguez, M.: Study of the hopf bifurcation in the Lorenz, Chen and Lu systems. Nonlinear Dyn. 79, 885-902 (2015).
3. Calderón, P.E., Muñoz, E., Alvarez, J.: Tratamiento analítico de la bifurcación de hopf en una extensión del sistema de Lu. RMTA, 25(1), 29-40 (2018).
4. Yu, P., Lu, J.: Bifurcation control for a class of Lorenz-like systems. Inter. Journal of bifurcation and Chaos. 21, No. 9, 2647-2664 (2011).
5. Calderón, P.E., Muñoz, E., Alvarez, J.: Control de la bifurcación de Hopf en un sistema tipo Lorenz. Sometido a publicación. (2018).

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Superficies L_1-2-tipo en $\mathbb{S}^3$ y $\mathbb{H}^3$, ponencia

H. Fabian Ramirez-Ospina
Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá, Colombia
e-mail: hframirezo@unal.edu.co
Pascual Lucas
Facultad de Matemáticas
Universidad de Murcia, Murcia, España
e-mail: plucas@um.es

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

En esta charla estudiaremos las superficies L_1-2-tipo inmersas en la esfera unitaria $\mathbb{S}^3$. Estas superficies están caracterizadas por la siguiente descomposición espectral de su vector posición ψ:

$$\psi = \psi_0 + \psi_1 + \psi_2, \qquad L_1\psi_1 = \lambda_1\psi_1, \qquad L_1\psi_2 = \lambda_2\psi_2, \qquad \lambda_1 \neq \lambda_2$$

donde ψ_0 es un vector constante en $\mathbb{R}^4_q$, y ψ_1, ψ_2 son funciones no constantes diferenciables en M^2, $\mathbb{R}^4_q$-evaluadas.

Adicionalmente, demostraremos que una superficie orientable L_1-2-tipo en $\mathbb{S}^3$ es ó un abierto de un producto riemanniano estándar de la forma $\mathbb{S}^1(\sqrt{1-r^2})\times\mathbb{S}^1(r)$, ó es de curvatura media no constante, curvatura gaussiana no constante, y curvaturas principales no constantes (véase [6]).

Palabras claves

Superficie; Superficie esférica; Superficie hiperbólica; Operador L_1 de Cheng-Yau; Superficies L_1-tipo-finito; Superficie L_1-biarmónica; Transformación de Newton.

References

[1] L.J. Alías & N. Gürbüz (2006). *An extension of Takahashi theorem for the linearized operators of the higher order mean curvatures*, Geom. Dedicata, 121, 113–127pp.

[2] M. Aminian & S.M.B. Kashani (2015) *L_k-biharmonic hypersurfaces in the Euclidean space*, Taiwanese J. Math. **19** , 861–874pp.

[3] B.Y. Chen (1996). *A report on submanifolds of finite type*, Soochow J. Math., 22 , 117–337pp.

[4] Th. Hasanis & Th. Vlachos (1991). *A local classification of 2-type surfaces in S^3*, Proc. Amer. Math. Soc., 112 , 533–538pp.

[5] P. Lucas, & H.F. Ramírez-Ospina. *Hyperbolic surfaces of L_1-2-type*, Bulletin of the Iranian Mathematical Society, 2016, Aceptado.

[6] P. Lucas, & H.F. Ramírez-Ospina. *Surfaces in $\mathbb{S}^3$ of L_1-2-type*, Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society, 2016, Aceptado.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Sobre el semigrupo de Ellis para sistemas dinámicos distales en espacios métricos, compactos y numerables

Andrés Enrique Quintero Santander
Escuela de Matemáticas
Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia
e-mail: quintero.andres7@gmail.com

Carlos Enrique Uzcátegui Aylwin
Escuela de Matemáticas
Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia
e-mail: cuzcatea@saber.uis.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

Un sistema dinámico es un par (X, f) donde X es un espacio topológico compacto y $f : X \to X$ es una función continua. A tales sistemas se le asocia el semigrupo de Ellis, definido como $E(X, f) = \overline{\{f^n : n \in \mathbb{N}\}}$, donde la clausura es respecto de la topología producto de X^X. Este semigrupo fué introducido por Ellis en 1960 en el contexto más general de acciones de grupos topológicos y desde entonces ha sido estudiado con mucha atención (ver por ejemplo el artículo de revisión de E. Glasner [1]).

En esta charla presentaremos algunos resultados sobre el semigrupo de Ellis de un sistema dinámico (X, f) donde X en un espacio métrico, compacto y numerable. Estos sistemas dinámicos han sido recientemente estudiados [2, 3]. En particular, analizaremos el caso cuando f es un homeomorfismo distal.

Palabras claves

Sistemas dinámicos, Semigrupo de Ellis, homeomorfismos distales.

Referencias

[1] Eli Glasner. Enveloping semigroups in topological dynamics. *Topology and its Applications*, 154(11):2344 – 2363, 2007.

[2] S. García-Ferreira, Y. Rodríguez-López, and C. Uzcátegui. Iterates of dynamical systems on compact metrizable countable spaces. *Topology and its Applications*, 180(0):100 – 110, 2015.

[3] S. García-Ferreira, Y. Rodríguez-López, and C. Uzcátegui. Cardinality of the Ellis semigroup on compact metrizable countable spaces. Por aparecer en *Semigroup Forum*, 2018

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Códigos ortogonales ópticos y conjuntos $B_2^-[g]$

Hamilton Mauricio Ruiz
Estudiante de Doctorado en Ciencias Matemáticas
Universidad del Cauca, Popayán, Colombia
e-mail: mauruiz@unicauca.edu.co

Carlos Alberto Trujillo Solarte
Departamento de Matemáticas
Universidad del Cauca, Popayán, Colombia
e-mail: trujillo@unicauca.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

Un problema de interés en la comunicación de datos es la determinación de códigos que permitan el uso de un mismo canal de comunicación entre varios usuarios. Los códigos ortogonales ópticos COO debido a sus buenas propiedades de autocorrelación y correlación cruzada permiten cumplir este propósito.
Formalmente, un $(n, w, \lambda_a, \lambda_c)$ código ortogonal óptico (COO) C con $n > 1$, $1 \leq w \leq n$, $0 \leq \lambda_a, \lambda_c \leq w$, es una familia de secuencias de ceros y unos, llamadas palabras, de longitud n y peso w (número de unos en cada palabra) que cumplen las siguientes propiedades:

1. *Propiedad de autocorrelación.* Para cada $X = (x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}) \in C$

$$\sum_{i=0}^{n-1} x_i \cdot x_{i\oplus\tau} \leq \lambda_a, \tag{1}$$

para todo $\tau \not\equiv 0 \mod n$, donde $\oplus$ denota la suma módulo n.

2. *Propiedad de correlación cruzada.* Para cada par de palabras $X = (x_0, x_1, \ldots, x_{n-1})$, $Y = (y_0, y_1, \ldots, y_{n-1}) \in C$ distintas

$$\sum_{i=0}^{n-1} x_i \cdot y_{i\oplus\tau} \leq \lambda_c, \tag{2}$$

para todo $\tau \in \mathbb{Z}$.

Por otra parte, dado $g \in \mathbb{N}$ y $A \subset \mathbb{Z}_n$, decimos que $A \in B_2^-[g]$ mód n si satisface

$$R_{A-A}(x) \leq g,$$

para todo $x \in \mathbb{Z}_n \setminus \{0\}$, donde

$$\begin{aligned} R_{A-A}(x) :&= |A \cap (x + A)| \\ &= |\{(a, b) \in A \times B : x = a - b\}|, \end{aligned}$$

Debido a las relaciones entre estos conceptos es posible bajo ciertas restricciones determinar nuevas construcciones tanto de COO como de conjuntos $B_2^-[g]$.

Palabras claves

Código ortogonal óptico, conjunto $B_2^-[g]$, autocorrelación, correlación cruzada.

Referencias

[1] A. Trujillo, G. Pulgarin, J. M Velásquez. $B_2^-[g]$ *Finite Sets.* Journal Of Algebra Number Theory And Applications, 2004.

[2] H. Ying and D. Richardson. *Optical Code Division Multiple Access Communication Networks. Theory and applications.* Tsinghua University Press. Springer-Verlag, 2007.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

RECONOCIMIENTO DE PATRONES PARA SERIES DE TIEMPO MEDIANTE WAVELETS

ALEJANDRA SÁNCHEZ GONZÁLEZ
Estudiante de Maestría en Matemáticas Aplicada (Universidad EAFIT)
Email: alejandra.sanchez@usantoto.edu.co

HENRY LANIADO RODAS
Departamento de Ciencias Matemáticas de la Universidad EAFIT
Email: hlaniado@eafit.edu.co

RESUMEN:

El reconocimiento de patrones en series temporales es un tema de gran importancia, en la actualidad son muchos los campos de aplicación. Este trabajo retoma la idea de comparación de pares de series, a través de la descomposición por medio de funciones Wavelets, como técnica de codificación y reducción de la dimensionalidad de los datos, representando las series en un plano de escala y tiempo. Esta teoría surge de la necesidad de superar los inconvenientes que planteo la transformada corta de Fourier (STFT). Una ventana variable se convirtió en la alternativa, así mediante el análisis de Wavelets; estos se perfilaron como una herramienta para descomponer y reconstruir señales, que mostraban cambios abruptos en sus componentes de tiempo y frecuencia.

La wavelets son funciones no convergentes cuya suma fluctúa continuamente, localizadas en tiempo y escala, pero no en frecuencia, se presentan como una metodología que permite obtener representaciones de ondas con frecuencias instantáneas y características bien definidas. Para generar wavelets solo se requiere hacer una traslación y un cambio de escala de la denominada wavelet madre. Esta presenta un comportamiento continuo o discreto, dependiendo su aplicación, para este caso se trabajó con las transformada Wavelet Discreta. A partir de este proceso de descomposición de una señal se obtuvo los coeficientes de escala y los coeficientes wavelets, los cuales son los encargados de realizar una aproximación de la señal. Luego mediante el uso de un test de aleatorización basada en la relación de la suma de los coeficientes de las ondas cuadradas de los pares de series de tiempo a diferentes escalas. Un estudio de simulación que utiliza pares de series temporales estacionarias y no estacionarias y el uso de las ondas de Haar y Daubechies revela que la prueba funciona bastante bien en escalas en las que hay un número suficiente de coeficientes de ondículas. La prueba se aplica a un conjunto de Series tomadas del repositorio de series temporales UCR (acrónimo del inglés University of California Riverside). El método permitió identificar series de tiempo que se comparten características de similaridad entre un grupo de 30 así como otra que lograba diferenciarse por completo del conjunto. El análisis se realizó para cuatro normas diferentes mediadas (norma 1, norme Euclidea, norma infinita y la norma Frobenius); donde el test mostro un número mayor de valores

significativos mediante el uso de la norma Euclidea, se puede llegar a suponer que esta es una medida que funciona adecuadamente. Se espera trabajos posteriores contribuir con un análisis de Clustering que permita agrupar las serie mediante clúster que cumplen determinadas características.

PALABRAS CLAVE: Discretización, escalamiento, normas, coeficientes wavelets, test de aleatorización.

REFERENCIAS

[1] A. Fuentes y P. Faundez, "Procesamiento digital de Señales Acústicas Utilizando Wavelets", Instituto de Matemáticas UACH.

[2] A. Fuentes y P. Faundez, C¸ omparison between Haar and Daubechies Wavelet Transformions on FPGA Technology", Instituto de Matemáticas UACH.

[3] Y. Sheng, "The Transforms and Applications Handbook". CRC Press, 1996.

[4] Keogh, E., Zhu, Q., Hu, B., Hao. Y., Xi, X., Wei, L. & Ratanamahatana, C. A. The UCR Time Series Classification/Clustering Homepage. 2011; Available from: www.cs.ucr.edu/~eamonn/time_series_data/

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Topologías asociadas a una relación binaria

Juan Ricardo Prada
Departamento de Matemáticas
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: jrprada@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

Las relaciones binarias juegan un papel muy importante en el desarrollo de la matemática moderna, ya que han sido utilizadas para el desarrollo de teorías tales como la teoría de conjuntos, el álgebra abstracta, el análisis, la topología, entre otras. Esta última, se caracteriza por la generalización y el estudio de las propiedades geométricas que se estudian en cálculo tales como la continuidad, la convergencia, etc.

A pesar de que existe una relación entre topología y las relaciones binarias, generalmente se limitan a las relaciones de preorden. Sin embargo, es posible crear topologías a partir de una relación binaria arbitraria. En el presente documento se indagará sobre unas topologías especiales construidas sobre un conjunto arbitrario dotado de una relación binaria R, y se mostrará las posibles relaciones entre dichas topologías.

Afirmación .1. *Dado el conjunto:*

$$\mathcal{C} = \{S \subseteq X \mid x \in S\,,\, y\, R\, x \;\; \textit{implica} \;\; y \in S\}$$

Entonces tenemos que $\mathcal{C}$ *es una topología sobre* (X, R).

Nota .2. *Dada una familia cualquiera* B *de subconjuntos* X*, la topología generada por* B *sobre* X *se denota* $\mathcal{T} = \langle B \rangle$*. El subconjunto* B *es una subbase de* $\mathcal{T}$ *y una base* $\beta(B)$ *de* $\mathcal{T}$ *está dada por:*

$$\beta(B) = \left\{ \bigcap \{D_i \mid i \in I\} \mid I \;\; \textit{es un conjunto finito} \;\; y \;\; D_i \in B \right\}$$

Definición .3. *Sobre X se definen las topologías siguientes:*

$$\begin{aligned}
\mathcal{C}_R =& \{S \subseteq X \mid x \in S\,,\, y\,R\,x \ \textit{implica}\ y \in S\}\\
\mathcal{S}_R =& \langle G \rangle \ \textit{donde}\ G = \{U_x \mid x \in X\} \ \ y\ U_x = \{y \in X \mid y\,R\,x\}\\
\mathcal{T}_R =& \langle H \rangle \ \textit{donde}\ H = \{V_x \mid x \in X\} \ \ y\ V_x = \{y \in X \mid y\,R\,x\} \cup \{x\}
\end{aligned}$$

Definición .4. *Un espacio topológico (X, τ) es de Alexandroff si la intersección arbitraria de conjuntos abiertos es un conjunto abierto.*

Afirmación .5. *La topología $\mathcal{C}_R$ es una topología de Alexandroff sobre X.*

Finalmente, se estudiará la relación existente entre dichas topologías en general y cuando se consideran propiedades adicionales para la relación R.

Palabras claves

Topología, Relación binaria, Reflexiva, Transitiva, Preorden, Alexandroff.

Referencias

[1] A. A. Allam, M. Y. Bakeir y E. A. Abo-Tabl, *Some Methods for Generating Topologies by Relations*, Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society, Second Series, Vol. 31, Number 1 , 2008, 35–45.

[2] Francis Borceux, *Handbook of categorical algebra 1: Basic category theory.* Encyclopedia of Mathematics and its Applications 50, Cambridge University Press, 1994.

[3] Francis Borceux, *Handbook of categorical algebra 2: Categories and Structures.* Encyclopedia of Mathematics and its Applications 51, Cambridge University Press, 1994.

[4] Francis Borceux, *Handbook of categorical algebra 3: Categories of Sheaves.* Encyclopedia of Mathematics and its Applications 52, Cambridge University Press, 1994.

[5] Patrick Erik Bradley y Norbert Paul, *Using the Relational Model to Capture Topological Information of Spaces*, The Computer Journal, Vol. 53, Number 1, 2010, 69–89.

[6] Xavier Caicedo F., *Lógica de los haces de estructuras*, Revista Academia Colombiana de Ciencias, Vol. XIX, número 74, 1995, 569–586.

[7] A. Chagrov y M. Zakharyaschev, *Modal Logic*, Clarendon Press, Oxford, 1997.

[8] B. F. Chellas, *Modal Logic: An introduction*, Cambridge University Press, 1980.

[9] G. E. Hughes y M. J. Creswell, *A New Introduction to Modal Logic*, Routledge, London, 1996.

[10] Peter T. Johnstone, *Sketches of an Elephant: A Topos Theory Compendium*. Two volumes. Clarendon Press, Oxford, 2002.

[11] Derly Katherine López Martínez, *Modelos de Kripke para lógicas modales*. Trabajo de grado, Carrera de Matemáticas. Universidad del Tolima, Ibagué, 2013.

[12] Saunders Mac Lane, *Categories for the Working Mathematician*. Springer-Verlag, New York, 1971.

[13] Saunders Mac Lane y Ieke Moerdijk, *Sheaves in Geometry and logic. A first introduction to Topos Theory*, Springer-Verlag, New York, 1992.

[14] Fabián Augusto Molina, *Correspondencia entre algunos sistemas de Lógica Modal y los gráficos existenciales Gama de Peirce*. Trabajo de grado, Carrera de Matemáticas. Universidad del Tolima, Ibagué, 2001.

[15] Arnold Oostra, *Los gráficos existenciales Gama aplicados a algunas lógicas modales intuicionistas* , Cuadernos de Sistemática Peirceana 4 (2012), 27–50.

[16] Yuri Poveda, "Los gráficos existenciales de Peirce en los sistemas Alfa^0 y Alfa^{00}". *Boletín de Matemáticas* **7** (2000), 5–17.

[17] Don D. Roberts, *The Existential Graphs of Charles S. Peirce*. Mouton, The Hague, 1973.

[18] Gustavo N. Rubiano O., *Topología General*, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 2002.

[19] Pierre Thibaud, *La Lógica de Charles S. Peirce: Del álgebra a los gráficos*. Paraninfo, Madrid, 1982.

[20] Fernando Zalamea, *A Category-Theoretic Reading of Peirce's System: Pragmaticism, Continuity and The Existential Graphs*. En: Matthew Moore (ed.), *New Essays on Peirce's Mathematical Philosophy*. Open Court, Chicago, 2010, 203–233.

[21] Fernando Zalamea, *Lógica Topológica: Una introducción a los gráficos existenciales de Peirce*. Memorias del XIV Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística. Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, 1997.

[22] J. Jay Zeman, *The Graphical Logic of C. S. Peirce*. Ph.D. dissertation, University of Chicago, 1964.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Estimación de la relación de solvencia por riesgo de mercado a través de Modelos Lineales Dinámicos (MLD)

Tulia Eva Salcedo Palacios
Facultad de Estadística
Universidad Santo Tomás, Bogotá, Colombia
e-mail: tuliasalcedo@usantotomas.edu.co

Dagoberto Bermudez Rubio
Facultad de Estadística
Universidad Santo Tomás, Bogotá, Colombia
e-mail: dagobertobermudez@usantotomas.edu.co

Cristian Jiovani Herrera Almanza
Facultad de Estadística
Universidad Santo Tomás, Bogotá, Colombia
e-mail: cristianherreraa@usantotomas.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de mayo de 2018

Resumen

Luego de la crisis financiera acecida en Colombia en 1999 y la crisis sufrida en los Estados Unidos en el año 2008, Colombia implementó nuevas metodologías a fin de lograr garantizarle a los usuarios del sistema bancario retomar la confianza en el sector. Las relaciones de solvencia tienen como fin proteger la confianza del público en el sistema financiero y, bajo este criterio, los establecimientos de crédito (bancos, corporaciones financieras y compañías de financiamiento) en Colombia deben contar con activos de excelente calidad, dado un patrimonio técnico, y que le permitan

cubrir adecuadamente el pago de los depósitos captados del público [1]. Una quiebra de un establecimiento de crédito generaría un colapso en una economía donde el sector bancario ha empujado el PIB que viene en decrimento en los últimos años. Son muchos los esfuerzos del sector que buscan estimar el riesgo de solvencia pero persiste el problema de diseño experimental en los modelos que se han planteado, fundamentalmente por dos causas: desconocimiento sobre el proceso de quiebra que sigue cada banco y por el uso exclusivo de la información contable para conformar dichos modelos [2].

Segn Prieto [3] el estudio de los riesgos financieros se han convertido en una prioridad para las entidades financieras, en Colombia, el intéres de los establecimientos de crédito de medir estos riesgos es debido a las continuas leyes y decretos expedidos y supervisados estrictamente por los entes reguladores. En años recientes los modelos dinámicos se han convertido en una alternativa a los modelos de series de tiempo tradicionales, debido a sus propiedades prácticas, computacionales y teóricas[4].

Desde enero de 2015 conforme lo establecido en el Decreto 904 de 2013 y basados en la metodología señalada en el Decreto 1771 de 2012, los establecimientos de crédito comenzaron a reportar los indicadores de solvencia básica ajustada a los estándares internacionales sugeridos por el Comité de Basilea II, así mismo, las cuentas del Plan Único de Cuentas (PUC) fueron unificadas según las Normas Internacionales de Información Financiera (NIIF) a fin de hacer comparables los análisis interbancarios y dar cuenta de la verdadera evolución de los establecimientos de crédito. A partir de este trabajo se busca estimar la evolución de la relación de solvencia básica a partir de modelos de regresión dinámico univariado normal generalizado para la información mensual de diferentes bancos de Colombia desde enero de 2015 hasta diciembre de 2017, con el fin de anticipar deterioros subsiguientes en el corto plazo causados por eventuales pérdidas producto de acciones conjuntas del mercado.

Palabras claves

Relación de Solvencia, Modelos Lineales Dinámicos, Riesgo de Mercado .

Referencias

[1] SuperFinanciera de Colombia (2014). *Solvencia, estudio de crédito, indicador financiero, concepto 2014070239-005 del 30 de septiembre de 2014.*

[2] Saavedra Garca M.L, (2010). *Modelos para medir el riesgo de crédito de la banca*, Cuadernos de administración, 23.

[3] Prieto G., (2000). *Estimación del riesgo crediticio en México*, Revista Internacional de Fondos de Pensiones, 2, 45.

[4] Saavedra Mario Gregorio, Loaiza Osmar, (2016). *Un modelo dinámico bayesiano para el ciclo bancario en Colombia* Revista Ib Información Básica Estadística 5, 226.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Geometría Diferencial en Geometrotermodinámica

María Nubia Quevedo Cubillos

Docente Tiempo Completo Universidad Militar Nueva Granada

Maria.quevedo@unimilitar.edu.co

RESUMEN:

Se presenta el formalismo interdisciplinario de la geometrotemodinámica (GTD) cuyo propósito consiste en representar propiedades físicas de un sistema termodinámico haciendo uso de conceptos de geometría diferencial. Retomamos los elementos básicos la geometría diferencial de Riemann y mostramos la manera como se aplica a una variedad con dos grados de libertad termodinámico.

Para tal fin, se toman coordenadas curvilíneas sobre la variedad y se define la menor distancia entre dos puntos haciendo uso de una matriz simétrica (métrica bien definida, que proporciona la longitud de arco sobre la variedad: ds^2), se construye la conexión Γ^a_{bc} y el tensor de curvatura R^a_{bcd}. Conociendo el tensor de curvatura construimos el tensor de Ricci: $R_{ab} = g^{cd}R_{cabd}$ con el cual es posible calcular el escalar de curvatura $R = g^{ab}\,R_{ab}$. Con el valor de R es posible determinar algunas características específicas de la variedad de estudio.

PALABRAS CLAVE: Geometrotermodinámica, Geometría diferencial, Variedad diferencial de Riemann.

REFERENCIAS

Quevedo, H., & Quevedo, M. N., (2011). Statistical thermodynamics of economic systems. J-Therm, 676495.

Fundamentals of Geometrothermodynamics - Quevedo, Hernando et al. arXiv:1111.5056 [math-ph]

Quevedo, Hernando (2007). "Geometrothermodynamics". J. Math. Phys. 48: 013506. arXiv:physics/0604164Freely accessible. doi:10.1063/1.2409524.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Superficies moleculares, polígonos esféricos y su determinación con técnicas vectoriales

Javier Alejandro Ruiz G.
Estudiante Matemáticas Puras
Universidad Nacional de Colombia sede Medellín, Medellín, Colombia
e-mail: jaaruizgu@unal.edu.co

Marco Paluszny
Profesor Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia sede Medellín, Medellín, Colombia
e-mail: mpalusznyk@unal.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

En Química Computacional es importante la descripción de las moléculas, la cual resulta de las posiciones y radios de los átomos que la conforman. La presentación más común de la superficie molecular consiste en un esquema rígido que lista los átomos como un conjunto de esferas en 3D. Al desplegar este modelo en 3D nos referimos a éste como la superficie de van der Waals de la molécula. Sin embargo, la forma de la molécula (i.e. la posición relativa de sus átomos) puede cambiar por la acción de campos eléctricos/magnéticos, y otros factores como la composición, la presión, la temperatura y la interacción con otras moléculas. Estos factores favorecen un modelo más flexible para la superficie molecular.

En este trabajo proponemos la representación de la superficie molecular como una unión de parches cuadráticos deformables, cuya forma exacta depende de puntos de control y pesos, que controlan la deformación de la superficie molecular. Para la construcción de estos parches se requiere representar la superficie molecular como un conjunto de polígonos esféricos. Pero el costo computacional para el cálculo de estos polígonos crece exponencialmente con respecto al número de átomos que conforman la molécula. Por ejemplo, para determinar los (vértices de los) polígonos esféricos

de una molécula de 200 átomos se requieren en principio del orden de diez millones de intersecciones de ternas de esferas.

El objetivo de este trabajo es diseñar procesos para reducir sustancialmente este costo usando un modelo de representación de esferas por medio de puntos en R^4 y la caracterización de las ternas de esferas cuyas intersecciones aportan vértices a los polígonos esféricos por medio del cálculo de signaturas de ciertas matrices. La implementación se trabaja con las rutinas vectoriales de Matlab.

Palabras claves

Matlab, van der Waals, superficie molecular, parches cuadráticos, parches cuadráticos deformables, polígonos esféricos.

Referencias

[1] i. Farin, G. Curves and Surfices for CAGD. A practical guide. Quinta edición.(2002).

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Adaptatividad en esquemas miméticos para problemas de convección difusión unidimensionales

Jorge VILLAMIZAR M.
Escuela de Matemáticas, Facultad de Ciencias,
Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia
e-mail: jorge@uis.edu.co
Facultad de Ingeniería
Universidad de Los Andes, La Hechicera, Mérida 5101, Venezuela

Giovanni E. CALDERÓN S.
Departamento de Matemáticas
Universidad de Los Andes, La Hechicera, Mérida 5101, Venezuela
e-mail: giovanni@ula.ve

Julio C. CARRILLO E.
Escuela de Matemáticas, Facultad de Ciencias,
Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia
e-mail: jccarril@uis.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

Se presenta un proceso h-adaptativo que define una malla óptima para calcular la solución de problemas de contorno de convección difusión usando métodos numéricos miméticos. La estimación del error, en la variable espacial, se hace a partir de la versión discreta del operador gradiente. La malla se mantiene fija en el tiempo hasta que se cumpla la tolerancia preestablecida, cuando falla una nueva malla es definida. La experimentación numérica evidencia el buen comportamiento del procedimiento.

Palabras claves

Métodos miméticos, Adaptatividad, Estimación de error, Métodos conservativos.

Referencias

[1] Batista E. and Castillo J. Mimetic schemes on non-uniform structured meshes. *Electronic Transactions on Numerical Analysis*, 34(1):152–162, 2009.

[2] Calderón G. and Lugo A. Error estimation and adaptivity in mimetic schemes for boundary value problems. *Boletín Venezolano de Matemáticas*, (2):109–124, 2015.

[3] Castillo J. and Grone R.D. A matrix analysis approach to higher-order approximations for divergence and gradients satisfying a global conservation law. *SIAM J. Matrix Anal. Appl.*, 25(1):128–142, 2003.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

REFLEXIONES SOBRE ALGUNOS TEMAS CRUCIALES EN LAS ENCUESTAS

JAIRO ALFONSO CLAVIJO MENDEZ

RESUMEN DE LA CONFERENCIA

En esta conferencia se revisan las fórmulas de estimación de proporciones binomiales resultantes en los análisis de encuestas cuando se tratan preguntas de dos posibles respuestas, correspondientes a casos binomiales. La mayoría de textos y de usuarios, incluso encuestadores profesionales, olvidan que en la práctica las encuestas se hacen bajo muestreo aleatorio simple sin reposición en poblaciones finitas, por lo que las fórmulas comúnmente empleadas para las estimaciones no son las correctas.

De otra parte se extiende el alcance de la conferencia a la situación multinomial, caso correspondiente a encuestas con preguntas de múltiple respuesta.

En las dos situaciones anteriores se insiste en el tamaño de muestra, importante cuando se aplica aproximación normal según el método de Wald que, aunque no es el de mejor desempeño, sí es el más utilizado, dominando casi que exclusivamente el panorama del tratamiento de las encuestas.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

INTRODUCCIÓN A LAS REDES COMPLEJAS

NIBER ROJAS CANO

Estudiante de último semestre del programa de Matemática Aplicada en la universidad Surcolombiana

Neiva, Huila, Colombia

e-mail: rojascanoniber@gmail.com

PhD: MAURO MONTEALEGRE CÁRDENAS

Docente de tiempo completo y director del grupo de investigación DINUSCO en la universidad Surcolombiana

Neiva, Huila, Colombia

e-mail: mmonteal@usco.edu.co

RESUMEN:

A lo largo del desarrollo de la ciencia, particularmente después del auge del reduccionismo absoluto y la expansión de las computadoras, el advenimiento inminente de una nueva visión científica que permitiera explicar fenómenos complejos, es decir, interpretar los sistemas dinámicos no lineales, tomo forma y se hizo real, debido a que, la desmesurada cantidad de información proveniente de los sistemas dejó de ser un limitante en su procesamiento y posterior análisis. Esta serie de circunstancias y eventos gestaron las denominadas ciencias de la complejidad, que no son más que el resultado de la convergencia de diversas áreas, cuyo objetivo es la comprensión de los fenómenos complejos a partir de agentes autónomos y redes, siendo esta última la herramienta de nuestro interés.

Para simplificar, el objetivo principal de esta ponencia es superponer el uso de las redes en análisis de sistemas complejos, exponiendo sus ventajas y características, al mismo tiempo que justificamos el surgimiento natural de los elementos matemáticos llamados grafos, ya que, si vamos al fondo del embrollo, un grafo es una de las representaciones que admite una red y una red es una interpretación natural de un grafo, por otra parte, la relevancia que tiene estos objetos radica en la versatilidad que ofrecen, pues, básicamente cualquier conjunto de elementos animados e inanimados con alguna conexión (o ley de relación) pueden ser representados mediante una estructura de red, siendo de esta manera, la ciencia de las redes, la ciencia del mundo real, del mundo en el que viven los seres humanos, de los rumores, de las enfermedades, de las tendencias y de las modas culturales y de las crisis financieras, como lo aseguró Duncan Watts. En ese orden de ideas, además de hablar de grafos y redes, también, se pretende esclarecer en la medida de lo posible la definición de sistemas complejos, al mismo tiempo que pretendemos introducir la idea de complejidad por la vía de las redes.

Un buen ejemplo para terminar con el análisis previo, son las redes sociales, sistemas complejos responsables en gran medida del abrumador crecimiento en el estudio de las redes en las últimas décadas, de hecho, el Análisis de Redes Sociales (ARS) se encarga de abstraer información a partir de modelos que representen un fenómeno social. En concreto, modelos tales como: redes aleatorias, redes del mundo pequeño y redes de libre escala son algunos de los ejemplos de la ínfima parte de la teoría de grafos que ha sido explorada, pues, la mayor parte sigue oculta bajo teoremas, lemas y proposiciones, aguardando en la penumbra, deseosa por desvelar todas las propiedades topológicas que poseen los grafos, permitiendo así, una mayor comprensión de la realidad.

PALABRAS CLAVE:

Sistemas dinámicos no lineales, sistemas complejos, redes, grafos, complejidad, ciencias de la complejidad, redes sociales, análisis de redes sociales.

REFERENCIAS:

- Alexandre de Castro P. (2007). *Rede complexa e criticalidade auto-organizada: Modelos e aplicações*. Tesis de doctorado en Ciencias: Física Básica no publicada. Universidad de São Paulo, São Carlos, Brasil.
- Álvarez B. E., Anaya L. A., Barrabas V., Benítez M., Campo J., Cruz R., Gamboa A (2011). De los genes al cambio climático. *Ciencias, 103, julio – septiembre*. 54-64.
- Argibay P. (2012a). Metodología de la investigación avanzada: Introducción al estudio de los sistemas complejos y sus aplicaciones, Parte I: Sistemas dinámicos. *Revista del Hospital Italiano de Buenos Aires, Vol 32, No 1*.
- Argibay P. (2012b). Metodología de la investigación avanzada: Introducción al estudio de los sistemas complejos y sus aplicaciones, Parte III: Dinámicas complejas. *Revista del Hospital Italiano de Buenos Aires*, *Vol 32, No 3*.
- Argibay P. (2012c). Metodología de la investigación avanzada: Introducción al estudio de los sistemas complejos y sus aplicaciones, Parte IV: El caos determinista. *Revista del Hospital Italiano de Buenos Aires*, *Vol 32, No 4*.
- Argibay P. (2012d). Metodología de la investigación avanzada: Introducción al estudio de los sistemas complejos y sus aplicaciones, Parte VI: Grafos. *Revista del Hospital Italiano de Buenos Aires*, *Vol 32, No 6*.
- Barabási L. A., Newman M. Watts J. D. (2006). *The structure and dynamics of networks*. Princeton, Nueva Jersey, United States: Princeton University Press.
- Beiró G. M. (2013). *Modelos Combinatorios de Sistemas Complejos: Métodos y Algoritmos.* Tesis de doctorado en ingeniería no publicada. Universidad de Buenos Aires, Argentina.
- Boccaletti S., Latora V., Moreno Y., Chavez M., Hwuang D.-U (2006). Complex networks: Structure and dynamics. *Physics Reports, 424*, 175-308.
- Casas F. (2003). Redes calidad de vida y complejidad. *Revista Iberoamericana de Filosofía, Política y Humanidades, 5,* No 10.
- Eguíluz M. V., San Miguel M., Toral R. (2005). Redes complejas en la dinámica social. Revista vasca de sociología y ciencia política, 42. 127- 145.
- García R. (2006). *Sistemas complejos: Conceptos, método y fundamentación epistemológica de la investigación interdisciplinaria*. Barcelona, España: Editorial Gedisa, S. A.
- Hurtado G. R., Lotero V. L. (2014). Vulnerabilidad de redes complejas y aplicaciones al transporte urbano: Una revisión de la literatura. *Revista Escuela de Ingeniería de Antioquia, 21*, enero – junio. 67-78
- Köppen E., Mansilla R., Miramontes P. (2005). La interdisciplina desde la teoría de los sistemas complejos. Ciencias, 76, julio – septiembre. 4-12.
- Maldonado C. H. (2009). Complejidad de los sistemas sociales: Un reto para las ciencias sociales. *Cinta Moebio, 36*. 146-157.

- Mancilla H. A. M. (1999). Simulación: Herramienta para el estudio de los sistemas reales. *Ingeniería y Desarrollo. Universidad del Norte, 6*. 104-112.
- Mansilla R. (2001). De las epidemias a las bolsas de valores. *Ciencias, 64, octubre - diciembre*. 53-59.
- Martínez A. N. (2011). *Análisis, comparativa y visualización de redes sociales on-line representadas como grafos.* Tesis de pregrado en Ingeniería Informática no publicada. Universitat Pompeu Fabra, Barcelona, Cataluña, España.
- Martínez M. G. (2000). Una aproximación a los sistemas complejos. *Ciencias, 59*, *julio -septiembre*, 6-9.
- Menéndez V. A. (1998). Una breve introducción a la teoría de grafos. *Suma, 28, septiembre,* 11-26.
- Pardo. G. J. P. (2005). La metafísica de lo complejo. *Ciencias, 79, julio – septiembre*. 18-24.
- Peralta F. R. (2002). De lo posible y lo probable. *Ciencias, 65, enero-marzo*. 39-41.
- Reynoso C. (2011). *Redes sociales y complejidad: Modelos interdisciplinarios en la gestión sostenible de la sociedad y la cultura, El momento fundacional: La teoría de grafos* (pp. 26-60), *Redes IE: Complejidad, fractalidad y principio de San Mateo* (pp. 139-150). Buenos Aires, Argentina: Universidad de Buenos Aires –UBA.
- Reynoso C. (2008). Hacia la complejidad por la vía de las redes. Nuevas lecciones epistemológicas, *Desacatos, 28, septiembre – diciembre*. 17-40.
- Reynoso C. (2004). Herramientas de la complejidad y caos para las ciencias sociales. *Boletín de Antropología Americana, 40, enero – diciembre*. 5-20.
- Solé R. (2009). *Redes complejas: Del genoma a Internet*. Barcelona, España: Tusquest Editores, S.A.
- Strogatz H. S. (2001). Exploring complex networks. *Nature, 410*. 268-276.
- Strogatz H. S., Watts J. D. (1998). Collective dynamics of " small-world " networks. Nature, 393, 440-442.
- Tarride M. (1995). Complejidad y Sistemas Complejos. *Historia, Ciencias, Saude – Manguinhos, 2*. 46-66.
- Watts D. J. (2006). *Seis grados de separación: La ciencia de las redes en la era del acceso.* Barcelona, España: Ediciones Paidós Ibérica, S.A.
- Wilson R. J., Watkins J. J. (1990). *Graphs an introductory approach: A first course in discrete mathematics*. Hoboken, Hudson, Nueva Jersey, United States: John Wiley & Sons.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

DERIVADAS DIRECCIONALES EN GRUPOS TOPOLÓGICOS

SIMEÓN CASANOVA TRUJILLO
Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales
scasanovat@unal.edu.co

DIEGO ANDRÉS LÓPEZ VALENCIA
Estudiante de Doctorado en Matemáticas
Berlin Mathematical School (BMS)

HÉCTOR ANDRÉS GRANADA DÍAZ
Universidad del Tolima
hagranadad@ut.edu.co

RESUMEN: Se presenta una definición de derivada direccional para funciones f : G → H donde G y H son grupos topológicos y se muestra la equivalencia de esta definición con la usual para funciones f : U → R^m con U abierto en R^n . Se muestran los resultados clásicos sobre propiedades de la derivada direccional en el contexto de los grupos topológicos, y finalmente se presenta el cálculo de derivadas direccionales para funciones específicas entre ciertos grupos topológicos.

PALABRAS CLAVE: Grupos Topológicos, Derivada de Carathéodory, Derivada Direccional.

REFERENCIAS

[1] ELON LAGES LIMA. Espaços métricos. Projeto Euclides 1977.

[2] SPINDLER KARLHEINZ. Abstract algebra with applications Vol. I. Marcel Dekker, Inc 1994.

[3] ACOSTA G. ERNESTO. Differentiability in Topological Groups. Soochow Journal of Mathematics, Volume 22, No.1, pp39-48. January 1996.

[4] CASANOVA TRUJILLO, SIMEON. GRANADA DIAZ, HECTOR A, "Una Derivada en Grupos Metrizables" . En: Colombia. Scientia et Technica *ISSN:* 0122-1701 *ed:* Editorial Universidad Tecnológica de Pereira *v.*12 *fasc.*N/A p.371 – 376.

[5] CASANOVA TRUJILLO, SIMEON. GRANADA DIAZ, HECTOR A., "Cálculo de derivadas en algunos grupos topológicos" . En: Colombia Dyna *ISSN:* 0012-7353 *ed:* Universidad Nacional de Colombia *v.*1 *fasc.*1 p.1 - 4 ,2013.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMTICAS Y ESTADISTICA

The basic reproductive number of Zika in municipalities of Antioquia: stratifying the potential transmission of an ongoing epidemic

Marlio Paredes
Departamento de Matemáticas
Universidad Militar Nueva Granada, Cajicá, Colombia
e-mail: marlio.paredes@unimilitar.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Abstract

Objective: To stratify and understand the potential transmission processes of Zika virus in Colombia, in order to effectively address the efforts on surveillance and disease control.

Methods: We compare R_0 of Zika for municipalities based on data from the regional surveillance system of Antioquia, Colombia. The basic reproduction number (R_0) and its 95% confidence intervals were estimated from an SIR model with implicit vector dynamics, in terms of recovered individuals in each time unit, using an approximate solution. These parameters were estimated fitting the solution of the model to the daily cumulative frequency of each Zika case according to symptoms onset date relative to the index case reported to the local surveillance system.

Results: R_0 was estimated for 20 municipalities with a median of 30000 inhabitants, all located less than 2200 m above sea level. The reported cases ranged from 17 to 347 between these municipalities within 4 months (January to April of 2016). The results suggest that 15 municipalities had a high transmission potential ($R0 > 1$), whereas in five municipality transmissions were potentially not sustaining ($R0 < 1$), although the upper bound of the confidence interval of the R_0 for 3 of these 5 was greater than one, indicating the possibility of an outbreak later on.

Conclusion: The study identified high-risk municipalities ($R_0 > 1$) and provide a technique to optimise surveillance and control of Zika. Health authorities should

promote the collection, analysis, modelling and sharing of anonymous data onto individual cases to estimate R_0.

Key words

Zika, basic reproductive number, mathematical model, Colombia.

References

[1] Ospina, J., Hincapie-Palacio, D., Ochoa, J., Molina, A., Ra, G., Pjaro, D., Arrubla,M., Almanza, R., Paredes, M. & Mubayi, A. (2017). *Stratifying the potential local transmission of Zika in municipalities of Antioquia, Colombia*, Tropical Medicine & International Health, 22:10, 1249-1265.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

(Álgebra Lineal De Las) Matrices de Fibonacci.

Juan Gabriel Mora Urueña
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: jgmorau@ut.edu.co

Dr. Jesus Ávila Guzmán
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: javila@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

En esta comunicación se presenta una breve reseña histórica acerca de la suseción de Fibonacci donde se abordarán algunas propiedades interesantes. Con esto se da paso a un tipo especial de matrices llamadas matrices de Fibonacci, particularmente de orden cuatro, con las cuales se desarrollarán distintos elementos del álgebra lineal con el objetivo de mostrar las relaciones existentes entre dichas matrices.

Palabras claves

Sucesión de Fibonacci, Matrices de Fibonacci, Polinomio característico de una matriz, Determinante de una matriz.

Referencias

[1] Ávila, Jesús (2007). *Nuevas identidades con los números de Fibonacci*, Boletín de matemáticas nueva serie, Vol XIV, 1, págs. 30-37.

[2] Dazheng, Lin (1999). *Fibonacci matrices*, Fibonacci quarterly, Vol 37, 1, págs. 14-20.

[3] Atanassova, V, y otros (2002). *New visual perspectives on Fibonacci numbers*, Singapore: World Scientific Publishing Co, 2002.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Interpretación de la derivada Fraccional de Riemann-Liouville y Caputo en el sentido generalizado

RONALD GENTIL RODRÍGUEZ GIRALDO
Departamento de matemáticas-Grupo Matrix
Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, Colombia
e-mail: ronald.rodriguez@unimilitar.edu.co

ADRIÁN RICARGO GÓMEZ PLATA
Departamento de matemáticas-Grupo Matrix
Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, Colombia
e-mail: adrian.gomez@unimilitar.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

Generalmente las derivadas fraccionales de Riemann-Liouville y Caputo son definidas naturalmente usando el operador integral de Riemann-Liouville gracias a propiedades de la integral iterada de Cauchy y a la función Gamma de Euler. En esta ponencia mostramos que las definiciones de la derivada fraccional de Riemann-Liouville y de Caputo pueden estudiarsen usando el concepto de convolución y la teoría de distribuciones.

Palabras claves

Cálculo fraccional, derivada fraccional de Riemann-Liouville, derivada fraccional de Caputo, derivada generalizada, convolución, función causal generalizada Gel´fand-Shilov, distribución Delta de Dirac.

Agradecimentos proyecto IMP-CIAS-2561

Referencias

[1] Brychkov Yu.A. y Prudnikov A.P., Integral Transforms of Generalized Functions, Gordon and Breach, New York, 1989.

[2] Dattoli G., Cesarano C., Ricci P.E. y Vazquez L., Fractional Operators, Integral Representations and Special Polynomials, International Journal of Applied Mathematics, 10, 2002, 131-139.

[3] Dattoli G., Cesarano C., Ricci P.E. y Vazquez L., Special Polynomials and Fractional Calculus, Mathematical and Computational Modelling, 37, 2003, 729-733.

[4] Dattoli G., Ricci P.E., Cesarano C. y Vazquez L., Fractional Derivatives: Integral Representations and Generalized Polynomials, Journal of Concrete and Applicable Mathematics, 1, 2004, 59-66.

[5] Dithin V.A. y Prudnikov A.P., Integral Transforms and Operational Calculus, Pegramon Press, Oxford, 1965.

[6] Gelfand I.M. y Shilov G.F., Generalized Functions, Vol.1, Academic Press, New York- London, 1964.

[7] Goreno R. y Mainardi F., Fractional Calculus: Integral and Diferential Equations of Fractional Order , Fractals and Fractional Calculus in Continuum Mechanics, A. Carpinteri and F. Mainardi (Eds), Springer Verlag, Wien and New York, 1997, 223- 276.

[8] Podlubny I., Fractional Diferential Equations, Mathematics in Science and Engineering, 198, Academic Press, San-Diego, 1999.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Dinámica de un modelo depredador-presa del tipo Leslie-Gower con respuesta funcional no monotónica generalizada.

Adolfo Andrés Mosquera Aguilar

Eduardo González Olivares

Paulo Cesar Tintinago Ruiz

Universidad del Quindío, Colombia

Universidad Católica de Valparaiso, Chile

CORREOS ELECTRÓNICOS DE CONTACTO

aamosquera@uniquindio.edu.co

pctintinago@uniquindio.edu.co

eduardo.gonzalez@pucv.cl

RESUMEN:

En esta ponencia presentamos la dinámica de un modelo determinístico de depredación tiempo continuo, considerando dos aspectos importantes para describir la interacción: una función de crecimiento logístico para los depredadores y una respuesta funcional de los depredadores no monotónica generalizada. El primer aspecto caracteriza a los modelos de tipo Leslie o modelo de tipo logístico, donde la capacidad de soporte del medio ambiente K_y es una función de la cantidad de presas

disponibles. En esta ponencia asumimos que es proporcional a la abundancia de presas, es decir, $K_y = nx$.

El modelo de tipo Leslie es expresado por el sistema bidimensional de ecuaciones diferenciales autónomo del tipo Kolmogorov. Probamos que las soluciones del sistema son acotadas usando el método de compactificación de Poincaré, mostrando que el modelo está bien propuesto.

Determinamos las condiciones para la existencia de los puntos de equilibrio y su naturaleza, mostramos la importancia del punto de equilibrio (0,0) en la dinámica del modelo, ya que este punto es un atractor no hiperbólico y tiene una curva separatriz que divide el comportamiento de las trayectorias, las cuales tienen diferentes ω-limite, por tanto las soluciones son altamente sensibles a las condiciones iniciales.

Mostramos la existencia de una curva heteroclínica que une dos puntos de equibrio en el primer cuadrante y usando el método de las cantidades de Lyapunov mostramos que el sistema tiene un foco débil de orden dos, es decir, un foco atractor rodeado por dos ciclos limite.

Mostramos algunas simulaciones usando Matlab para soportar los resulatos.

PALABRAS CLAVE: Ciclos limite, estabilidad, modelo depredador-presa.

REFERENCIAS

[1] A. Aguilera-Moya, B. González-Yañez and E. González-Olivares, Existence of multiple limit cycles on a predator-prey with generalized nonmonotonic functional response, In R. Mondaini (ed), Proceedings of the Fourth Brazilian Symposium on Mathematical and Computational Biology, E-Papers Serviços Editoriais, Ltda., Rio de Janeiro, Volumen 2 (2005) 196-210.

[2] D. K. Arrowsmith and C. M. Place, Dynamical System. Differential equations, maps and chatic behaviour, Chapman and Hall, 1992.

[3] C. Chicone, 1999, Ordinary differential equations with applications, Texts in Applied Mathematics 34, Springer.

[5] H. I. Freedman, Deterministic Mathematical Model in Population Ecology, Marcel Dekker, New York,1980.

[6] E. González-Olivares, P. Tintinago- Ruiz and A. Rojas palma, A Leslie-Gower type predator-prey model with sigmoid functional response. International Journal of computer mathematics, Taylor and Francis, 2015.

[7] E. Sáez and E. González-Olivares, Dynamics on a Predator-prey Model, SIAM Journal of Applied Mathematics, Vol. 59, No. 5, pp. 1867-1878, 1999.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Sobre el problema co-circular en mecánica celeste

Ricardo Juniors Cano Caro
Facultad de Matemáticas e Ingenierías
Fundación Universitaria Konrad Lorenz, Bogotá, Colombia
e-mail: ricardoj.canoc@konradlorenz.edu.co

PhD. Alexander Arredondo
Facultad de Matemáticas e Ingenierías
Fundación Universitaria Konrad Lorenz, Bogotá, Colombia
e-mail: Alexander.Arredondo@konradlorenz.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

En esta ponencia se introducirá el problema co-circular de mecánica celeste, que habla sobre un n-ágono regular con másas iguales, donde muestra la única configuración central tal que todos los cuerpos se encuentran en un círculo, y nos preguntamos ¿el centro de masas coíncide con el centro del círculo? La respuesta a esta pregunta es afirmativa para $n = 3$. En 2003 Hampton demostró que esta pregunta es afirmativa para cuando $n = 4$. Llibre, Valls lo probaron para $n = 5$. Posteriormente en la ponencia se mostrarán algunos ejemplos para cuando $n = 6$.

Palabras claves

Mecánica Celeste, problema de n-cuerpos, configuración central, Problema co-circular de n-cuerpos.

Referencias

[1] Jaume Llibre, Claudia VallsThe (2015) . *Co-circular Central Configurations of the 5-Body Problem*, Journal of Dynamics and Differential Equations, 27, 55-67 pp.

[2] Zhifu Xie, Shiqing Zhang (2000). *A simpler proof of regular polygon solutions of the N-body problem*, Physics Letters A, 277, 156-158 pp.

[3] L. M. Perko; E. L. Walter (1985). *Regular Polygon Solutions of the N-Body Problem*, American Mathematical Society, Vol. 94, No. 2, 301-309 pp.

[4] Martha Alvarez-Ramírez, Alan Almeida Santos, Claudio Vidal (2013). *On Co-Circular Central Configurations in the Four and Five Body-Problems for Homogeneous Force Law*, Journal of Dynamics and Differential Equations, 25, 269-290 pp.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Estudio comparativo de pronósticos con modelos TAR con estacionalidad determinística y estocástica en la tasa de desempleo y el seguimiento económico mensual Colombiano en el periodo 2001 – 2016.

Andrés Sebastián Cárdenas Jaramillo

Estudiante del programa Matemáticas con énfasis en Estadística

ascardenasj@ut.edu.co

Joaquín González Borja

Profesor del departamento Matemáticas y Estadística.

jgonzalezb@ut.edu.co

RESUMEN:

En esta comunicación se presenta un estudio comparativo de los pronósticos resultantes de aplicar modelos TAR con estacionalidad determinística y estocástica con dos regímenes en la tasa de desempleo y el seguimiento económico mensual para Colombia entre febrero del 2001 – septiembre del 2016. La estimación de los parámetros de los modelos y el cálculo de los pronósticos se realizó mediante métodos Bayesianos y técnicas MCMC. Los resultados muestran evidencia de una relación no lineal de umbrales entre las dos series de tiempo estudiadas. Respecto a los pronósticos el modelo TAR considerando estacionalidad estocástica presenta un mejor comportamiento en comparación con el modelo TAR con estacionalidad determinística.

PALABRAS CLAVE:

Modelos TAR , estacionalidad determinística, estacionalidad estocástica, métodos Bayesianos, técnicas MCMC, estimación de parámetros, cálculo de pronósticos, tasa de desempleo mensual, seguimiento económico mensual.

REFERENCIAS

Chen C.W.S (2003), Subjet Threshold Autoregression, J. Forecast. **22**, 49-66 .

Crespo, J. (2001), Modelling seasonal Asymmetries Using Seasonal SETAR Models, Vienna.

De Gooijer and Vidiella-i-2003, Anguera, A Nonlinear Stochastic Inflation Modelling Using SEA-SETARs. Insurance: Mathematics and Economics **32**. 3-18.

Franses, P.H. (1996). Recent Advances in Modelling Seasonality. Journal of Economics
Surveys, **10**, 299-345.

Nieto F.H. (2008), Forecasting with Univariate TAR Models, Statistical Methodology **5**, 263-276.

Tsay, RS. (2004), *Analysis of Financial Time Series*, Publication Wiley .

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Matroides y funciones submodulares en sistemas de información*

Mauricio Restrepo
Departamento de Matemáticas
Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, Colombia
e-mail: mauricio.restrepo@unimilitar.edu.co

John Fabio Aguilar
Departamento de Matemáticas
Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, Colombia
e-mail: john.aguilar@unimilitar.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

Los conceptos de matroide y función submodular se usan ampliamente en matemáticas puras y aplicadas, como por ejemplo: optimización, teoría de matrices, teoría de grafos y teoría de la información. Se identifican fácilmente con los conceptos de independencia lineal en espacios vectoriales y rango de una transformación lineal y clausura en un espacio topológico.

Recientemente estos conceptos ha sido usados en bases de datos y se utilizan para atacar uno de los problemas más importantes en métodos de clasificación, relacionados con la reducción de atributos, es decir, se trata de seleccionar las variables con mayor importancia en algoritmos de clasificación.

En este trabajo, presentamos las estructuras matroidales obtenidas de diferentes particiones y cubrimientos de un conjunto específico. Establecemos una relación de orden parcial entre las estructuras matroidales, a través de funciones submodulares, inducidas a partir de cubrimientos.

*Agradecimiento a la Vicerrectoría de Investigaciones, por el apoyo a este trabajo mediante el proyecto CIAS 2549

Palabras claves

Funciones submodulares, matroides, conjuntos aproximados, cubrimientos.

Referencias

[1] A. Huang, W. Zhu. Geometric lattice structure of covering based rough sets through Matroids. S. Journal of Applied Mathematics. Vol 2012. Article ID 236307, 25 pages, 2012.

[2] X. Li, S. Liu. Matroidal approaches to rough sets via closure operators. International Journal of Approximate Reasoning 53. pp. 513-527. 2012.

[3] W. Lai. Matroid theory. Higher Education Press (2001).

[4] Z. Pawlak, Rough sets, International Journal of Computer and Information Sciences 11(5), pp. 341–356, 1982.

[5] Z. Pei - D. Pei - L. Zheng, Topology vs Generalized Rough Sets. International Journal of Approximate Reasoning. 52. pp. 231-239. 2011.

[6] J. Tang, K. She, F. Min, W. Zhu, F. A matroidal approach to rough set theory. Theoretical Computer Science 47 1, pp. 1-11, 2013.

[7] S. Wang, W. Zhu, F. Min. Transversal and Function Matroidal Structures of Covering-Based Rough Sets. In J.T. Yao et al. (Eds): RSKT 2011, LNCS 6954, pp. 146–155, 2011.

[8] Y.Y. Yao, B. Yao, Covering Based Rough Sets Approximations, Information Sciences 200, pp. 91–107, 2012.

[9] J. Wang, W. Zhu. Contraction to Matroidal Structure of Rough Sets. LNAI 8171, pp. 75–86, 2013.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Algunas caracterizaciones de los cardinales débilmente compactos
Comunicación

Javier Alberto Aponte Barrios
Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
jaaponteb@unal.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

En 1961 Erdos y Tarski introducen en [2] los cardinales débilmente compactos, se sabe que su existencia no se puede demostrar en la axiomatización de la teoría de conjuntos de Zermelo Fraenkel con elección (ZFC), ya que esto implicaría que esta teoría (ZFC) podría demostrar su propia consistencia, lo cual no es posible por el segundo teorema de incompletitud de Gödel.

En esta comunicación se presentaran algunas de las caracterizaciones de los cardinales débilmente compactos desde la teoría de particiones, pasando por el teorema de Ramsey, desde las lógicas infinitarias, con una noción restringida de compacidad, y lógicas de ordenes superiores, que permiten identificarlos con otro tipo de gran cardinal conocido como cardinales indescriptibles, desde principios combinatorios por medio de la propiedad de árbol, desde la teoría de modelos por medio de inmersiones elementales, y de subestructuras elementales y desde la teoría del orden por medio de filtros κ-completos.

Palabras claves

Grandes cardinales, Cardinales débilmente compactos.

Referencias

[1] Castillo, Carlos Ivorra. *Cardinales Grandes*.

[2] Erdös, Paul and Tarski, Alfred (1961). *On some problems involving inaccessible cardinals*, Essays on the Foundations of Mathematics, 43, 50-82 pp.

[3] Jech, Thomas (2003). *Set theory. The third millennium edition*, Springer Monographs in Mathematics. Springer-Verlag.

[4] Jech, Thomas J (1973). *Some combinatorial problems concerning uncountable cardinals*, Annals of Mathematical Logic, 5, 165-198 pp.

[5] Kanamori, A. (2008). *The Higher Infinite: Large Cardinals in Set Theory from Their Beginnings*, Springer Monographs in Mathematics. Springer Berlin Heidelberg.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

VARIACIÓN Vs VARIABILIDAD

Dicleny Castro Carvajal
Universidad del Tolima
dcastroc@ut.edu.co
John Jairo Zabala Corrales
Universidad del Tolima
jjzabalac@ ut.edu.co

"La variación es el corazón de toda investigación estadística.
Si no hubiera variación en los conjuntos de datos, no habría necesidad de estadística"
(Watson & Kelly, 2002, p. 1)

RESUMEN:

Como en toda ciencia existen términos polisémicos, la estadística no es la excepción. En esta comunicación se presentan algunas reflexiones en torno a la Variación y a la Variabilidad, dentro del contexto de la enseñanza de la estadística, acerca de su comprensión y su uso, como parte de los resultados de la investigación realizada por el grupo de Investigación en Educación Estocástica EDUESTAD de la Universidad del Tolima, a través del análisis textual de cuatro preguntas abiertas realizadas a un grupo de profesores de matemáticas en ejercicio de la ciudad de Ibagué.

PALABRAS CLAVE: Variación, variabilidad, probabilidad, incertidumbre.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Cullen A.C. and Frey H. C. (1999), Probabilistic Techniques in Exposure Assessment, Plenum, pp. 21 – 35.

Makar, K., & Confrey, J. (2005). "Variation-talks": Articulating meaning in statistics. *Statistics Education Research Journal, 4*(1), 27-54.

Reading, C., & Shaughnessy, J. (2004). Reasoning about variation. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking* (pp. 169 – 200). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Van Belle (2008), Statistical Rules of Thumb, Wiley, pp. 99 – 100 Terminology varies; some authors use the phrases "aleatory uncertainty" and "epistemic uncertainty" to refer to "variability" and "uncertainty" (respectively) as defined by Van Belle. Some authors use "fuzziness" to describe what Van Belle defines as "uncertainty."

Watson J. M. & Kelly, B. A. (2002). Can grade 3 students learn about variation? In B. Phillips (Ed.), *Proceedings of the Sixth Intern ational Conference on Teaching*

Statistics: Developing a statistically literate society. Retrieved October 13, 2007, from http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications.php?show=1

Watson, J.M., Kelly, B.A, Callinham, R. A., & Shaughnessy, J.M. (2003). The measurement of statistics students' understanding of variation. *Canadian Journal of Science, Mathematics, and Technology Education, 34,* 1-29.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE
MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

MODELOS DE CONTORNO SEMIELIPTICO

Alfonso Sánchez Hernández
asanchez@ut.edu.co

Felix Salgado Castillo
fsalgado@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

El propósito del presente trabajo tiene como objeto dar a conocer un sencillo modelo de regresión lineal simple estructural, en el que la variable respuesta tiene como distribución la *Skew Normal*, o normal sesgada, la variable independiente se considera como una variable no observable o latente. Se consideran inicialmente los principios teóricos de la distribución *Skew Normal*, su formalización se realiza a través de la distribución normal y distribución normal truncada, y se presenta el proceso de estimación de los parámetros de localización, escala y sesgo. Se formula el modelo estructural denominado: *Measurement Error Model*, se estudian de manera analítica los parámetros que lo componen y se propone un análisis bayesiano. Por último es presentado un ejemplo de aplicación a datos reales

Palabras claves

Skew Normal, Modelos de error de medida, Modelos de contorno semielíptico, Normal truncada, Variable latente.

Introducción

Tal como lo señala Genton (2005, [1]), " El inicio de distribuciones no normales se remonta al siglo XIX. Edgeworth (1886, [3]), se preocupa por ajustar distribuciones asimétricas a frecuencias de datos, pocos años después Karl Pearson investigó la disección de una frecuencia antisimétrica, mediante la mezcla de dos normales,

la cual definió como *una forma generalizada de una curva normal con carácter antisimétrico* en un artículo para *Nature*, Pearson (1893, [4]). Al parecer fué Erastus de Forest, quien definió tal mezcla como *curva skew* en sus artículos De Forest (1882, 1883, [6], [7]). Edgeworth compró este trabajo para llamar la atención de Pearson, quien reconoció el trabajo de De Forest, en una carta para *Nature*, Pearson (1895, [5]). Este tópico de curvas creó una discordia entre Edgeworth y Pearson, pero es Stigler (1978, [8]), quien tiene dicha correspondencia reimpresa.
El siglo xx ha sido de gran interés en distribuciones no normales. Tukey (1977, [10]) introdujo las distribuciones univariadas de la familia g y h que llevan su nombre. Estas abarcan una amplia variedad de distribuciones y están definidas en términos de funciones de los *cuantiles* relativos a la distribución normal. Otra aproximación para introducir sesgo, está dada por Azzalini (1985, [11]), con su distribución *skew normal*, aunque esta idea fue sugerida en un trabajo anterior, ver Binbaum (1950, [12]), Nelson (1964, [13]), Weinstein (1964, [14]), Roberts (1966) y O'Hagan y Leonard (1976). Esta consiste en modificar la *p.d.*. normal por una función sesgo multiplicativa. Durante las pasadas dos décadas, la idea ha sido extendida a distribuciones de contorno elíptico, esto produce varias familias de distribuciones *skew elípticas*. A pesar de la explosión de interés en esta área siempre ha habido una limitante con respecto a la teoría y con respecto a las aplicaciones".

La distribución Skew Normal

Se presentan las definiciones y características de la distribución *skew normal*
Definición 1. Se dice que la variable Z tiene una distribución *skew normal*, con parámetro $\alpha \in \mathbb{R}$ si su *p.d.f* es:

$$g(z;\alpha) = 2\,\phi(z)\Phi(\alpha\, z) \qquad -\infty < z < \infty \tag{1}$$

donde $\phi(\cdot)$ y $\Phi(\cdot)$ son respectivamente las *p.d.f* y *c.d.f.* de una distribución normal estándar.
En la práctica y con el fin de ajustar a datos reales, se incluyen los parámetros de localización ξ y de escala σ, mediante la transformación $Y = \xi + \sigma\, z$, $\epsilon \in \mathbb{R}$ y $\sigma > 0$. Por tanto la densidad de una variable aleatoria Y, notada $Y \sim SN(\epsilon, \sigma, \alpha)$ se puede escribir:

$$g(z;\epsilon,\sigma,\alpha) = \frac{2}{\sigma}\phi\big(\frac{y-\epsilon}{\sigma}\big)\Phi\big(\frac{y-\epsilon}{\sigma}\big) \tag{2}$$

Propiedades de la SN

- La densidad de una $SN(0)$ es idéntica a la de una $N(0,1)$.
- Cuando $\alpha \longrightarrow \infty$, $g(z,\alpha)$ tiende a $2\phi(z)\, I_{(0,\infty)}(z)$, es decir la *p.d.f* media normal.
- Si $Z \sim SN(\alpha)$, entonces $-Z \sim SN(-\alpha)$.
- La *p.d.f.* de una $SN(\alpha)$ es unimodal a causa de que $\log(g(z,\alpha))$ es cóncava.

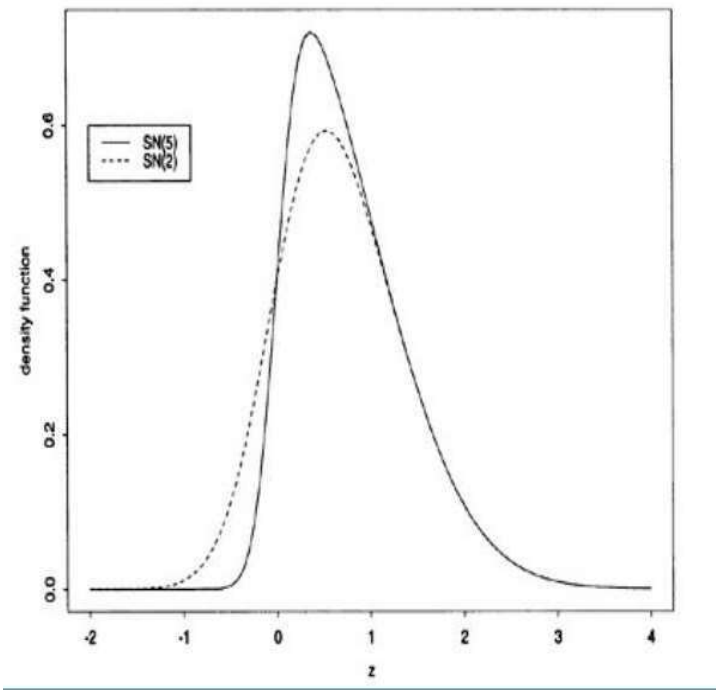


Figura 1: Fuente: Genton(2005, p.p. 5)

En el siguiente gráfico se visualizan dos distribuciones skew normal, con parámetros de asimetría $\alpha = 2, 5$. Las siguientes proposiciones ayudan a derivar el uso de la skew normal, en problemas de la vida real.

Proposición 1.1. Si $Z_1 \sim N(0,1)$ y $Z_2 \sim N(0,1)$ son variables aleatorias independientes y $Z = Z_1 | \, \alpha \, Z_1 > Z_2$, entonces $Z \sim SN(\alpha)$.

Proposición 1.2. Da un método para generar números aleatorios. Si $Z_1 \sim N(0,1)$ y $Z_2 \sim N(0,1)$ son variables aleatorias independientes y

$$Z = \begin{cases} Z_1 & \text{si} \quad Z_1 > \alpha \, Z_2 \\ -Z_1 & \text{si} \quad Z_1 \leq \alpha \, Z_2 \end{cases}$$

Proposición 1.3. *Método de condicionamiento.* Si (X, Y) es un vector con distribución normal bivariada, con marginales estandarizadas y correlación δ, entonces la distribución condicional de $Y|X > 0$ es $SN(\alpha(\delta))$. Aquí la relación entre α y δ, viene dada por:

$$\alpha(\delta) = \delta / \sqrt{1 - \delta^2} \qquad \delta(\alpha) = \alpha / \sqrt{1 + \alpha^2} \tag{3}$$

Nótese que $\delta \in (-1, 1)$, mientras que $\alpha \in \mathbb{R}$.

Proposición 1.4.(Método de la transformación). Si $Y_0 \sim N(0,1)$ y $Y_1 \sim N(0,1)$ e independientemente, $\delta \in (-1, 1)$, entonces:

$$Z = \delta |Y_0| + (1 - \delta^2)^{\frac{1}{2}} \, Y_1 \sim SN(\alpha(\delta)) \tag{4}$$

Proposición 1.5. Si (X_0, X_1) es un vector con distribución normal bivariada con marginales estandarizadas y correlación ρ, entonces:

$$\max(X_0, X_1) \sim SN(\alpha) \quad \text{donde} \quad \alpha = \left(\frac{1-\rho}{1+\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{5}$$

Momentos y Función Generatriz de Momentos

La función generatriz de momentos para una variable aleatoria Z con *skew normal* viene dada por:

$$M_Z(t) = 2\exp(t^2)\,\Phi(\delta\, t) \tag{6}$$

en donde δ ya fue especificada en la ecuación (3). Y al aplicar la fórmula (6), se obtienen los primeros cuatro momentos, a saber:

$$E(Z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,\delta \tag{7}$$

$$\text{Var}(Z) = 1 - \frac{2}{\pi}\,\delta^2 \tag{8}$$

$$S(Z) = \frac{1}{2}(4-\pi)\,\text{signo}(\alpha)\left(\frac{\alpha^2}{\frac{\pi}{2} + (\frac{\pi}{2}-1)\alpha^2}\right)^{\frac{3}{2}} \tag{9}$$

$$K(Z) = 2\,(\pi - 3)\left(\frac{\alpha^2}{\frac{\pi}{2} + (\frac{\pi}{2}-1)\alpha^2}\right)^{3} \tag{10}$$

Según Azzalini (1985, [11]) los valores entre los que varìan $S(Z)$ y $K(Z)$ son respectivamente $(-0{,}9953, 0{,}9953)$ y $(-0{,}869, 0{,}869)$.

Modelos de Medida del Error

Al estudiar a Fuller (1987, [2]), se presenta un modelo de regresiòn lineal simple con medida de error en la variable independiente.

Mínimos cuadrados ordinarios y medida de error

El modelo de regresión lineal simple se expresa mediante:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1\, x_t + e_t, \qquad t = 1, 2, \ldots, n \tag{11}$$

donde las $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ son fijas en muestreo repetido y los e_i son variables independientes $N(0, {\sigma_{ee}}^2)$.
El estimador de *mínimos cuadrados* para β_1 está dado por:

$$\hat{\beta}_1 = \left[\sum_{t=1}^{n}(x_t - \bar{x})^2\right]^{-1} \sum_{t=1}^{n}(x_t - \bar{x})(Y_t - \bar{Y}) \tag{12}$$

el cual es insesgado para β_1 y tiene la menor varianza de todos los estimadores lineales insesgados.

Otra manera de ver el modelo de regresión es considerar que las X_t se asumen como extracciones independientes de una distribución $N(\mu_x, {\sigma_{xx}}^2)$ y que el vector $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ es independiente del vector de errores $(e_1, e_2, \ldots, e_n)$. $\hat{\beta}_1$ es el estimador de máxima verosimilitud bajo ambos modelos.

Bajo el primer modelo x_t es observada directamente, mientras que para el segundo modelo x_t se observa mediante la suma:

$$X_t = x_t + u_t \tag{13}$$

donde u_t es una variable aleatoria con $\mathrm{E}(u_t) = 0$ y $\mathrm{Var}(u_t) = {\sigma_{uu}}^2$. La variable X_t es llamada algunas veces la variable *manifiesta* o la variable *indicadora*. La variable no observada x_t es llamada una variable *latente* en ciertas áreas de aplicación. Además modelos con x_t fija se llaman modelos *funcionales*, mientras que modelos con x_t aleatoria son llamados modelos *estructurales*.

Modelos de Contorno semielíptico

Cuando la variable independiente Y_t tiene distribución asimétrica, la cual es una familia bastante grande, se habla de *modelos de contorno semielìptico*, sin importar la naturaleza de las variables independientes $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. La librería *sn* de R provee las rutinas para el cálculo de los parámetros en este tipo de modelos.

Aplicación

La motivación para la ejecución del presente trabajo, se basa en una consulta que el profesor Felix Salgado, del programa de Ingeniería Forestal de la Universidad del Tolima, realizó con respecto a la precipitación en cinco zonas rurales de Ibagué durante el fenómeno del niño. Al realizar el ajuste de los datos se evidenció que la distribución de frecuencias de los datos es bastante asimétrica y que los modelos de contorno semielíptico son los apropiados para la estimación de los parámetros. Además no sólo se puede utilizar una distribución asimétrica, sino una mezcla de distribuciones asimétricas.

Referencias

[1] Genton, M.G. (2005). *Skew-elliptical Distributions and their Applications*, Chapman & Hall/CRC, London.

[2] Fuller, W.A. (1987). *Measurement Error Models*, Jhon Wiley & Sons Inc, New York.

[3] Edgeworth,F.Y. (1886). The law of error and the elimination of chance. *Philosophical Magazine*, **21**, 308 - 324.

[4] Pearson, K. (1893). Asymetrical frecuency curves. *Nature*, **48**, 615 - 616.

[5] Pearson, K. (1895). On skew probability curves. *Nature*, **52**, 317.

[6] De Forest, E. (1882). On an unsymetrical probability curve. *Analysis*, **9**, 135 - 142, 161 - 168.

[7] De Forest, E. (1883). On an unsymetrical probability curve. *Analysis*, **10**, 1 - 7, 67 - 74.

[8] Stigler, S.M. (1978). Francis Ysidro Edgeworth, Statiscian (with discussions). *J.R. Stat. Soc. Serv.* **A141**, 287 - 322.

[9] Stigler, S.M. (1986). *The history of Statistics*. The measurement of Uncertainty before 1900. Cambridge and London. The Belknap Press of Harvard University Press.

[10] Tukey, J.W. (1977). *Modern Techniques in Data Analysis*. NDF-sponsored regional research conference at Southeastern Massachusets University. North Dartmouth, MA.

[11] Azzalini, A. (1985). A class of distributions wich includes the normal ones. *Scand. J. Statistics*, **12**, 171 - 178.

[12] Binbaum, Z.W. (1950). Effect of linear truncation on a multinormal population. *Ann. Math. Statistics*, **21**, 272 - 279.

[13] Nelson, L.S. (1964). The sum of values from a normal and truncated normal. *Technometrics*, **6**, 469 - 471.

[14] Weinstein, M.A. (1964). The sum of values from a normal and truncated normal. *Technometrics*, **6**, 104 - 105.

[15] Roberts, C. (1966). A correlation model useful in the study of twins. *J. American Statistical Association*, **61**, 1184 - 1190.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Estimación Bayesiana Regresión Logística Multinomial

Alejandro Lopera Marín
Facultad de Estadística
Universidad Santo Tomás, Bogotá, Colombia
e-mail: alejandrolopera@usantotomas.edu.co

Wilmer Dario Pineda Rios
Facultad de Estadística
Universidad Santo Tomás, Bogotá, Colombia
e-mail: wilmerpineda@usantotomas.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

En esta ponencia se hace una presentación de la estimación bayesiana del modelo de regresión logística multinomial, la cual es una generalización del modelo de regresión logística dicotómica clásica, este modelo, es ampliamente utilizado gracias a su versatilidad cuando se tiene variables dependientes de tipo cualitativas con más de dos posibles niveles o categorías. El propósito será realizar la estimación bajo un enfoque bayesiano de los parámetros del modelo; previendo la complejidad de los cálculos, se hará uso de los métodos computacionales ayudados del software estadístico R, para ello utilizaremos los métodos de simulación numérica, como el muestreador de Gibbs y las Cadenas de Marcov Monte Carlo (MCMC) para obtener una aproximación de la distribución de los parámetros del modelo.

Para este caso, se hará una presentación formal del modelo, considerando el método de estimación clásica y posteriormente hacer la presentación del modelo bayesiano. Con el propósito de evaluar la eficiencia del modelo, haremos una aplicación práctica con una base de datos, en la cual se tienen definida de manera previa una

segmentación, la idea será realizar un análisis discrimínate utilizando los dos modelos propuestos y así poder concluir qué tan eficiente puede llegar a ser la estimación bayesiana del modelo de regresión logística multinomial.

Palabras claves

Estimación bayesiana, regresión logística multinomial, análisis discriminante, simulación numérica.

Referencias

[1] James H. Albert and Siddhartha Chib (1993). Bayesian Analysis of Binary and Polychotomous Response Data. *Journal of the American Statistical Association*, 442:669–679.

[2] Ming-Hui Chen; Joseph G. Ibrahim; Constantin Yiannoutsos (1999). Prior Elicitation, Variable Selection and Bayesian Computation for Logistic Regression Models. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Statistical Methodology)*, 61:223–242.

[3] Chris C. Holmes and Leonhard Heldy (2006). Bayesian Auxiliary Variable Models for Binary and Multinomial Regression. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Statistical Methodology)*, 1:145–168.

[4] Alan Agresti (2015). Foundations of Linear and Generalized Linear Models. *Wiley series in probability and statistics*

POSTERS

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

El Pali-Numérico, un recurso didáctico para la Enseñanza-Aprendizaje del número y sus operaciones.

Ángela María Arias Omaña - Sindy Lorena Gil Muñoz
Facultad de Ciencias y Educación,
Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas
Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia
e-mail: angelitaarias10@hotmail.com
e-mail: sidneykimho@hotmail.com

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

1. Resumen

Con este póster se pretende dar a conocer a la comunidad, una propuesta de enseñanza acerca del cálculo en la enseñanza primaria, la adición, la sustracción y la multiplicación. Partimos de la primicia que a pesar de que se le reconozca un papel importante al cálculo en la enseñanza matemática, se evidencia la falta de implementación didáctica en los salones de clase, que conducen a enseñar los mismos algoritmos del cálculo.

Según Belmonte, (2003) la enseñanza del cálculo intenta dotar de conocimientos al individuo que le permitan decidir y ejecutar el tipo de técnica que mejor se adapte a una situación particular. Se entiende por técnica el algoritmo que da un resultado o las técnicas usadas que ayudan a comprender el significado de cualquier operación. El problema radica en la enseñanza tradicional del cálculo en primaria que sólo trabaja con el mismo algoritmo de cada operación. De acuerdo con Belmonte, J. (2003) el trabajo con varios algoritmos de cada operación ofrece diversas ventajas:

- La utilización de otras técnicas puede permitir en algunos casos un tratamiento para corregir los errores más usuales de la técnica estándar. Así, los errores que provocan las «llevadas» en el algoritmo usual de la sustracción, pueden

tratarse mediante el trabajo de la técnica de «descomposiciones previas», que muestra de manera más trasparente, el valor de la posición de la escritura numérica

- Amplía las posibilidades de cálculo de los niños, permitiendo que puedan elegir autónomamente la técnica en la que sientan más seguros. (pp. 136-137)

Reconocemos así la importancia de la comprensión y significación del concepto de sumar, restar o multiplicar. Así pues, para que el estudiante aprenda las nociones de dichas operaciones, es necesario que comprenda las técnicas y procedimientos que requieren realizar dichas acciones. De esta manera se construyó un material didáctico llamado "Pali-numérico" que permite la comprensión de dichas nociones de cálculo.

El pali-numérico está conformado por unas paletas de madera alargadas, divididas por fichas redondas de color rojo y negro, cada paleta representa un pali-número que se alinean verticalmente de derecha a izquierda, siguiendo la regla del sistema de numeración decimal (ver figura 1). El pali-numérico cuenta con diez pali-números por cada pali-número del sistema decimal, es decir un total de 110 paletas (incluyendo el 0), esto puede variar según las cantidades que se quieran sumar.

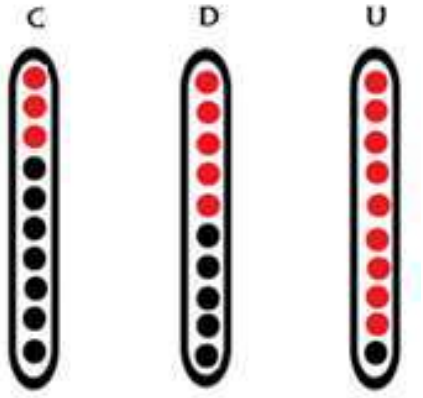


Figura 1: Representación del sistema de numeración decimal usando pali-números (Número 359)

1.1. Suma y resta

Según el MEN, (1998) en el proceso de aprendizaje de cada operación hay que partir de las distintas acciones y transformaciones que se realizan en los diferentes contextos numéricos. De esta manera se reconoce que las acciones más comunes que dan lugar a los conceptos de adición y sustracción son las de agregar y quitar, agrupar y desagrupar, estas ideas son las que se trabajan para comprensión del concepto de número. En el caso del pali-numérico la acción consiste en establecer

relaciones y transformaciones pensando siempre en completar a la decena. Es decir que se realiza un proceso de comparación y sobreposición en los pali-números para realizar cada operación.

1.2. Multiplicación

En el isomorfismo de medidas, las dos cantidades que aparecen como datos al problema desempeñan papeles distintos, uno de ellos es cuando la multiplicación es de manera asimétrica, Bell y sus colaboradores (citados por Castro *et al*, 1995) Sugieren una clasificación de los problemas multiplicativos asimétricos, algunos son:

- Grupos Múltiples
- Medida repetida

En estas estructuras la acción a realizar consiste en repetir tantas veces un conjunto de n elementos. En el caso del pali-numérico, se repetira tantas veces el pali-número vertical según el cardinal del pali-número horizontal.

Palabras claves

Sistema de numeración decimal, relaciones y transformaciones, operaciones, recurso didáctico.

Referencias

[1] Belmonte, J., (2003). Los contenidos y sus enseñanzas. en Chamorro, M. *Didáctica de las matemáticas* (pp. 134-137). Madrid, España: Pearson educación.

[2] Castro, E., Castro E, Rico, L. (1995) *Estructuras aritméticas elementales y su modelización.* (pp. 58). Grupo editorial Iberoamérica, Bogotá, Colombia

[3] MEN, (1998). Lineamientos curriculares de matemáticas (pp. 30). Bogotá, Colombia.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

AUTOMATAS CELULARES.

KAREN YISETH PERDOMO QUESADA
PAOLA POLANIA PEREZ

karito_200925@hotmail.com
papope13@hotmail.com

RESUMEN

Los Autómatas Celulares (AC), son usados para modelar una gran cantidad de fenómenos que implican comportamientos basados en reglas de transición. Para esta propuesta de investigación los autómatas celulares y su aplicación geográfica, proporcionarán la plataforma que permita modelar entidades ambientales, cuyo comportamiento se suscribe a una vecindad y puede interrelacionarse con otras entidades por medio de funciones de transición; estas funciones en cada entidad geográfica simulada con AC, muestran un comportamiento emergente, auto organizado y adaptativo; produciendo modelos complejos aplicando reglas simples.

PALABRAS CLAVE

Autómatas Celulares, dinámica de sistemas, viabilidad, adaptación, ecosistema.

REFERENCIAS

[1] A new kind of science Stephen Wolfram.
[2] Daniel Hopkins, “Resilience and Regime Change in Ecosystems: Bifurcation and Perturbation Analysis”
[3] Ian Thompson, “Biodiversidad, umbrales ecosistémicos, resiliencia y degradación forestal”
[4] Gunderson, L.H. 2000. “Ecological resilience: in theory and application. Annual Review of Ecology, Evolution, and Systematics”

[5] Plan de cambio climático Huila 2050.
[6] Robert costanza, Lisa Wainger, Carl Folke, and Karl-Goran Male" Modeling Complex Ecological Economic Systems"
[7] Michael L. Deaton James J. Winebrake "Dynamic modeling of environmental systems"
[8] Manuales Ramsar para el uso racional de los humedales 4a. edición, 2010
[9] Javier Aracil y Fracisco Gordillo. Dinamica de Sitemas.
[10] Simulación de Modelos de Sistemas Dinámicos para Sostenibilidad. Edmundo Guerra Paradas.2009
[11] Manual Practico de Stella, software de Modelacion Dinamica. Armando Cervantes Sandoval, Xavier Chiappa Carrara
[12] Tutorial Weka 3.6.0. Ricardo Aler 2009
[13] http://www.eltiempo.com/archivo/documento/CMS-16630965
[14] Desde la U. Edición No 33 Septiembre de 2014.
[15] La Nación. 21/junio/2016. La 'jungla de cemento' tiene al borde de la extinción al humedal Los Colores

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Simulación numérica de ondas al interior de un tubo acústico (Ponencia ó Póster)

Leonardo Vásquez Martínez , Jorge Mauricio Ruíz Vera
Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
e-mail: lvasquezm@unal.edu.co , jmruizv@unal.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

Empleando el método de diferencias finitas se presenta el análisis y la simulación de la generación y comportamiento de ondas sonoras al interior de un tubo. A partir de las ecuaciones que modelan físicamente el problema se establece una discretización del tipo *s̈taggered grid¨* mediante la cual es posible resolver el problema. Además, consideramos con especial cuidado las condiciones de frontera en la pared derecha, donde tienen lugar fenómenos de reflexión y transmisión. Se implementa de forma computacional un algoritmo que permite simular el comportamiento de la presión y la velocidad a lo largo del tubo para un instante de tiempo dado, asi como las condiciones de estabilidad del método empleado. En particular se determinan los espectros de resonancia típicos para un tubo de aire en condiciones forzamiento y amortiguamiento. Por último se analiza el comportamiento del factor de calidad Q del sistema, y se confirma su característica exponencial asi como su dependencia con la impedancia acústica Z.

Palabras claves

análisis numérico, diferencias fintias, *staggered grid*, ecuación de onda, resonancia, factor de calidad, impedancia.

Referencias

[1] Giordano, Nicholas J. Nakanishi, Hisao (2006) *Computational Physics*. Addison-Wesley.

[2] Kinsler, Lawrence E. (1999) *Fundamentos de Acústica*. Ed. Limusa.

[3] Mathews, Jhon H. Mathews, (1998) *Numerical method using MATLAB* PrenticeHall.

[4] Philip, M. Morse Uno, K. Ingard (1968) *Theoretical Acoustics* McGraw Hill.

[5] Rossing, Thomas D. (2004) *The Science of sound* Addison-Wesley

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Hipermatrices y distancia aparente

Diana H. Bueno-Carreño
Departamento de Ciencias Naturales y Matemáticas
Pontificia Universidad Javeriana, Cali, Colombia
e-mail: dhbueno@javerianacali.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

Calcular la distancia mínima de códigos abelianos, o una cota para ella, es uno de los problemas más estudiados en este tipo de códigos. La primera cota inferior conocida para la distancia mínima de un código cíclico C es la cota BCH (Bose-Ray-Chaudhuri-Hocquenghem). En 1970, P. Camion [1] extendió el estudio de la cota BCH a la familia de los códigos abelianos al introducir las nociones de *distancia aparente* de un polinomio y de un código abeliano. En 1992, R.E. Sabin [2] presentó un método para calcular la distancia aparente a través de matrices, en el caso de dos variables. En esta comunicación se presentará una extensión del método diseñado por R. E. Sabin para el caso multivariable, introduciendo la noción de distancia aparente de una hipermatriz .

Preliminares

A cada código abeliano vamos a asociar un arreglo multivariable, que llamaremos hipermatriz y que se usa para calcular la distancia aparente del código. Definimos a continuación, en forma general, dicho tipo de arreglos.

Definición 1. *Una hipermatriz con entradas en un anillo R e índices en $I = \prod_{k=1}^{s} \mathbb{Z}_{r_k}$, es un I-arreglo de dimensión s, que denotamos por $M = (a_{\mathbf{i}})_{\mathbf{i}\in I}$, con $a_{\mathbf{i}} \in R$. En el caso $s = 2$, diremos que M es una matriz y en el caso $s = 1$ diremos simplemente que M es un vector o una matriz fila (o columna).*

Si $a_{\mathbf{i}}$ es una entrada de M, diremos que $a_{\mathbf{i}} \in M$. Dado $\mathbf{i} \in I$ escribimos su k-ésima coordenada como $\mathbf{i}(k)$ y definimos el conjunto $I(k, b) = \{\mathbf{i} \in I \ : \ \mathbf{i}(k) = b\}$.

Definición 2. *Una hipercolumna de la hipermatriz M se define como $H_M(k,b) = \{a_{\mathbf{i}} \in M \ : \ \mathbf{i} \in I(k,b)\}$ con $1 \leq k \leq s$ y $b \in \mathbb{Z}_{r_k}$.*

Dado un entero positivo r, una lista de representantes canónicos $b_0, b_1, \ldots, b_l \in \mathbb{Z}_r$ es una lista de enteros consecutivos módulo r, si para cada $0 \leq k < l$ se tiene que $b_{k+1} \equiv b_k + 1 \mod r$. Si $b = b_k$ (resp. $b = b_{k+1}$) denotamos por $b^+ = b_{k+1}$ (resp. $b^- = b_k$).

Definición 3. *Sea M una I-hipermatriz no nula sobre $\mathbb{F}_{q^v}$ ($\mathbb{F}_{q^v}$ es el cuerpo finito con q^v elementos donde q es una potencia de número primo p), $k \in \{1, \ldots, s\}$, $b \in \mathbb{Z}_{r_k}$ y $H_M(k,b)$ una hipercolumna no nula. El conjunto de hipercolumnas nulas adyacentes a $H_M(k,b)$ es el conjunto de hipercolumnas $CH_M(k,b) = \{H_M(k,b_0), H_M(k,b_1), \ldots, H_M(k,b_l)\}$ tales que $H_M(k,b_j) = 0$ para todo $j \in \{0, \ldots, l\}$, $b_0, b_1, \ldots, b_l$ es una lista de enteros consecutivos módulo r_k, $b^+ = b_0$ y $H_M(k,b_l^+) \neq 0$. Denotamos por $\omega_M(k,b)$ el valor $|CH_M(k,b)|$.*

Presentamos ahora la noción de distancia aparente de una hipermatriz.

Definición 4. *Sean M una I-hipermatriz sobre $\mathbb{F}_{q^v}$ y $k \in \{1, \ldots, s\}$.*

1. *Si M es la I-hipermatriz nula, su distancia aparente es $d^*0 = 0$.*
2. *En el caso $s = 1$, la distancia aparente del vector M es $d^*M = \max_{b \in \mathbb{Z}_r}\{\omega_M(b) + 1\}$.*
3. *Para $s \geq 2$, damos la definición en dos pasos:*
   a) *La distancia aparente de M respecto de la variable x_k es $d_k^*M = \max_{b \in \mathbb{Z}_{r_k}}\{(\omega_M(k,b) + 1) \cdot d^*H_M(k,b)\}$.*
   b) *Y la distancia aparente de M es $d^*M = \max_{1 \leq k \leq s}\{d_k^*M\}$.*

Palabras claves

Distacia aparente, códigos abelianos, hipermatirces.

Referencias

[1] Camion, Paul (1971), *Abelian Codes*, MRC Tech. Sum. Rep. # 1059, University of Wisconsin.

[2] Evans Sabin, Roberta (1992) *On Minimum Distance Bounds for Abelian Codes*, Applicable Algebra in Engineering Communication and Computing, Springer-Verlag.

[3] Bernal, J.J ; Bueno-Carreño, D.H.; Simón, J.J. (2016) *Apparent distance and a notion of BCH multivariate codes*, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 62, no. 2, 655-668 pp.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Zoológico de Gauss

Luis Jehiel Negret Trujillo
Departamento de Matemáticas XX
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: ljnegrett@ut.edu.co

Juan Sebastián Valero Bedoya
Departamento de Matemáticas XX
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: jsvalerob@ut.edu.co

Nidia Yadira Caicedo
Departamento de matemáticas
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: nycaicedob@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

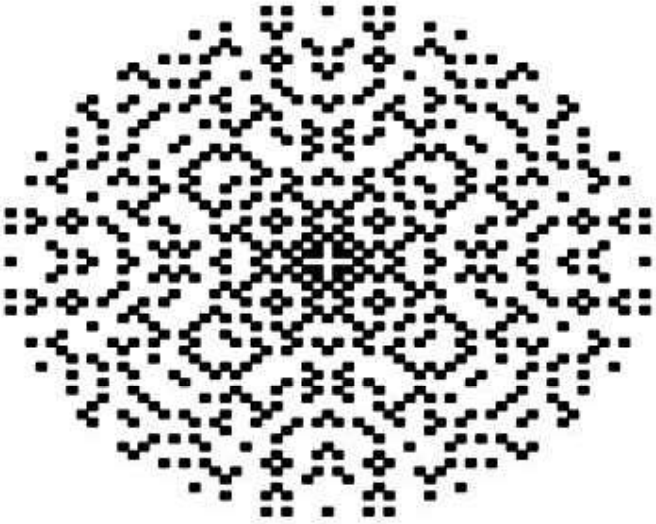


Imagen 1. Primos Gaussianos de norma menor a 1000

En la actualidad es común hablar de números primos, como el 2,3,5,7,... en fin, que pasaría si intentamos movernos a otro conjunto númerico mucho más grande que los reales, como lo és el conjunto de los números complejos, ¿como serán los primos allá? ¿tendrán relación con los primos ya conocidos?, la verdad, si existen primos en los complejos y éstos pueden formar un patrón como se ve en la Imagen 1. La conjetura de los primos gemelos dice que hay infinitos primos de la forma (n,n+2), con esto se construye el conjunto que se denomina constelación el cual se puede generalizar de la forma (n+a_1,n+a_2,...,n+a_k) que para más facilidad se escribe de la siguiente forma (a_1,a_2,...,a_k), pero la pregunta es: ¿Hay conjuntos de este estilo en el plano complejo? Es decir, conjuntos de primos en los complejos de los cuales se repita el patrón infinitas veces. En este trabajo, presentamos definiciones, propiedades, ubicación en el plano y la construcción de conjuntos conectados con pasos acotados menor a $\sqrt{2}$, denominados `animals` donde se puede encontrar el conjunto admisible más grande, llamados `lions` como se muestra en la Imagen 2.

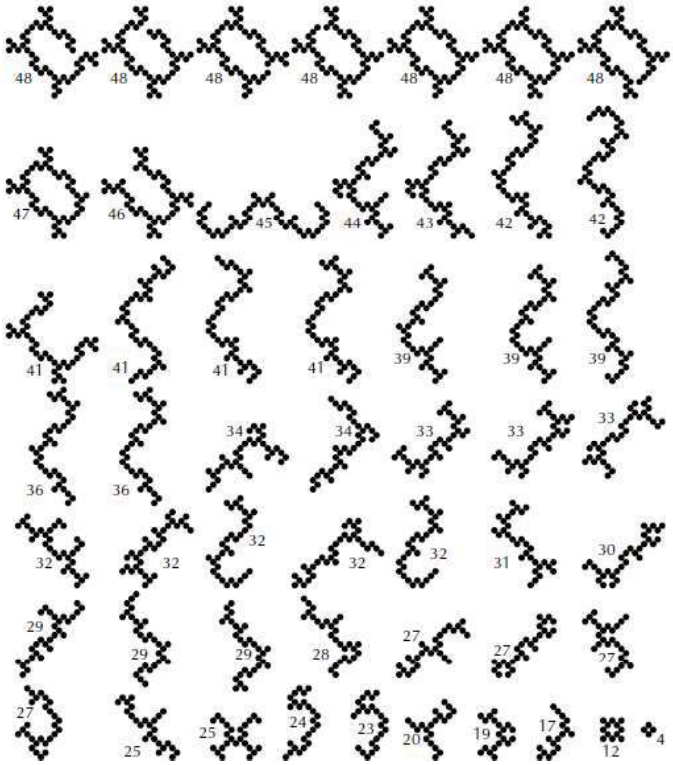


Imagen 2. Conjuntos admisibles conectados

Palabras claves

* Enteros Gaussianos
* Primos Gaussianos
* Zoológico de Gauss

Referencias

[1] Jhon Renze, Stan Wagon and Brian Wick.*The Gaussian zoo.*experimental mathematics 10:2 (2001).pp 161-173

[2] I. Vardi, *Prime percolation*, Experiment. Math. 7:3 (1998), 275-289.

[3] Richard K. Guy(1981). *Unsolved Problems in Number Theory.* Springer Science and Business Media.

[4] Ellen Gethner, Stan Wagon and Brian Wick.*A Stroll Throught the Gaussian primes.*Amer. math. Monthly, 105(1998) 327-337.

[5] J. H. Jordan and J. R. Rabung, *A conjecture of Paul Erdos concerning Gaussian primes*, Math. Comp. 24 (1970) 221-223.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

PRODUCCION DE INFORMES DINAMICOS CON R

Yasmin Rubiela Cote, Shirley Johana Toloza, Mayra Alejandra Franco

Resumen

La producción de informes estadísticos y presentaciones eficientes en cuanto a versatilidad de su contenido, presentación, actualización y almacenamiento es de gran importancia en el mundo moderno. Gracias al avance tecnológico contamos con una gran cantidad de herramientas para convertir un informe escrito en texto plano en un llamativo texto interactivo. El propósito de este trabajo es mostrar algunas herramientas para construir este tipo de informes basándonos principalmente en el uso de recursos y herramientas desarrolladas sobre el lenguaje R como son la interfaz Rstudio y paquetes como Rmarkdown, Ggplot2 y Shiny principalmente.

Introducción

Rstudio es un programa que permite interactuar directamente con R a través de una interfaz que integra código, gráficas, tablas, código en R y resultados. Además de ser gratuito y estar disponible para los sistemas operativos más comúnes, sus usuarios le reconocen la calidad en las gráficas y la posibilidad de actualización permanente. En particular, este trabajo se propone mostrar otra ventaja de este software como es la edición de documento de texto o presentaciones en R al tiempo que se realiza el análisis de datos.

¿Cómo es RSTUDIO?

Al ingresar al programa el usuario observará una interfaz Windows que le ofrece cuatro pantallas o paneles (ver Figura 1) que trabajan en paralelo, éstas son: Consola para sesiones R interactivas y un editor de código fuente con pestañas para organizar los archivos de un proyecto, en este panel se digitará el documento, este lee los comandos de R y los vincula al informe; por otra parte, también se resalta que los informes que se editen se podrán guardar en diferentes formatos Word, pdf y HTML (ver Figura 2) adicional a su capacidad para producir presentaciones con diapositivas vinculadas con R y otras interfaces dinámicas como Shiny que permiten presentar la información con mejor visualización.

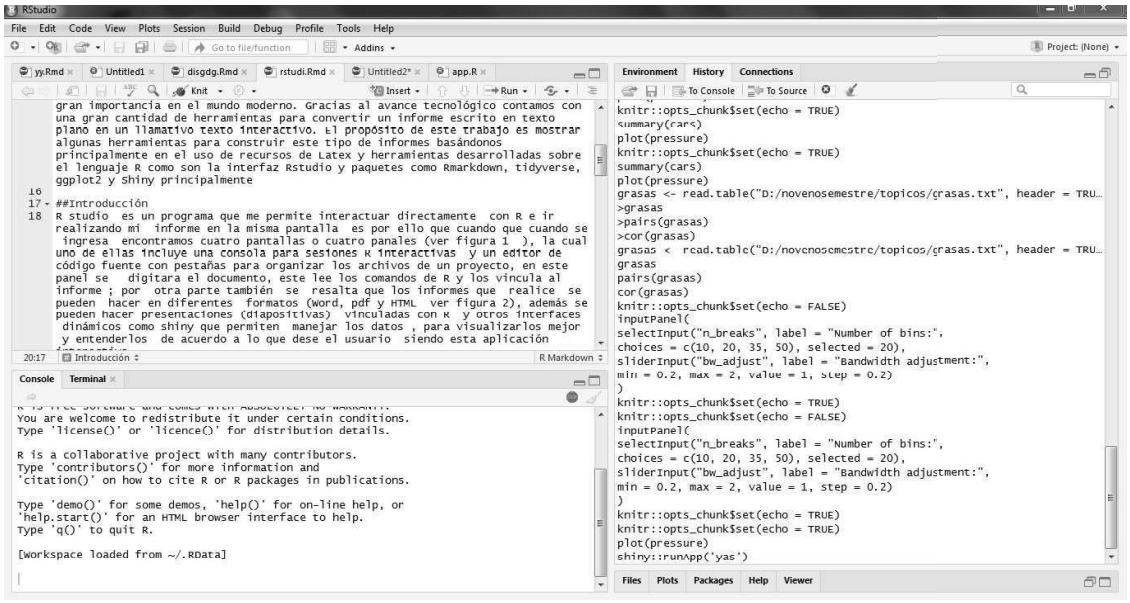


Figura 1

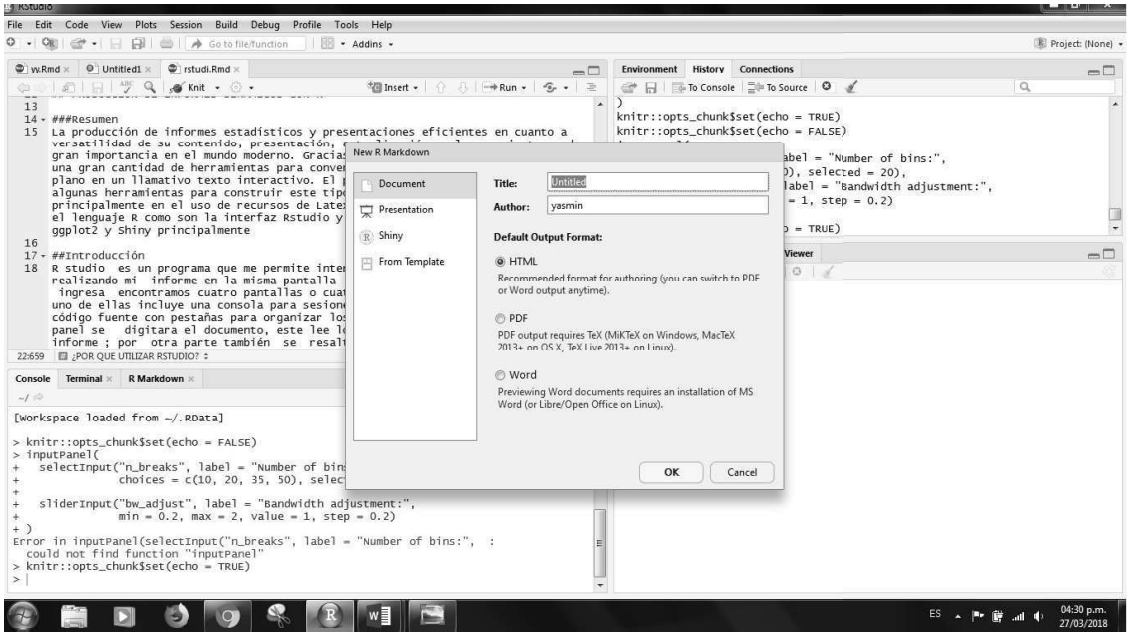


Figura 2

¿POR QUE UTILIZAR RSTUDIO?

Rstudio permite utilizar de manera fácil y productiva a R, proporcionando una manera novedosa de utilizar algunas característica de IDE (Entorno de desarrollo integrado) como es la posibilidad de que el informe escrito se vaya actualizando de acuerdo a los datos.

Otra característica a destacar es que Rstudio permite la exportación de una imagen en múltiples formatos, permite el control total sobre el tamaño y la resolución de la gráfica,

además de que admite el sistema Shiny, que está diseñado para simplificar la creación de aplicaciones interactivas en la web.

VIENDO LAS APLICACIONES DE RSTUDIO EN LA ELABORACION DE UN INFORME

Para iniciar la escritura de un informe se debe descargar el paquete Rmarkdown que es el que permitirá implementar el formato que desee, y para la realización de las diapositivas es recomendable descargar el paquete Shinny. Una vez descargado el paquete procederemos a realizar un informe a partir de datos del mundial de futbol de Rusia 2001

Para una base de datos sea leída, además del comando usado se debe digitar el nombre de la variable dentro de una llaves un conector con unas llaves "{ }" y por supuesto esta base datos debe ser leída en la consola de R.

Para el análisis de nuestros datos analizaremos primero las relaciones de las variables, utilizando los mismos comandos que utilizamos en R con la diferencia de que estos comandos se dan en la barra donde se analiza la variable. Inicialmente se corrió el comando summary y para mejorar la visualización de los datos podemos utilizar los mismos comandos que R con Rstudio, pero ya siendo vinculados al informe, por ejemplo, analizaremos todas las variables de edad por medio de histogramas.

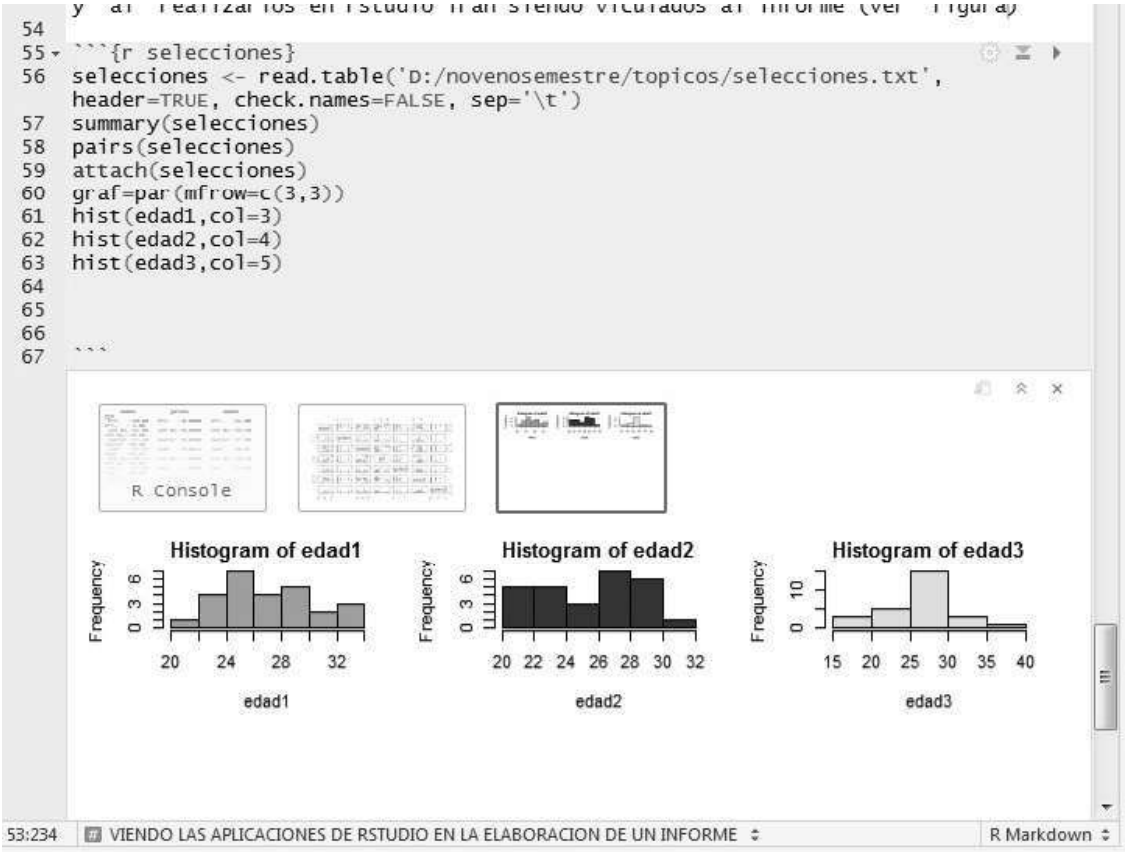


Figura 3

Para realizar un análisis en varias variables y se desea mostrar el resultado de una regresión en 3 dimensiones se debe descargar el paquete “scatterplot3d”. Al descargar este paquete, ya se obtienen las herramientas necesarias para realizar la gráfica. A continuación, vemos un ejemplo de su uso. (Ver Figura 4)

```
selecciones <- read.table('D:/novenosemestre/topicos/selecciones.txt',
header=TRUE, check.names=FALSE, sep='\t')
attach(selecciones)

fig <-scatterplot3d(pj2,edad2,goles2, box=F, type='p',lwd=1,pch=19)
plano<-lm(goles2~edad2+pj2,data=selecciones)
fig$plane3d(plano,lty.box="solid",col=43)
```

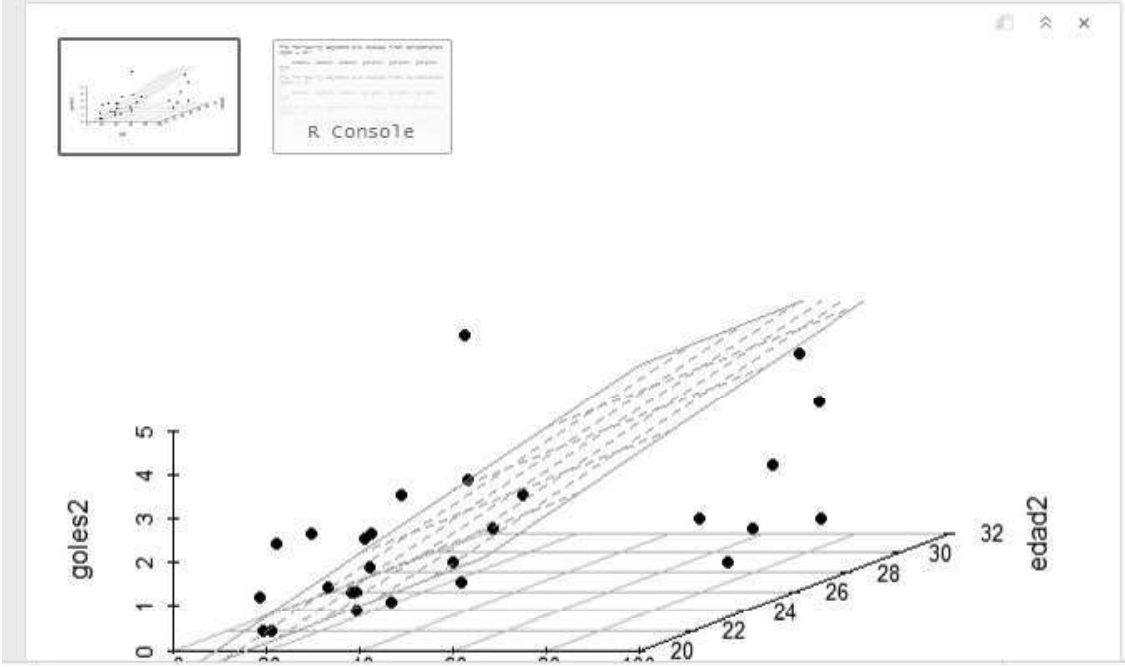


Figura 4

Shiny

Este es un programa que permite hacer aplicaciones web relacionadas con objetos interactivos vinculados con R., permite también realizar presentación de diapositivas como se puede observar en la siguiente Figura.

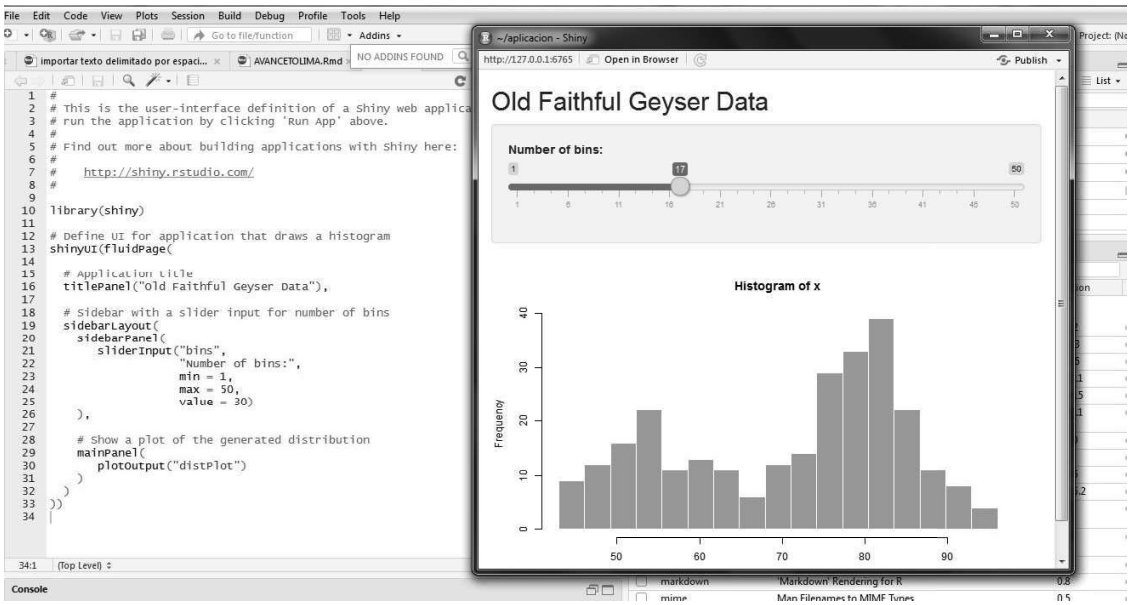


Figura 5

REFERENCIAS

Horton, n. & Kleinman, K. (2015). Using R and Rstudio for data management, Statiscal Analysis and graphics. CRC Press. Segunda edición.

Verzani, J. (2011).Getting Started with RStudio. Disponible en https://www.cs.utexas.edu/~cannata/dataVis/Class%20Notes/Getting%20Started%20with%20RStudio.pdf

Xie, Y. (2013). Dynamic Documents with R and knitr. Chapman & Hall.

Zubcoff, J. (2017). Módulo 5. Informes con RStudio y R Markdown curso Herramientas para Data Science. Recuperado de https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/69768/1/Modulo_5_-_Informes_con_R_Markdown.pdf

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Comparación del Cálculo de Pronósticos con Modelos TARX y TAR en la Deuda Externa Pública e Inversión Privada Trimestral en Colombia 1994-2007

Holmes Fabian Molina Alape[*]
Matemáticas con Énfasis en Estadísticas
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: hfmolina@ut.edu.co

Joaquín González Borja [**]
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: jgonzalezb@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

En esta comunicación se presenta una comparación del cálculo de pronósticos con series de tiempo no lineales TARX y TAR con dos regímenes en la deuda externa pública e inversión privada trimestral en Colombia entre 1994 y 2007 . La estimación de parámetros de los modelos y el cálculo de pronósticos se realizó a través de técnicas Bayesianas y métodos MCMC. Los resultados muestran evidencia de una relación no lineal e inversa entre las dos series de tiempo bajo estudio. En cuanto a pronósticos el modelo TARX presenta un mejor comportamiento respecto a los TAR.

[*]Estudiante
[**]Profesor

Palabras claves

Modelos TARX y TAR, técnicas Bayesianas, métodos MCMC, deuda externa pública, inversión privada, estimación de parámetros, cálculo de pronósticos.

Referencias

[1] Cathy W.S Chen y Jack C. Lee. (1995). Bayesian Inference of Threshold Autoregression Models, *Journal of Time Series Analysis*, **16**, 483-492.

[2] Cathy W.S Chen. (1998). A Bayesian Analysis of Generalized Threshold Autoregression Models, *Statistics & Probability Letters*, **40**, 15-22.

[3] Mike K.P. So y Cathy W.S Chen. (2003). Subset Threshold Autoregression, *International Journal of Forecasting*, **22**, 49-66

[4] Nieto, F.H. (2005).Modeling Bivariate Threshold Autoregressive Processes in the Presence of Missing Data, *Communications in Statistics, Theory and Methods*, **34**,905-930

[5] Salamanca, A. y Monroy, V. (2008). Deuda Externa Pública e Inversión en Colombia 1994-2007: Evidencia de un Modelo No Lineal TAR, B*orradores de economía, Banco de la república*, **543**

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Múltiples ciclos limite en un modelo de depredación del tipo Leslie-Gower

Paulo Cesar Tintinago Ruiz

Leonardo Duvan Restrepo

Universidad del Quindío

Universidad del Tolima

pctintinago@uniquindio.edu.co

ldrestrepoa@ut.edu.co

RESUMEN:

En este trabajo presentamos los principales resultados de la dinámica de un modelo de depredación de tipo Leslie cuando se considera una respuesta funcional Holling tipo IV. El modelo es determinístico de tiempo continuo, descrito por un sistema bidimensional de ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales autónomo del tipo Kolmogorov.

En el estudio de este modelo, determinaremos las condiciones de existencia y colapso de los puntos de equilibrio en el primer cuadrante, su naturaleza. Demostraremos que las soluciones son acotadas probando que el modelo está bien propuesto. Determinaremos la existencia de curvas separatrices, curvas heteroclinicas y homoclinicas. Determinaremos la cantidad de ciclos límite que tienen los modelos

usando el método de las cantidades de Lyapunov. La tarea de estudiar la cantidad de ciclos límites que pueden originarse por la bifurcación de un foco tipo centro, no ha sido fácil y la cuestión permanece sin respuesta para los modelos de depredación tal como sucede con el Problema 16 de Hilbert para sistemas polinomiales.

PALABRAS CLAVE: Ciclos limite, bifurcaciones, modelo depredador-presa.

REFERENCIAS

[1] A. Aguilera-Moya, B. González-Yañez and E. González-Olivares, Existence of multiple limit cycles on a predator-prey with generalized nonmonotonic functional response, In R. Mondaini (ed), Proceedings of the Fourth Brazilian Symposium on Mathematical and Computational Biology, E-Papers Serviços Editoriais, Ltda., Rio de Janeiro, Volumen 2 (2005) 196-210.

[2] D. K. Arrowsmith and C. M. Place, Dynamical System. Differential equations, maps and chatic behaviour, Chapman and Hall, 1992.

[3] C. Chicone, 1999, Ordinary differential equations with applications, Texts in Applied Mathematics 34, Springer.

[5] H. I. Freedman, Deterministic Mathematical Model in Population Ecology, Marcel Dekker, New York,1980.

[6] E. González-Olivares, P. Tintinago- Ruiz and A. Rojas palma, A Leslie-Gower type predator-prey model with sigmoid functional response. International Journal of computer mathematics, Taylor and Francis, 2015.

[7] E. Sáez and E. González-Olivares, Dynamics on a Predator-prey Model, SIAM Journal of Applied Mathematics, Vol. 59, No. 5, pp. 1867-1878, 1999.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

MÉTODOS DE ESTIMACIÓN POR REMUESTREO EN R

DANNA KATHERINE CHÁVEZ SÁNCHEZ

ROSA XIMENA BARAJAS RINCÓN

TULIA ESTHER RIVERA FLOREZ

UNIVERSIDAD INDUSTRIAL DE SANTANDER

danakatherinechavez@hotmail.es, amerincon@hotmail.com, trivera@uis.edu.co

RESUMEN:

Los métodos de remuestreo son hoy día una importante herramienta que se consolida como alternativa a los métodos asintóticos. Tanto en el ámbito académico como práctico, su difusión es baja debido a que suponen el uso de herramientas computacionales y la adaptación del método de estimación vía simulación acorde al logro de un objetivo de análisis particular. Este trabajo muestra una comparación de la eficiencia de los métodos de estimación por remuestreo implementados en R en el caso de modelos lineales. Los resultados encontrados permiten confirmar que los métodos de estimación por remuestreo resultan ser más eficientes, en cuanto a reducción del sesgo en la estimación de parámetros, aún en aquellos escenarios que se alejan de las condiciones ideales de estimación como es la no aleatoriedad de la muestra y las muestras pequeñas.

PALABRAS CLAVE:

Métodos de remuestreo, Bootstrap, Método de Jackknife, Pruebas aleatorizadas, Validación cruzada, distribución muestral empírica, Sesgo de estimación.

Bibliografía

BOSE, A. (1990). Bootstrap in moving average models. Annals of the Institute of Statistical Mathematics,42, 753-768.

EFRON, B. Y TIBSHIRANI, R. J. (1993). An introduction to the bootstrap. New York: Chapman & Hall.

FREEDMAN, D. A. (1984). On bootstrapping two-stage least-square estimates in stationary linear models. The Annals of Statistics,12, 827-842.

Rodgers, J. L. (1999). The Bootstrap, the Jacknife, and the Randomization Test: A Sampling Taxonomy. Multivariate Behavioral Research, 34 (4), 441-456.

WU, C. F. J. (1986). Jackknife, bootstrap and others resampling methods in regression analysis. The Annals of Statistics,14, 1261-1350.

Método Bootstrap. Documento recuperado de internet el 5 de febrero de 2018 en http://www.math.ntu.edu.tw/~hchen/teaching/LargeSample/notes/notebootstrap.pdf

Un método de remuestreo para la regresión lineal. Documento recuperado de internet el 10 de febrero de 2018 en http://eio.usc.es/eipc1/BASE/BASEMASTER/FORMULARIOS-PHP/MATERIALESMASTER/Mat_9_bootstrap-regresion.pdf

The Jackknife estimation method. recuperado de internet el 9 de febrero de 2018 en http://www.math.ntu.edu.tw/~hchen/teaching/LargeSample/notes/notebootstrap.pdf

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Estimación de parámetros para un modelo matemático de la dinámica glucosa-insulina

Edwar Fabián Panqueba M.
Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D.C, Colombia
e-mail: epanquebam@unal.edu.co

Cindy Lorena Capera T.
Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D.C, Colombia
e-mail: ccaperat@unal.edu.co

Jorge Mauricio Ruiz V.
Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D.C, Colombia
e-mail: jmruizv@unal.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

La diabetes es una enfermedad crónica, cuyas cifras de diagnóstico en personas jóvenes ha aumentado con gran preocupación en los últimos años. De acuerdo con la Organización Mundial de la Salud (OMS), hasta el año 2016, esta enfermedad era padecida por 62 millones de personas entre 20 y 79 años de edad, además, se ha posicionado como una de las principales causas de muerte a nivel mundial representado por el 8.4 % de todas estas.

En Colombia, durante el año 2013, el 7.1 % de la población tenía diabetes, y se estimó que para el año 2030 esta cifra aumentará al 11.4 %. Entre las principales

causas de esta enfermedad se encuentran el estilo de vida sedentario, los desórdenes nutricionales y el exceso en el consumo de alimentos poco saludables, entre otros. Este país ocupa el segundo lugar con mayor número de personas con diabetes entre todos los países de América Central y del Sur después de Brasil que tiene el primer lugar, situación que resulta alarmante si se tiene en cuenta el número de habitantes de ese país en comparación con Colombia.

Debido a que es necesario administrar un tratamiento de por vida a un paciente enfermo de diabetes, el costo de esta enfermedad es muy elevado para los sistemas de salud, cuyo gasto se estiman en alrededor de 1015 millones de dólares anuales, sin incluir los costos adicionales asociados a complicaciones de la enfermedad, convirtiéndose así en un problema de salud pública que debe controlarse y prevenirse.

Por lo tanto, es importante identificar las características del metabolismo de cada paciente con el fin de facilitar estudios que permitan crear tratamientos útiles para la regulación óptima los niveles de glucosa e insulina en el cuerpo. Así pues, en este trabajo se considera un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales que involucra 4 parámetros, cada uno de ellos asociado a un hecho biológico de la dinámica glucosa-insulina en el organismo, por ejemplo, el aumento de la insulina por presencia de glucosa o la reducción de glucosa por la metabolización del cuerpo. Se usan datos de niveles de glucosa e insulina disponibles en la literatura para la estimación de los parámetros involucrados en el modelo, por medio de la implemetación computacional de un método numérico adaptado a las condiciones propias del modelo de ecuaciones.

Palabras claves

Ecuaciones diferenciales, Métodos numéricos, Biología matemática.

Referencias

[1] Cheney, W., Kincaid, D. (2011). *Numerical methods and computing.* México D.F.: Cengage Learning.

[2] Chapra, S., Canale, R. (2015). *Numerical methods for engineers.* México D.F.: McGraw-Hill.

[3] McGill, M., Blonde, L., Chan, J., Khunti, K., Lavalle, F., Bailey, C. (2017). *The interdisciplinary team in type 2 diabetes management: Challenges and best practice solutions from real-world scenarios.* Jorunal of Clinical & Translational Endocrinology, 7(17), 21-27.

[4] Vargas-Uricoechea, H., Casas, L. (2016). *Epidemiogolía de la diabetes mellitus en Suramérica: la experiencia de Colombia.* Clínica e Investigación en Arterioesclerosis, 28(5), 245-256.

VIII Encuentro Nacional de Matemáticas y Estadística, 2, 3 y 4 de Mayo del 2018, Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia.

POSTER

Impacto del IMACO y el ITCR a las Importaciones de productos chinos en el mercado colombiano a través de Modelos VAR y VECM para el periodo 2007-2015.

Víctor Alfonso Acosta Ruíz

(estudiante)

Heivar Yesid Rodríguez Pinzón

(docente investigador)

Universidad Santo Tomás

victoracostar@usantotomas.edu.co

RESUMEN:

El presente trabajo estimó los impactos del índice mensual de actividad económica (IMACO) y del índice de tipo de cambio real (ITCR) a las importaciones de productos chinos en el mercado colombiano, mediante la construcción de una función de demanda, para lo cual se utilizó los métodos estadísticos de series temporales como modelos de Vectores Autoregresivos VAR y Vectores de Corrección del Error Cointegrados VECM, los datos se tomaron desde enero de 2007 hasta mayo 2015 con una periodicidad mensual, los resultados obtenidos en las funciones de impulso respuesta (FIR), muestran una elasticidad ingreso de la demanda positiva y más sensible que la elasticidad precio de la demanda en los hogares colombianos que demandan bienes del gigante asiático.

PALABRAS CLAVE: Impactos, ITCR, IMACO, VAR y VECM, elasticidades.

REFERENCIAS

- Arias, Eilyn, Torres, Carlos. (2004). *Modelos VAR y VECM para el pronóstico de corto plazo de las Importaciones de Costa Rica*. Banco Central de Costa Rica. Departamento de Investigaciones Económicas.
- Banco de Guatemala. (2002). *Vectores autorregresivos (VARs)*. Notas Monetarias.
- Barcena, Alicia, Rosales, Osvaldo. (2010). *The People's Republic of China and Latin America and the Caribbean: towards a strategic relationship.* Economic Commission for Latin America and the Caribbean (ECLAC), United Nations, Santiago, Chile, May 2010-396.
- Blázquez-Lidoy, Jorge, Rodríguez Javier & Santiso Javier. (2006). *¿Ángel o demonio? Los efectos del comercio chino en los países de América Latina.* Revista de la CEPAL 90.
- Borda, Sandra, Paz, María. (2012). *Bilateral Relations between China and Colombia: 1990-2010*. Colombia Internacional 75, enero a junio de 2012: 83-129.
- Correa, Gabriela & González, Juan. García. (2003). *La inversión extranjera directa: China como competidor y socio estratégico.* Nueva Sociedad 203.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Análisis Numérico de Sistemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Aplicados a la Medicina.

CLAUDIA PATRICIA ORDÓÑEZ RODRÍGUEZ
Departamento de Matemáticas y estadística
Universidad de Nariño, San Juan de Pasto, Colombia
e-mail: ordoez.patricia@hotmail.com

CATALINA M RÚA-ALVAREZ
Departamento de Matemáticas y estadística
Universidad de Nariño, San Juan de Pasto, Colombia
e-mail: catalina.rua@udenar.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

En la vida cotidiana se presentan muchos fenómenos de las ciencias, la medicina y la ingeniería que se pueden modelar matemáticamente. Es así como las Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (EDO) y los Sistemas de Ecuaciones Diferenciales (SEDO), nos han permitido modelar diferentes situaciones presentes en la vida como el comportamiento de un marca pasos, la propagación de enfermedades, el VIH/SIDA (Virus de Inmunodeficiencia Humana/ Síndrome de Inmunodeficiencia Adquirida), la diabetes, entre otras aplicaciones. Desafortunadamente pocos SEDO relacionados con aplicaciones pueden ser resueltos de forma analítica, por tanto se ve la necesidad de usar diferentes métodos numéricos para encontrar una aproximación a la solución. Ver [1, 2, 5] y [7].

Actualmente, en una variedad de resultados que se presentan en la literatura, es posible encontrar diferentes modelos matemáticos relacionados con aplicaciones que ayudan a predecir y determinar el comportamiento de enfermedades que afectan el periodo de vida de los seres humanos. Es así como, en esta investigación se analiza

la solución numérica de los modelos que relacionan la dinámica de un marca pasos al relacionarlo con circuitos y SEDO, además del comportamiento del VIH/SIDA. Se resalta que estas aplicaciones se modelan con SEDO.

El comportamiento de un marca pasos se puede simular con circuitos electrónicos de la forma Resistencia - Condensador, comúnmente conocidos como circuitos RC, el cual está compuesto de resistencias, condensadores y switches que a su vez están alineados de forma serial con una fuente eléctrica. De esta manera con un circuito se puede modelar el comportamiento de los impulsos del corazón en una persona, es así como el circuito ayuda a mantener regulado el ritmo cardiaco del corazón, observando un proceso de carga y descarga del condensador en el que la frecuencia del pulso dependerá de los valores de los componentes electrónicos presentes. Este comportamiento de carga y descarga se puede describir a través de razones de cambio, por lo cual se logra una modelación con EDO de primer orden, como puede ser visto en [3].

En el caso de la modelación del VIH/SIDA, se tendrán SEDO de primer orden las cuales se deducen teniendo en cuenta que este virus afecta principalmente el sistema inmunológico, donde el individuo afectado disminuye la cantidad de las células TCD4+ (Linfocito T cooperador, Linfocitos Citotóxicos o Linfocito CD4), que controlan este sistema. La disminución de células TCD4+ causan una debilidad del sistema inmunológico provocando que la persona esté expuesta a contraer fácilmente infecciones y enfermedades que una persona sana las evita sin dificultad. Los modelos estudiados para este caso son tomados de [6, 7] y [8].

Los problemas de SEDO que se presentan, están sujetos a condiciones iniciales y se conocen como problemas de Cauchy. Estos SEDO ayudan a predecir el comportamiento de las aplicaciones mencionadas anteriormente. Dado que la modelación del marca pasos se estudia a través de una EDO de primer orden, para la cual se tiene la solución exacta, es posible a partir del análisis numérico estudiar y aplicar diferentes métodos de aproximación, para los cuales la comparación de resultados permite encontrar diferencias entre los métodos numéricos que se usan. Sin embargo, en el caso del modelo del VIH/SIDA que no cuenta con solución analítica se realiza una comparación con resultados que se concluyen en algunas referencias, e incluso se aproxima el error de forma numérica. Es así como se puede determinar la eficiencia y precisión de los métodos en este trabajo.

Los métodos de aproximación utilizados son el método de Euler y los métodos de Runge-Kutta de segunda y tercera orden. Para cada uno de estos métodos se ha realizado la deducción teórica necesaria, la cual permite distinguir entre ellos algunas de sus propiedades específicas y garantizan la convergencia. Los algoritmos de los métodos empleados en esta investigación, se han realizado en lenguaje C y a partir de estas implementaciones, se obtienen diferentes aproximaciones numéricas para las aplicaciones mencionadas.

En este póster se presentará el análisis de resultados numéricos obtenidos a través

de las implementaciones realizadas para los métodos de Euler y de Runge-Kutta, en las cuales se obtienen aproximaciones para modelos matemáticos relacionados con las aplicaciones de la dinámica de un marca pasos y del VIH/SIDA. Incluyendo comparaciones de error, orden de convergencia y predicciones sobre las enfermedades. Esta investigación se está desarrollando en el proyecto de investigración estudiantil "Solución Numérica de Sistemas de Ecuaciones Deferenciales Ordinarias Aplicados a la Vida"financiado por la Vicerrectoría de Investigaciones, Posgrados y Relaciones Internacionales de la Universidad de Nariño.

Palabras claves

Modelación matemática, Sistema de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, método de Euler, métodos de Runge-Kutta, VIH/SIDA.

Referencias

[1] Alpala J. (2017). *Estudio teórico y computacional de métodos numéricos para ecuaciones diferenciales ordinarias, Tesis pregrado, Pasto.*

[2] Butcher, J. C. (2000). *Numerical methods for ordinary di_erential equations in the 20th century. Journal of Computational and Applied Mathematics, 125(1), 1-29.*

[3] Dennis G. Zill y Michael R. Cullen (2009) *Ecuaciones diferenciales, Cengage Learning Editores, S. A., México, DF.*

[4] Fatunla, S. O. (2014). *Numerical methods for initial value problems in ordinary diferential equations. New York: Academic Press.*

[5] Ordoñez, C. (2017). *Modelación matemática del comportamiento de un marcapasos, Encuentro Matemáticas por Estudiantes, Universidad de los Andes Bogotá D.C., Colombia 8 de Noviembre al 1 de Diciembre.*

[6] Perelson, A. S., Kirschner, D. E., & De Boer, R. (1993). *Dynamics of HIV infection of CD4+T cells. Mathematical biosciences, 114(1), 81-125.*

[7] Pistala C. (2017). *Estudio teórico y computacional de métodos numéricos para ecuaciones diferenciales ordinarias, Tesis pregrado, Pasto.*

[8] Ramírez, J. A., Estrada, J. L., De León, C. V., & Cano, M. V. (2016). *Un modelo matemático para el VIH/SIDA. Journal of Basic Sciences, 1(3).*

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Dos demostraciones clásicas del teorema de los números primos.

Germán Andrés Ruiz Hernández
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: garuizh@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
16 de Marzo de 2018

Resumen

Primero, se enuncian algunas propiedades importantes y generales de los números primos y su distribución, para luego llegar al teorema de los números primos. Tales propiedades son el Teorema de Euclides sobre la infinitud de los números primos, y otros teoremas relacionados. Luego se introducirá históricamente al trabajo hecho por Adrien Marie Legendre y Carl Friedrich Gauss sobre la conjetura de los números primos la cual establece una aproximación asintótica de la función contador de números primos $\pi(x)$.
El teorema de los números primos establece que

$$\lim_{x\to\infty} = \frac{\pi(x)}{(\frac{x}{ln(x)})}$$

El teorema fue demostrado independientemente por Jaques Hadamard y Charles Jean de la Vallée-Poussin en 1896 usando ideas de variable compleja relacionadas con la función zeta de Riemann. En 1949 Atle Selberg y Paul Erdös demostraron el teorema de una manera más elemental sin usar variable compleja ni la función zeta, y luego en 1980 el matemático estadounidense Donald J. Newman encontró una prueba más corta que la dada por Hadamard y de la Vallée-Poussin y sin utilizar los teoremas tauberianos, utilizando un lema dado por el matemático Pafnuty Chebyshev.
En el presente trabajo se describirá la demostración hecha por Selberg y Erdös, y la demostración hecha por Paul Newman. Para ello manejaremos varias herramientas

de funciones de variable compleja, las propiedades de la función zeta de Riemann, la función de Mangoldt, etc.
Con las propiedades descritas y gracias al teorema de los números primos podemos concluir que los números primos son menos comunes cuanto más grandes son. Además veremos la importancia del análisis matemático en la demostración de uno de los más grandes teoremas de teoría de números.

Palabras claves

Números primos, función contadora de números primos, aproximación asintótica, variable compleja, función zeta, función de Mangoldt, teoremas tauberianos

Referencias

[1] Apostol, Tom (1976). *Introduction to Analytic Number Theory*, Undergraduate Text in Mathematics, Springer-Verlag.

[2] Rubiano, Gustavo. Gordillo, Jorge. Jiménez, Luis (2004). *Teoría de Números para Principiantes*, Universidad Nacional de Colombia.

[3] Bak, Joseph. Newman, Donald J. (2010). *Complex Analysis*, Undergraduate Text in Mathematics, Springer-Verlag.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Conferencia
Representaciones de Estructuras Ordenadas

Luisa Fernanda Madrigal Ducuara
Egresada del Programa de Matemáticas
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: lfmadrigald@ut.edu.co

Luisa Fernanda Niño Paez
Egresada del Programa de Matemáticas
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: lfnino@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

En esta conferencia se presentará con detalle el teorema de representación de Stone, el cual establece que toda álgebra booleana es isomorfa a un conjunto de subconjuntos de algún conjunto. Además se mostrará su generalización a los retículos distributivos y a los conjuntos ordenados, y esta representación se desarrollará a nivel de conjuntos, de espacios topológicos y de categorías.

Primero se tiene una representación conjuntista de estas estructuras, iniciando desde la más general que son los conjuntos ordenados, luego semirretículos y retículos distributivos, hasta llegar a las álgebras booleanas.

A continuación se notará en cada caso que los subconjuntos que representan la estructura ordenada son los abiertos de un espacio topológico, obteniendo así una representación topológica de las estructuras ordenadas. En el caso de los retículos distributivos y de las álgebras booleanas en realidad resulta una correspondencia biyectiva entre las estructuras de orden y ciertos espacios topológicos especiales llamados espacios de Stone y espacios de pre-Stone.

Para concluir se observará que las diferentes representaciones de las estructuras ordenadas constituyen funtores entre distintas categorías. En especial, se obtienen un funtor de la categoría **Ord** de los conjuntos ordenados en la categoría **Top**

de los espacios topológicos, un funtor contravariante de la categoría **Red** de los retículos distributivos en la categoría **pSt** de los espacios de pre-Stone y un funtor contravariante de la categoría **Boo** de las álgebras booleanas en la categoría **Sto** de los espacios de Stone. Estos dos últimos funtores en realidad establecen equivalencias entre las categorías correspondientes, y así se obtiene una representación de las estructuras ordenadas en el contexto de la teoría de categorías.

Palabras claves

Representación de estructuras; teorema de Stone; álgebras booleanas; retículos; equivalencia categórica.

Referencias

[1] Adámek, Jiří, Herrlich, Horst, and Strecker, George E., *Abstract and Concrete Categories: The Joy of Cats*. New York: John Wiley, 1990.

[2] Balbes, Raymond, and Dwinger, Philip, *Distributive Lattices*. Columbia (Missouri): University of Missouri Press, 1974.

[3] Carrillo, Edinson, *Aplicaciones de las álgebras booleanas*. Trabajo de grado (Carrera de Matemáticas). Ibagué: Universidad del Tolima, 2016.

[4] Caviedes, Oscar F. y Lozano, Leidy G., *Generalizaciones de una definición iterativa de álgebra booleana*. Trabajo de grado (Carrera de Matemáticas). Ibagué: Universidad del Tolima, 2014.

[5] Díaz, Daniela, *Álgebras booleanas libres y gráficos Alfa*. Trabajo de grado (Carrera de Matemáticas). Ibagué: Universidad del Tolima, 2016.

[6] Johnstone, Peter T., *Stone Spaces*. Cambridge: Cambridge University Press, 1982.

[7] Mac Lane, Saunders, *Categories for the Working Mathematician*. New York: Springer-Verlag, 1971.

[8] Madrigal, Luisa F. y Niño, Luisa F., *Representaciones de estructuras ordenadas*. Trabajo de grado (Carrera de Matemáticas). Ibagué: Universidad del Tolima, 2018.

[9] Stone, Marshall H., "The Theory of Representations for Boolean Algebras". *Transactions of the American Mathematical Society* **40** 1 (1936) 37–111.

[10] Taboada, Jorge y Rodríguez, Danilo, *Una demostración de la equivalencia entre los gráficos Alfa y la lógica proposicional*. Trabajo de grado (Carrera de Matemáticas). Ibagué: Universidad del Tolima, 2010.

[11] Willard, Stephen, *General Topology*. Reading (Massachusetts): Addison-Wesley, 1970.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Los números trascendentes y números de Liouville

Daniel Ricardo Vásquez Calderón
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: drvasquezc@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
16 de marzo de 2018

Resumen

Se presenta brevemente el concepto de números algebraicos con cortos ejemplos. A partir de ahí se introduce el concepto de números trascendentes y se demuestra su existencia usando la definición de conjuntos contables.
Posteriormente se presenta la construcción de los números de Liouville y se demuestra que dichos números son trascendentes. Para finalizar se presenta un ejemplo específico utilizando la constante de Liouville.

Palabras claves

Polinomio, algebraico, trascendente, conjunto contable, número de Liouville, constante de Liouville.

Referencias

[1] Castro, Ivan (1987). *Temas de teoría de cuerpos*, Teoría de anillos y números algebraicos Vol. 3

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Cuaterniones Sobre un Anillo Conmutativo

Oscar Eduardo Trujillo-Niño, José David Liévano-González
Estudiantes de Matemáticas con Énfasis en Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mails: oetrujillonin@ut.edu.co, jdavidlievano@ut.edu.co

Jesús Ávila
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: javila@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

Primeramente se considera el conjunto $\mathbb{R}^4 = \{(a,b,c,d)|a,b,c,d \in \mathbb{R}\}$ y se definen las operaciones:

$$(a,b,c,d) \oplus (a',b',c',d') = (a+a', b+b', c+c', d+d')$$

$$(a,b,c,d) \odot (a',b',c',d') = (aa'-bb'-cc'-dd', ab'+ba'+cd'-dc', ac'+ca'+db'-bd', ad'+da'+bc'-cb').$$

Y se prueba que $\mathbb{R}^4$ con estas operaciones es un **anillo de división**.

Luego se considera el conjunto de matrices

$$M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ -b & a & -d & c \\ -c & d & a & -b \\ -d & -c & b & a \end{pmatrix} \middle| \, a,b,c,d \in \mathbb{R} \right\} \subseteq \mathrm{M}_4(\mathbb{R})$$

Y se prueba que M, con las operaciones usuales, es un subanillo de $M_4(\mathbb{R})$ y se demuestra que $\mathbb{R}^4$ y M son anillos isomorfos, lo cual implica que M también es un

anillo de división.

También se prueba que el conjunto $T = \left\{ \begin{pmatrix} a+bi & c+di \\ -c+di & a-bi \end{pmatrix} \middle| a,b,c,d \in \mathbb{R} \right\} \subseteq$ $\mathrm{M}_2(\mathbb{C})$ con las operaciones usuales de matrices es un subanillo de $M_2(\mathbb{C})$, el cual resulta isomorfo a $\mathbb{R}^4$.

Finalmente, se muestra que cada elemento $q \in \mathbb{R}^4$ se representa como $q = a + bi + cj + dk$ donde $a,b,c,d \in \mathbb{R}$ e $i = (0,1,0,0)$, $j = (0,0,1,0)$, $k = (0,0,0,1)$ son tales que $i^2 = j^2 = k^2 = -1$. Es decir, $\mathbb{R}^4$ con las operaciones arriba indicadas representa el bien conocido conjunto de los **Cuaterniones de Hamilton**.

Nos preguntamos entonces si es posible generalizar las construcciones anteriores para cualquier anillo conmutativo con unidad $\mathbb{A}$. Siguiendo el camino mostrado con los reales, se construyen los cuaterniones sobre el anillo $\mathbb{A}$, el cual resulta ser un anillo con unidad (no conmutativo) y se muestran los mismos isomorfismos obtenidos para el caso de los reales.

Finalmente tomamos el caso particular en que $\mathbb{A} = \mathbb{Z}_p$, p primo. Probamos que $\mathbb{Z}_p^4$ es un anillo unitario (no conmutativo), el cual no es anillo de división para ningún primo p. Apoyados en algunos programas computacionales, desarrollados por los autores, se caracterizan los cuaterniones invertibles y se presentan algunas conjeturas obtenidas acerca de los elementos idempotentes y 2-nilpotentes.

Palabras claves

Anillo, isomorfismo, cuaterniones.

Referencias

[1] J. Báez (2002). *The octonions*. Bull. Amer. Math. Soc. 39, 145-205.

[2] J. Fraleigh (1982). *A first course in abstract algebra*. Addison-Wesley. New York.

[3] A. García, Y. Lequain (2013). *Elementos de álgebra*. IMPA. Rio de Janeiro.

[4] A. Gonçalves (2006). *Introdução à álgebra*. IMPA. Rio de Janeiro.

[5] K. Spindler (1994). *Abstract algebra and applications, volume II rings and fields*. Marcel Dekker Inc. New York.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Composiciones coloreadas, una justificación Matemática

JUAN PABLO POVEDA CUELLAR
Facultad de Ciencias de la Educación
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: jppovedac@ut.edu.co

JARIB RICARDO ACOSTA CARVAJAL
Facultad de Ciencias de la Educación
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: jracostac@ut.edu.co

NIDIA YADIRA CAICEDO BRAVO
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: nycaicedob@ut.edu.co

JOSE LUIS RAMIREZ RAMIREZ
Departamento de Matemáticas
Universidad Naciona, Bogotá, Colombia
e-mail: jlramirezr@unal.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

En Teoría de Números existen conjuntos de números combinatorios con diferentes propiedades, por ejemplo: las particiones, las composiciones y recientemente las composiciones n-coloreadas de números enteros positivos, tema de interés para el

desarrollo de este trabajo. Percy Alexander MacMahon [5], fue uno de los primeros en publicar cualquier sin número de trabajos respecto a las composiciones enteras que no eran más que generalizaciones de las particiones. Paralelo a MacMahon, Agarwal [1] introdujo el concepto de composiciones n-coloreadas que básicamente son composiciones en las que los sumandos se pueden colorear con un número fijo de colores.

Definición 0.1. (Agarwal, [1] Una composición n-coloreada de un entero positivo n es una composición donde cada parte k tiene uno de k colores posibles, denotado por un subíndice $1, ..., k$.

Ejemplo 0.1. Sea n=4, sus composiciones $n-$coloreadas son:

$$(4_1), (4_2), (4_3), (4_4),$$
$$(3_1, 1_1), (3_2, 1_1), (3_3, 1_1), (1_1, 3_3), (1_1, 3_2), (1_1, 3_1),$$
$$(2_1, 2_1), (2_1, 2_2), (2_2, 2_1), (2_2, 2_2),$$
$$(2_1, 1_1, 1_1), (2_2, 1_1, 1_1), (1_1, 1_1, 2_1), (1_1, 1_1, 2_2), (1_1, 2_1, 1_1), (1_1, 2_2, 1_1),$$
$$(1_1, 1_1, 1_1, 1_1).$$

En este contexto, se describirá brevemente diferentes tópicos y fundamentos matemáticos sobre los que se sustentan las composiciones n-coloreadas; propiedades, teoremas y resultados importantes [3]. Así mismo, se presentará un estudio amplio del artículo [2], mostrando algunas generalizaciones del concepto de composiciones n-coloreadas y de problemas enumerativos relacionados. De igual modo, presentamos algunos resultados analíticos [4] que sustentan las composiciones n-coloreadas con ciertas restricciones en sus colores o en sus partes desde el punto de vista combinatorio. Por último, introducimos nuevas familias de composiciones n-coloreadas.

Palabras claves

Composiciones, n-coloreadas, Combinatoria, Función generatriz y Enumeración.

Referencias

[1] Agarwal, A. K. (2000). n-colour compositions. Indian Journal of Pure and Applied Mathematics, 31(11), 1421-1424.

[2] Sachdeva, R.,& Agarwal, A. K. (2017). Combinatorics of certain restricted n-color composition functions. Discrete Mathematics, 340(3), 361-365.

[3] Hopkins, B. (2013). Spotted Tilings And n-Color Compositions. Saint Peters University., New Jersey. 1-8.

[4] Dedrickson III, C. R. (2012). Compositions, Bijections, and Enumerations. Electronic Theses & Dissertations. 13-20.

[5] MacMahonP. A. MacMahon, Combinatory Analysis, 2 volumes, Cambridge University Press, Cambridge,1916.

MODALIDAD: Comunicación o conferencia.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Solución numérica para la ecuación de calor con métodos de diferencias finitas explícitos e implícitos

Daniel Andres Melo Jojoa
Departamento de Matemáticas
Universidad de Nariño, Pasto, Colombia
e-mail: andres.m@udenar.edu.co

Catalina M. Rúa-Alvarez
Departamento de Matemáticas
Universidad de Nariño, Pasto, Colombia
e-mail: catalina.rua@udenar.edu.co

Ibagué Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

Modelar un problema de la vida real desde el punto de vista matemático, en el que intervengan dos o mas variables independientes, puede conducir a las Ecuaciones Diferenciales en Derivadas Parciales (EDP). Es así como el flujo de un líquido, la interacción de sprays de reacciones quimicas y compuestas, el crecimiento de un tumor cancerígeno, entre otros, se encuentran en la literatura modelados con diferentes EDP. La dificultad que presentan estos modelos, es que en la mayoría de los casos no cuentan con una solución analítica, por lo cual se deben resolver numéricamente. Ver [3] y [6]

Cuando es de interés modelar aplicaciones con la física, existen modelos matemáticos que se relacionan con EDP de tipo elípticas, hiperbólicas y parabólicas, como se puede ver en [4] y [5]. Específicamente, nos centramos en la ecuación de calor, la cual se modela a través de una EDP parabólica y en ciertos casos se puede obtener su solución analítica, pero en otros no.

De aquí, se observa la necesidad de obtener una aproximación numérica para este problema.

Existen diferentes métodos numéricos para la aproximación de EDP con condiciones de contorno, entre ellos se encuentran el método de diferencias finitas. Variaciones sobre este método dependen de la rapidez u orden de convergencia con la cual se desea obtener la aproximación, siendo que entre mayor sea la condición de estabilidad es más restrictiva, especialmente en los métodos explícitos, ver [2] y [6]. Por lo anterior, se desea profundizar en métodos implícitos que a pesar de presentar la necesidad de la solución de sistemas lineales con menos iteraciones garantizan una buena aproximación. En este poster, se presentarán los resultados numéricos al solucionar la EDP que describe el fenómeno de difusión de calor con condición de frontera de tipo Dirichlet, dada por

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t} = \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

donde u es la temperatura de una barra en cualquier posición y tiempo, y α^2 representa el coeficiente de difusividad del material.

Además, en este trabajo se presentarán resultados numéricos obtenidos al aplicar el algoritmo del método de diferencias finitas en un caso explícitos y en otro implícitos. Destacando el uso del método de forma matricial, la solución del sistema lineal con la factorización LU siguiendo [1] y la implementación en lenguaje C. Esta investigación corresponde a un proyecto de investigación estudiantil, financiado por la Vicerrectoría de Investigaciones, Postgrados y Relaciones Internacionales de la Universidad de Nariño.

Palabras claves

Diferencias finitas, métodos explícitos e implícitos, estabilidad numérica, ecuación de difusión de calor.

Referencias

[1] Bolaños, Cesar (2016). *Análisis teórico y computacional sobre matrices esparzas*. Tesis de pregado, Universidad de Nariño.

[2] Burden, R., Douglas, J. (2004) *Análisis numérico*. División Iberoamericana, septima edición

[3] Calegari, P. C. (2012). *Simulação computacional de escoamentos reativos com baixo número Mach aplicando técnicas de refinamento adaptativo de malhas*. Tese de Doutorado, Instituto de Matemática e Estatística Universidade de São Paulo, São Paulo.

[4] Romero, S., Moreno, F., Rodriguez, I.(2001). *Introducción a las ecuaciones en derivadas parciales (EDP's)*. Universidad de Huelva, escuela politécnica superior de la Rábida

[5] Rúa-Alvarez, C. M. (2013). *Simulação computacional adaptativa de escoamentos bifásicos viscoclásticos*. Tese de Doutorado, Instituto de Matemática e Estatística Universidade de São Paulo, São Paulo.

[6] Strikwerda, J. C. (2004). *Finite difference schemes and partial differential equations*. Siam

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÃTICAS Y ESTADISTICA

La imposibilidad de decidir si ecuaciones diofánticas tienen soluciones (El décimo problema de Hilbert)

Raúl Figueroa Sierra
Departamento de Matemáticas
Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia
e-mail: r.figueroa@uniandes.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

El décimo problema de Hilbert, para encontrar un método (hoy en día entendido como algoritmo) que decida cuando una ecuación diofántica tiene solución en $\mathbb{N}^n$; fue uno de los 23 problemas propuestos por Hilbert en el Congreso Internacional de Matemáticas de 1900. El problema fue resuelto en 1970 por Yuri Matiyasevich y Julia Robinson, dando una respuesta negativa, es decir, concluyendo que ningún algoritmo es capaz de determinar la resolubilidad de cualquier ecuación diofántica.

EL objetivo del presente póster será dar un esbozo de la demostración y hablar sobre sus aplicaciones inmediatas y su relación con los teoremas de incompletitud.

Palabras claves

Décimo problema de Hilbert, problemas indecidibles.

Referencias

[1] Martin Davis, Yuri Matijasevich, and Julia Robinson Hilbert's tenth problem. Diophantine equations: positive aspects of a negative solution Proc. Symp. Pure Math. 28 (1976), 323–378

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Anderson Stiven Quintero Español
Departamento de Matemáticas e Ingenierías
Universidad Konrad Lorenz, Bogotá, Colombia
e-mail: andersons.quinteroe@konradlorenz.edu.co

Alejandro Cárdenas-Avendaño
Programa de Matemáticas e Ingenierías
Universidad Konrad Lorenz, Bogotá, Colombia
e-mail: alejandro.cardenasa@konradlorenz.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

La geometría de los números: ¿qué guardan en común los teoremas demostrados a partir del Teorema de Minkowski?

Resumen

En esta charla se presentarán representaciones gráficas e ilustraciones construidas computacionalmente para demostrar algunos teoremas de la teoría de números, tales como el teorema de Fermat sobre la suma de dos cuadrados, el teorema de los cuatro cuadrados de Lagrange y el teorema de Dirichlet sobre la aproximación diofántica. A partir del estudio de estos ejemplos se discutirá cuál es la técnica común que hace que estos teoremas sean susceptibles a ser demostrados geométricamente.

Palabras claves

Teorema de Minkowski, Geometría de los números, Teoría de números

Introducción

El teorema de Minkowski fue demostrado aproximadamente en el año 1896 por el matemático alemán Hermann Minkowski. La afirmación de Minkowski fue el

referente teórico inicial de una rama de las matemáticas conocida como la geometría de los números, la cual relaciona e incorpora la teoría de números con métodos geométricos. Dada la naturaleza geométrica del teorema existen múltiples y creativas demostraciones que son prueba fidedigna del potencial aplicativo que tiene la afirmación de Minkowski para las matemáticas. El enunciado del teorema es el que se mostrara a continuación.

Afirmación 1 (El teorema de Minkowski)**.** *Sea L una cuadricula de un espacio euclideo $n-$dimensional V y $X \subset V$ un subconjunto acotado, convexo, simétrico con respecto al origen que satisfaga*

$$vol(X) \geq 2^n \cdot vol(V/L).$$

Donde el volumen de la cuadricula $Vol\,(V/L)$ se define como el volumen del paralelepípedo F generado por una base de L. Entonces X contiene un punto de la cuadricula L diferente del origen.

Ejemplo 1. *En la figura (1) se representa una cuadricula L construida a partir de los vectores $x_1 = (1, 2)$ y $x_2 = (1, -2)$, donde el área $vol(V/L) = 4$. La figura convexa X es una circunferencia centrada en el origen de radio 3, cuya área es $vol(X) = 9\pi$. Por el teorema de Minkowski X contiene al menos un punto de la cuadricula L diferente del origen. En efecto la circunferencia X contiene 6 puntos de L diferentes del origen.*

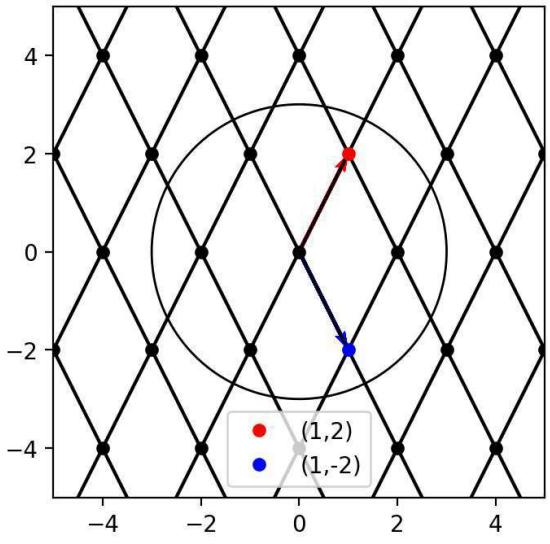


Figura 1: Cuadricula L en el espacio vectorial $V = R^2$ generado por los vectores $(1, 2)$,$(1, -2)$ y el convexo X que representa una circunferencia de radio 3.

Una vez planteada la afirmación de Minkowski veamos algunos teoremas que se pueden demostrar geométricamente a partir de este.

Teorema 1 (Teorema de los dos cuadrados)**.** *Para todo primo p de la forma $4k + 1$ existen enteros a, b tales que $a^2 + b^2 = p$.*

Demostración. Sea la cuadricula L definida en el espacio vectorial $V = \mathbb{R}^2$ generada por los vectores

$$(p, 0), (x, 1)$$

donde $x^2 \equiv -1 \ (mod\ p)$. Sean t_1, t_2 enteros y (a, b) un punto de la cuadricula L con coordenadas $a = pt_1 + xt_2$, $b = t_2$, entonces

$$a^2 + b^2 \equiv t_2^2(x^2 + 1) \equiv 0 \ \ (mod\ p)$$

De esta manera se concluye que para toda pareja (a, b) en la cuadricula L se cumple $a^2 + b^2$ es múltiplo de p.

Ahora consideremos la circunferencia X centrada en el origen con radio estrictamente menor a $\sqrt{2p}$, formalmente definido como

$$X := \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ x^2 + y^2 < 2p\right\}.$$

Dado a que el área de X es igual a $2\pi p$ por el teorema de minkowski existe un punto no nulo (a, b) perteneciente a L que también pertenece a X. Dado a que (a, b) pertenece a L entonces

$$a^2 + b^2 \equiv 0 \ \ (mod\ p).$$

Pero ademas como (a, b) pertenece a X entonces

$$a^2 + b^2 < 2p.$$

En conclusión al ser p el único múltiplo no nulo de p que cumpla las condiciones anteriores se deduce que

$$a^2 + b^2 = p.$$

□

Teoremas demostrados a partir del teorema de Minkowski

Teorema 2 (Teorema de los cuatro cuadrados de Lagrange)**.** *Todo número primo es la suma de cuatro cuadrados.*

Demostración. Sea un número primo p y dos enteros a, b tales que $a^2 + b^2 + 1 \equiv 0 \ (mod\ p)$. Consideremos la cuadricula L del espacio $v = \mathbb{R}^4$ generada por la base

$$\{(1, 0, a, b), (0, 1, b, -a), (0, 0, p, 0), (0, 0, 0, p)\}.$$

Por el teorema de Minkowski toda figura convexa de volumen mayor a 2^4p^2 contiene al menos un punto de L, de tal manera, para un radio r lo suficientemente grande, una hiperesfera de volumen $\frac{\pi^2 r^4}{2}$ cumple la siguiente desigualdad

$$r^2 \geq 1{,}81p.$$

entonces la hiperesfera obtenida por la ecuación

$$x^2 + y^2 + z^2 + w^2 \leq 1{,}91p,$$

cumple el teorema de Minkowski. Asi mismo, dado un elemento A con coordenadas enteras (x, y, z, w), se puede expresar como combinación lineal de la base de L.

$$(x, y, z, w) = x(1, 0, a, b) + y(0, 1, b, -a) + \gamma(0, 0, p, 0) + \delta(0, 0, 0, p).$$

De lo que se obtiene

$$\begin{aligned} z &\equiv xa + yb \ (mod\ p), \\ w &\equiv xb - ya \ (mod\ p). \end{aligned}$$

que al reemplazar en la ecuación de la hiperesfera obtenemos

$$x^2 + y^2 + z^2 + w^2 \equiv x^2(0) + y^2(0) \equiv 0 \ (mod\ p)$$

En conclusión el termino $x^2 + y^2 + z^2 + w^2$ no solo es una cantidad entera, ademas es un múltiplo de p menor a 1,9p. A partir de las condiciones anteriores se deduce que $x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = p$.

□

Teorema 3 (Teorema de Dirichlet)**.** *Sea α un número real y Q un entero positivo, entonces existen enteros p, q con $0 < q \leq Q$ tales que*

$$\left|\alpha - \frac{p}{q}\right| \leq \frac{1}{qQ}.$$

Demostración. Consideremos una región X de puntos (x, y) que satisfacen las siguientes propiedades

$$\begin{aligned} y &\leq \alpha x + \frac{1}{Q}, \\ y &\geq \alpha x - \frac{1}{Q}, \\ x &\leq Q, \\ x &\geq -Q. \end{aligned}$$

Siendo Q un número entero mayor a uno, y α real. Sea la cuadricula L definida en el espacio vectorial $V = \mathbb{R}^2$ generada por los vectores

$$(0, 1), (1, 0).$$

Por el teorema de Minkowski X contiene al menos un punto (q, p) de L (Vease figura 2). Si $q = 0$, entonces

$$\begin{aligned} p &\leq \alpha 0 + \frac{1}{Q} \\ p &\geq \alpha 0 - \frac{1}{Q} \end{aligned}$$

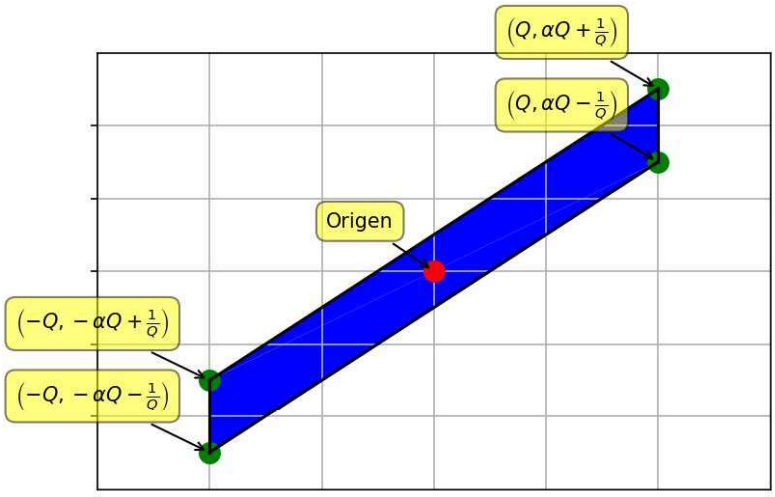


Figura 2: Representación de la región X trazada sobre la cuadricula L.

Esto implica que p no seria entero, por lo tanto $q > 0$. De esta forma se a encontrado una pareja $(q, p) \in \mathbb{Z}^2$ tales que

$$\begin{aligned} p &\leq \alpha q + \frac{1}{Q}, \\ p &\geq \alpha q - \frac{1}{Q}, \\ p &\leq Q, \\ p &\geq -Q. \end{aligned} \tag{1}$$

o en otras palabras

$$\left| \alpha - \frac{p}{q} \right| \leq \frac{1}{qQ}. \tag{2}$$

En conclusión para todo número real α existen una aproximación racional de la forma $\frac{p}{q}$ tan cercana como se desee. □

Análisis de requisitos

El primer aspecto a tener en cuenta a la hora de demostrar un teorema aplicando la afirmación de Minkowski es identificar la dimensión en la que se relacionara la proposición, como pudimos ver en los teoremas $1, 2$ el número de variables explicitas de la afirmación concuerda con la dimensión en la que se demostró el teorema, por otro lado, el teorema 3 a pesar de que las variables del teorema superaban la dimensión del espacio con la que se demostró, las incógnitas de las cuales se deseaban probar existencia concordaban con la dimensión del espacio en el que se aplico el teorema de Minkowski. Lo anterior parece indicar que el número de incógnitas del cual depende la demostración equivale a la dimensión del espacio con la que se debe demostrar. Definir una cuadricula cuya dimensión sea mayor a la cantidad de incógnitas a demostrar implicaría tener exceso de variables que pueden interrumpir

el camino natural y lógico de una demostración, agregando valores innecesarios la región convexa o a la cuadricula. Por otro lado, considerar menos dimensiones que la cantidad de incógnitas en una proposición, implicaría usar menos información de la que se requiere, sería el equivalente a omitir hipótesis necesarias en una demostración cualquiera.

De acuerdo con lo anterior se puede conjeturar que para demostrar un teorema aplicando Minkowski se requiere que la afirmación a probar tenga o pueda ser modelada a partir de expresiones algebraicas cuyas incógnitas establezcan un espacio bien definido dentro de $\mathbb{R}^n$.

Una vez identificado el espacio necesario para construir la demostración, es necesario fijar tanto el cuerpo convexo como la cuadricula cuyas propiedades se acoplen unas a otras, por ejemplo, en el teorema 2 la hiperesfera fácilmente podía ser modelada a partir de la expresión algebraica que se proporcionaba en el teorema.

Para demostrar un teorema es necesario elegir una cuadricula y una figura convexa necesaria para que las cualidades de la cuadricula se acoplen a las de la figura, por lo tanto, dada una figura X puede existir una cuadricula L que permite construir una prueba para alguna afirmación, lo cual indica que tanto X como L dependen el uno del otro.

Debido a la naturaleza geométrica del teorema de Minkowski y las construcciones algebraicas de las cuadriculas, claramente existen equivalencias entre las figuras convexas y los posibles espacios isomorfos asociados a la cuadricula, permitiendo que cada demostración a la que se le aplica el teorema de minkowski no sea única.

De estos razonamientos, simplificar cada demostración posible se reduce a buscar ya sea cuadriculas o figuras convexas, ideales que mantengan la estructura algebraica de las expresiones de la hipótesis cuyas incógnitas son la dimension del espacio en el que se debe adaptar el teorema de Minkowski.

Referencias

[1] Hardy, G. H., and Wright, E. M. (1979). *An introduction to the theory of numbers.* Oxford university press.

[2] Krizek, M., Luca, F., and Somer, L. (2013). *17 Lectures on Fermat Numbers: From Number Theory to Geometry*. Springer Science and Business Media.

[3] Deutsch, J. I. (2002). *Geometry of Numbers Proof of Gotzky's Four-Squares Theorem*. Journal of Number Theory, 96(2), 417-431.

[4] Gruber, P. M. (1993). *CHAPTER 3.1 - Geometry of Numbers.*In Handbook of Convex Geometry, edited by P.M. GRUBER and J.M. WILLS, North-Holland, Amsterdam. 741-763

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

POSTER

APLICACIONES DEL TEOREMA ERGÓDICO DE BIRKHOFF

Manuel Fernando Reyes Palma
Escuela de Matemáticas y Estadística
Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Tunja, Colombia
e-mail: manuelfernando.reyes@uptc.edu.co

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

Los sistemas dinámicos son de gran importancia en las matemáticas, debido a sus múltiples aplicaciones en diferentes líneas de investigación y otras áreas afines de la ciencia, especialmente la física. Uno de sus Teoremas importantes es el ERGÓDICO DE BIRKHOFF, el cual consiste en relacionar el promedio temporal y el promedio espacial de una función integrable, donde el promedio temporal de una función integrable φ sobre iteraciones de una función medible f para un punto inicial x esta dado por

$$\tilde{\varphi}(x) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} \varphi(f^j(x))$$

y el promedio espacial de una funcion integrable φ es

$$\overline{\varphi} = \int \varphi d\mu$$

se observa que con las anteriores definiciones surge una duda *¿Existe ese limite?*; el cual se aclara mas adelante con el enunciado del teorema.

Se hará un poster para ver la importancia del teorema Ergódico de Birkhoff, teniendo como objetivo mostrar el teorema explicando los conceptos que lo soportan especialmente

de algunos tópicos de análisis matemático, topología y teoría de la medida. Además, se darán algunas aplicaciones en distintas áreas del conocimiento tales como la teoría de números y un ejemplo aplicativo relacionado con la estadística, verificando que satisfagan las hipótesis del teorema en mención.

A seguir se enunciará el Teorema Ergódico de Birkhoff

Teorema 1. *Sea $f : X \to X$ una transformación medible y sea μ una medida de probabilidad invariante por f. Dada cualquier función integrable $\varphi : X \to \mathbb{R}$, el limite*

$$\tilde{\varphi}(x) = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} \varphi(f^j(x))$$

existe en casi todo punto $x \in X$. Ademas, la función $\tilde{\varphi}$ definida de esta forma es integrable y satisface

$$\int \tilde{\varphi} d\mu = \int \varphi d\mu$$

Sea M un conjunto cualquiera distinto de vacío, B una sigma-algebra, el cual consiste en una colección de subconjuntos de M que satisface lo siguiente:

- $\emptyset \in \beta$
- $A \in \beta$ implica $A^C \in \beta$
- Si $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ es una sucesión contable de conjuntos de β entonces $\bigcup_{n=1}^{\infty} A_n \in \beta$

Ahora, consideremos μ una aplicación de B en $[0, +\infty]$ que satisface:

- $\mu(\emptyset) = 0$
- Si $(A_j)_{j=1}^{\infty}$ es una sucesión de conjuntos contables disjuntos dos a dos de β entonces se tiene que $\mu(\bigcup_{j=1}^{\infty} A_j) = \sum_{j=1}^{\infty} \mu(A_j)$; a esta propiedad se le llama σ-`aditividad`.

A la tripla (X, β, μ) se le llama `espacio de medida`. Cuando $\mu(X) = 1$ se dice que μ es una `medida de probabilidad`; en este último caso, (X, β, μ) es un `espacio de probabilidad`.

Siendo este espacio fundamental para el teorema anterior; para este trabajo se ha utilizado una metodología descriptiva ya que se describirá un poco acerca del teorema y sus conceptos y del tipo explicativo porque se pretende explicar su función en distintas áreas de disciplina por medio de algunas aplicaciones.

Palabras claves

Teorema Ergódico de Birkhoff, Teoría de números, Teoría de la medida y Análisis matemático.

Referencias

[1] Krerley Oliveira, Marcelo Viana (2014). *Fundamentos da Teoría Ergódica*, SBM,Coleção Fronteiras da Matemática.

[2] Einsiedler, Ward (2011). *Ergodic Theory with a View Towards Number Theory*, Springer.