Universidad del Tolima
Facultad de Ciencias
Departamento de Matemáticas y Estadística

LIBRO DE RESÚMENES

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

VII ENME-UT

Ibagué, 24, 25 y 26 de mayo de 2017

Universidad del Tolima

matemáticas con énfasis en estadística

Datos y Encuestas S.A.S.

Centro de estudios en matemáticas, educación e investigación

VII

ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Ibagué, 24, 25 y 26 de mayo de 2017

VII ENME-UT

LIBRO DE RESÚMENES

Elaborado por: *Jairo A. Cardona Bedoya*

COMITÉ ORGANIZADOR

Héctor Andrés Granada Díaz	*Doctor en Ingeniería* *Coordinador del Encuentro*
Nidia Yadira Caicedo Bravo	*Doctora en Matemáticas*
Yuri Marcela García Saavedra	*Magister en Estadística*
Alfonso Sánchez Hernández	*Magíster en Investigación Operativa y Estadística*
Leonardo Duván Restrepo Álape	*Magister en Biomatemáticas*
Luis Eduardo Olivar Robayo	*Doctor en Matemáticas* *Director de Departamento de Matemáticas y Estadística*

COMITÉ CIENTÍFICO

Matemática Aplicada	*Ph.D. Héctor Andrés Granada*
Estadística	*M.Sc. Joaquín González Borja*
Teoría de Números	*Ph.D. Nidia Yadira Caicedo*
Álgebra y Topología	*Ph.D. Víctor Eduardo Marín Colorado*
Análisis	*Ph.D. Pablo Emilio Calderón*

GRUPO DE APOYO

Luis Manuel Espinosa Sánchez	Jhonny Andrés Leal Vaquiro
Miguel Ángel Torres Lugo	Jorge Ortiz Aguirre
Luz Adriana Gaitan Veloza	Juan Alejandro Segura Reyes
Jesús Daniel Hernández Londoño	Andrés Sebastián Cárdenas Jaramillo
Richard Tique Culma	Jairo Armando Cardona Bedoya

CONTENIDO

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

PRESENTACIÓN

Continuando con la política académica ya acostumbrada, el Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad del Tolima, realizará el VII Encuentro Nacional de Matemáticas y Estadística (ENME-UT), durante los días 24, 25 y 26 de mayo de 2017. El encuentro tiene como objetivos: proyectar el Departamento de Matemáticas y Estadística a la comunidad académica nacional e internacional, interactuar con otras instituciones académicas, intercambiar conocimientos académicos y resultados de investigación con diversos grupos del área de matemáticas y estadística. Se desarrollarán las siguientes actividades:

- Cursillos en Matemáticas y Estadística
- Conferencias
- Comunicaciones
- Posters

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

PROGRAMACIÓN GENERAL

MIÉRCOLES	
Hora	**Actividad**
7:30 - 8:30 a.m.	Inscripciones
8:30 - 9:00 a.m.	Acto inaugural
9:00 - 9:50 a.m.	**Conferencia Inaugural** Un glosario Topológico para los gráficos Alfa de Peirce **Arnold Oostra** - Universidad del Tolima **Auditorio Mayor de la Academia**
9:50 - 10:00 a.m.	Receso
10:00 - 12:00 m.	**Cursillos** Lógica intuicionista **Arnold Oostra** - Universidad del Tolima **Auditorio Mayor de la Academia** Cursillo de Introducción al Análisis de Datos Funcionales **Julián A. Acuña C.** - Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá **Sala de Estadística**
12:00 - 2:00 p.m.	Almuerzo
2:00 - 2:50 p.m.	**Conferencia** Frequentist and Bayesian approach for the Zero-inflated Negative Binomial regression model **Aldo M. Garay - Heleno Bolfarine - Victor H. Lanchos D.** Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil - Universidade de Sao Paulo, Sao Paulo, Brasil - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil **Auditorio Mayor de la Academia**
3:00 - 3:25 p.m.	**Comunicación** Topología SUMA - **Jaime A. Flórez - Arnold Oostra** Universidad del Tolima - **Auditorio Mayor de la Academia** Modelo de pronóstico para el número de horas de vuelo de una aeronave de la fuerza aérea Colombiana : ¿Hay evidencia de memoria larga?. **Diego Fernando Lemus Plania - Maribel Tique - Harold Erazo Castillo.** Universidad Santo Tomás - Fundación Universitaria Los Libertadores, Bogotá **Sala de Estadística**
3:25 - 3:50 p.m.	**Comunicación** Generación de mallas ortogonales a través de una base de datos de curvas **Gustavo Restrepo - Marco Paluszny** -Universidad Nacional de Colombia, Medellín **Auditorio Mayor de la Academia** Patrones encontrados en el juego reencontré de Euler **Harvey Antonio Flórez** - Universidad del Tolima **Sala de Estadística**
3:50 - 4:00 p.m.	Receso
4:00 - 4:50 p.m.	**Conferencia** Del modelo de Kirchhoff al modelo elastoplástico, formulación variacional de los modelos de placas **Ramiro Peñas Galezo** - Universidad del Atlántico, Barranquilla **Auditorio Mayor de la Academia**
4:55 - 5:20 p.m.	**Comunicación** Evaluación saber-Pro año 2014 en los programas de pregrado de economía en Colombia. **Miguel A. Rodríguez Márquez -Sergio Andrés Rivera Clavijo**- Universidad del Tolima, Ibagué **Sala de Estadística** Metodología Bayesiana para estimar parámetros en modelos DTGARCH **Adriana Gaitán - Jesús Daniel Hernández - Joaquín González Borja** - Universidad del Tolima **Sala de Estadística**
5:20 - 5:45 p.m.	**Comunicación** Representaciones Topológicas en Retículos **Andrés Felipe Ríos Moreno** - Universidad Nacional de Colombia, Bogotá **Auditorio Mayor de la Academia** Ejemplo de comparación probabilística no transitiva **David Leonardo Garzón Vanegas - Cristhyan Leonardo Naranjo Puertas** Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá **Sala de Estadística**

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

5:45 - 6:10 p.m.	**Comunicación**
	Topologías Asociadas a una Relación Binaria **Juan Ricardo Prada** - Universidad del Tolima **Auditorio Mayor de la Academia**
	Una estrategia B-Learning para la enseñanza de la estadística en la Corporación Universitaria Uniminuto - **Jhon Jairo Escobar Machado** - Corporación Universitaria Uniminuto **Sala de Estadística**
	JUEVES
8:00 - 10:00 a.m.	**Cursillos**
	Lógica intuicionista **Arnold Oostra** -Universidad del Tolima **Auditorio Mayor de la Academia**
	Cursillo de Introducción al Análisis de Datos Funcionales **Julián A. Acuña C.** -Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá **Sala de Estadística**
10:00 - 10:10 a.m.	Receso
10:10 - 11:00 a.m.	**Conferencia**
	Condiciones de sostenibilidad ambiental a partir del estudio de bifurcaciones en un modelo simple de desarrollo sostenible **Jorge Amador - Gerard Olivar - Héctor A. Granada** Universidad Nacional de Colombia, Manizales - Universidad del Tolima **Auditorio Mayor de la Academia**
11:05 - 11:30 a.m.	**Comunicación**
	Algoritmo único de divisibilidad en diferentes bases: una aplicación Android para celular **Willian A. Jiménez G. - Jannick A. Lugo G. - John A. Tami B.** Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá **Auditorio Mayor de la Academia**
	Econofísica y algo más **María Nubia Quevedo Cubillos** - Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá **Sala de Estadística**
11:35 - 12:00 m.	**Comunicación**
	El juego, la teoría de grafos y modelos computacionales **William A. Jimenez G. - Lizeth A. Ruiz - Derly Y. Gutiérrez - Fabio S. Jaimes** Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá **Auditorio Mayor de la Academia**
	Una aproximación al espacio dual de L infinito **Juan Daniel Lopez Castaño** - Universidad Nacional de Colombia, Bogotá. **Sala de Estadística**
12:00 - 2:00 p. m.	Almuerzo
2:00 - 2:40 p. m.	**Conferencia**
	Dinámica de un modelo depredador - presa del tipo Leslie con respuesta funcional Holling tipo III generalizada **Paulo Cesar Tintinago - Lina María Gallego -Leonardo Duván Restrepo** Universidad del Quindío - Universidad del Tolima **Auditorio Mayor de la Academia**
2:45 - 3:10 p. m.	**Comunicación**
	Regiones deslizantes en un modelo Estrés-Enfermedad **Jorge Amador - Gerard Olivar - Hector A. Granada - Johan M. Redondo** Universidad Nacional de Colombia, Manizales -Universidad del Tolima, Ibagué Universidad Sergio Arboleda , Bogotá **Auditorio Mayor de la Academia**
	Una introducción a laTeoría de Respuesta al Ítem TRI **Dicleny Castro Carvajal - John Jairo Zabala Corrales** - Universidad del Tolima **Sala de Estadística**

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

3:10 - 3:35 p.m.	**Comunicación** Buena colocación para el problema de valor inicial con condición de frontera para la ecuación de Benney-Luke **Oscar Eduardo Escobar Lasso - José Raúl Quintero** - Universidad del Valle, Cali **Auditorio Mayor de la Academia** Método de punto interior para máquinas de vectores de soporte **María D. González Lima -Esnil Guevara** Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá- Universidad de Carabobo, Venezuela **Sala de Estadística**
3:35 - 3:45 p.m.	Receso
3:45 - 4:30 p.m.	**Conferencia** Herramientas Analíticas de los Problemas mal Puestos **Luis Eduardo Olivar Robayo** - Universidad del Tolima, Ibagué **Auditorio Mayor de la Academia**
4:30- 5:15 p.m.	**Conferencia** Separabilidad en teoría de Galois **Victor Marin** - Universidad del Tolima, Ibagué **Auditorio Mayor de la Academia**
5:15 - 6:15 p.m.	**Sesión de Pósters**
VIERNES	
8:00 - 10:00 a.m.	**Cursillos** Lógica intuicionista **Arnold Oostra** - Universidad del Tolima **Auditorio Mayor de la Academia** Cursillo de Introducción al Análisis de Datos Funcionales **Julián A. Acuña C.** - Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá **Sala de Estadística**
10:00 - 10:10 a.m.	Receso
10:10 - 10:50 a.m.	**Conferencia** La estimación de proporciones, un problema aun no resuelto en estadística? **Jairo Clavijo** - Universidad del Tolima **Auditorio Mayor de la Academia**
10:55 - 11:40 a.m.	**Conferencia** Bifurcación de Hopf en un nuevo sistema tipo-Lorenz **Pablo Emilio Calderón** - Universidad del Tolima **Auditorio Mayor de la Academia**
11:40 - 12:05 m.	**Comunicación** Conjuntos Aproximados y sus Conexiones con el álgebra y la Topología **Mauricio Restrepo López** - Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá **Auditorio Mayor de la Academia** Ecuaciones diferenciales fraccionales (EDF) **Adrián Ricardo Gómez** - Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá Auditorio Mayor de la Academia
12:05 - 2:00 p.m.	Almuerzo
2:00 - 2:50 p.m.	**Conferencia** Modelado matemático sobre la dinámica del Mycobacterium tuberculosis resistente a antibióticos **Eduardo Ibarguen Mondragón - Lourdes Esteva** Universidad de Nariño, Pasto, Colombia - Universidad Nacional Autónoma de México, México DF. **Auditorio Mayor de la Academia**
2:50 - 3:10 p.m.	Pauta Publicitaria
3:10 - 3:40 p.m.	Lanzamiento Libro profesor Leonardo Solanilla por parte de CMATEI
3:40 - 4:10 p.m.	**Conferencia** Complejos sobre Zp, p primo! **Jesús Ávila** - Universidad del Tolima **Auditorio Mayor de la Academia**
4:10 - 4:20 p.m.	Receso
4:20 - 5:10 p.m.	Conferencia de Clausura
5:10 - 6:00 p.m.	Acto Cultural

VII ENCUENTRO NACIONAL DE
MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

CURSILLOS

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Cursillo de Introducción al Análisis de Datos Funcionales

JULIÁN A. ACUÑA C.
Departamento de Matemáticas
Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, Colombia
e-mail: julian.acuna@unimilitar.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

Con el avance de la moderna tecnología, grandes cantidades de datos están siendo registrados continuamente durante un intervalo de tiempo o en varios puntos de tiempos discretos. Estos tipos de datos son ejemplos de datos funcionales, que se han convertido en un tipo de datos comúnmente encontrados. El análisis de datos funcionales (FDA) abarca metodologías estadísticas para tales datos. El FDA lidia con el análisis y teoría de datos que están en una forma funcional (curvas). En este minicurso se pretende abordar algunos métodos estadísticos para el tratamiento y análisis de datos funcionales, como son por ejemplo, el modelo de regresión lineal funcional, componentes principales funcionales (FPCA) y métodos de conglomerados. Mediante conjuntos de datos reales se mostrarán algunas aplicaciones de las técnicas mencionadas, las cuales pueden ser soportadas usando los paquetes de R project *fda* y *fda.usc*.

Palabras claves

Datos funcionales, modelo de regresión lineal funcional, componentes principales funcionales, métodos de conglomerados.

Referencias

[1] Ramsay, James O, Hooker, Giles and Graves, Spence (2009). *Functional Data Analysis with R and MATLAB*, Springer, ISBN 978-0-387-98184-0.

[2] Febrero-Bande, Manuel and Oviedo de la Fuente, Manuel (2012). *Statistical computing in functional data analysis: the R package fda.usc*, Journal of Statistical Software, 51 (4), 1-28 pp.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Lógica Intuicionista

Arnold Oostra
Universidad del Tolima

Resumen

Durante el siglo XX se desarrollaron en la matemática muchas lógicas diferentes a la tradicional o clásica, en las cuales no son válidas la "ley de la doble negación" o la "ley del tercero excluido". Una de las principales lógicas no clásicas es la lógica intuicionista, llamada así porque es un modelo matemático que de alguna manera refleja las ideas del intuicionismo de Brouwer.

En este cursillo se hará una exposición lo más completa posible de la lógica intuicionista. Puesto que las características distintivas de esta lógica se manifiestan en el comportamiento de los conectivos, la presentación se centrará al cálculo proposicional intuicionista.

Los principales temas del curso son:

Semántica: Los modelos algebraicos que corresponden a la lógica intuicionista son las álgebras de Heyting, ellas juegan el mismo papel que las álgebras booleanas en la lógica clásica. Esta estructura está presente en cualquier espacio topológico.

Sintaxis: El cálculo proposicional intuicionista tiene un esquema de axiomas y reglas similar a las reglas de inferencia del cálculo clásico.
Gráfica: Para la lógica proposicional intuicionista existe un sistema de gráficos existenciales al estilo de los gráficos Alfa de C.S. Peirce para la lógica proposicional clásica. Estos diagramas se desarrollaron por primera vez en la Universidad del Tolima.
Historia: Una primera versión del todo formal de la lógica intuicionista fue introducida en 1929 por Heyting, discípulo de Brouwer. Mucho después esta lógica apareció de manera sorpresiva como resultado de la teoría de haces.

Palabras claves

Cálculo proposicional intuicionista; álgebras de Heyting; gráficos Alfa.

Referencias

[1] Arend Heyting, Intuitionism: An Introduction. Amsterdam: North-Holland, 1971.

[2] Arnold Oostra, Álgebras de Heyting. Cursillo llevado a cabo en el XIV Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística. Bogotá: Universidad Pedagógica, 1997.

[3] Arnold Oostra, "Los gráficos Alfa de Peirce aplicados a la lógica intuicionista". Cuadernos de Sistemática Peirceana 2 (2010) 25-60.

[4] Graham Priest, An Introduction to Non-Classical Logic. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.

[5] Fernando Zalamea, Los gráficos existenciales peirceanos. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, 2010.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE
MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

CONFERENCIAS

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Complejos sobre $\mathbb{Z}_p$, p primo !!

Jesús Ávila
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: javila@ut.edu.co

Emma Cupitra y Sebastián Correa
Estudiantes carrera de Matemáticas con Énfasis en Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: temail institucional

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

En este trabajo se presenta la construcción de los números complejos usando el proceso de Cayley-Dickson [?] sobre $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$. De igual forma se muestra la representación de éste conjunto usando matrices de la forma $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ con $a, b \in \mathbb{R}$ y la correspondiente versión algebraica $\mathbb{R}[x]/\langle x^2+1\rangle$. Usando el proceso de Cayley-Dickson se muestra que pueden construirse complejos sobre cualquier anillo conmutativo con unidad A y mostramos que dicho anillo es isomorfo al correspondiente anillo de matrices, análogo al caso de $\mathbb{C}$. También se estudian las tres construcciones anteriores para el caso $\mathbb{Z}_p \times \mathbb{Z}_p$, p primo y probamos que para obtener los tres isomorfismos para el caso de $\mathbb{C}$ es suficiente y necesario que el primo p no sea suma de dos cuadrados o equivalentemente que p sea de la forma $4k+3$. Finalmente se hacen algunas observaciones sobre la construcción de cuaterniones sobre $\mathbb{Z}_p$, p primo.

Palabras claves

Escribir las palabras clave.

Referencias

[1] J. Báez (2002). *The octonions*. Bull. Amer. Math. Soc. 39, 145-205.

[2] J. Fraleigh (1982). *A first course in abstract algebra*. Addison-Wesley. New York.

[3] A. García, Y. Lequain (2013). *Elementos de álgebra*. IMPA. Rio de Janeiro.

[4] A. Gonçalves (2006). *Introdução à álgebra*. IMPA. Rio de Janeiro.

[5] K. Spindler (1994). *Abstract algebra and applications, volume II rings and fields*. Marcel Dekker Inc. New York.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

SEPARABILIDAD EN TEORÍA DE GALOIS

Víctor Marín
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: vemarinc@ut.edu.co

VII-ENME UT

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

Se presenta el concepto de separabilidad en dos contextos de la Teoría de Galois, en el contexto cuerpo y anillo. Para generalizar dicho concepto a anillos se presentan caracterizaciones de separabilidad en el caso cuerpo.

Palabras claves

Separabilidad, anillo, cuerpo, Galois.

Referencias

[1] DeMeyer, Frank and Ingraham, Edward (1971). *Separable Algebras Over Commutative Rings*, Springer-Verlag, New York.

[2] Stewart, Ian (2004). *Galois Theory*, Chapman and Hall, New York.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE
MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

ESTIMACIÓN DE PROPORCIONES
¿Un problema aún no resuelto?

JAIRO ALFONSO CLAVIJO
Universidad del Tolima

Resumen

Este documento tiene como fin hacer una síntesis tal vez incompleta del trabajo que se ha realizado a lo largo de casi 100 años para lograr una manera práctica de estimar una proporción.

Presentación del problema

Supóngase que estamos en una población finita de tamaño N conformada por elementos de dos clases: A de ellos del tipo E (éxitos) y $N - A$ del tipo F(fracasos).

La fracción $\pi = \frac{A}{N}$, usualmente desconocida, se denomina "Proporción de elementos A" o simplemente ***proporción*** cuando es claro a cuáles elementos estamos haciendo referencia.

Nuestro objetivo inmediato es estimar π mediante una muestra $\mathfrak{y}$ de n elementos seleccionados de la población bajo muestreo aleatorio simple (M.A.S).

El problema, aparentemente sencillo, ha sido objeto de estudio durante casi 100 años sin que se pueda afirmar que en este momento haya una solución completa y definitiva para el mismo.

Palabras claves

Proporción, intervalo de confianza,

Referencias

[1] Clopper and Pearson. The use of Confidence or Fiducial Limits ilustrated in the case of Binomials. Biometrica 26(1934), 404 – 413

[2] J. Neyman. On the problem of Confidence Limits. The Annals of Mathematical Statistics 6(1935)

[3] Blyth C.R. 1986. Approximate Binomial Confidence Limits. Journal of the American Statistical Asociation, JASA. 81(395), 843 – 855

[4] Hsiuging Wang. Exact Coeficients of Simultaneous CI for Multinomial Proportions. Journal of Multivariate Analysis. 99(2008), 896 – 911

[5] J.T. Morisette and S. Khorram; Exact binomial CI for Proportions. Photogrammetric Engineering & Remot Sensing. Abril 1988

[6] L.Brown, T. Cai and A. DasGupta; Interval estimation for a Binomial Proportion. Statistical Science, 2001. Vol 16, No 2. 101 – 133

[7] X.H. Zhou, C.M. Li y Z. Yang; Improving Interval estimation of Binomial Proportions. Philosophical Transactions of the Royal Society. A(2008)366, 2405 – 2418

[8] A.M. Pires et C. Amado; Interval estimators for a binomial Proportion: Comparison of Twenty Methods. Statistical Journal. Vol 6 No 2, June 2008. 165 – 197

[9] C.R. Blyth and D.W. Hutchinson; Table of Neyman-Shortest unbiased Confidence Intervals for the Binomial Parameter. Biometrika(1960), 47 3 and 4, p. 381

[10] D. Habtzghi, C.K. Midha and A. Das; Modified Clopper-Pearson Confidence Interval for Binomial Proportion. Journal of Statistical Theory and Applications. Vol 13 No 4, December 2014, 296 – 310

[11] E. Cepeda et al.; Intervalos de confianza e Intervalos de credibilidad para una Proporción. Revista Colombiana de Estadística. Diciembre 2008. Vol 31 No 2. 211-228

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Bifurcación de Hopf en un nuevo sistema tipo-Lorenz

Pablo Emilio Calderón Saavedra
Departamento de Matemáticas
Universidad Del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: pecalderon@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

En esta ponencia se hace un análisis de bifurcación de Hopf en un nuevo sistema dinámico que pertence a la familia tipo Lorenz; en este análsis se demuestra la existencia de la bifurcación de Hopf en el sistema y se identifica el tipo de bifurcación que en este caso es no degenerada y supercrática. Para este fin se hace uso del Teorema de Hopf y Teorema de Kuztnetsov, respectivamente.

Palabras claves

Bifurcación de Hopf, supercrática y subcrática.

Referencias

[1] Algaba, A.; Domínguez, M.; Merino M.; Rodríguez, A.L. (2015). *Study of the Hopf bifurcation in the Lorenz, Chen and Lü systems*, Nonlinear Dyn., 79, 885-902 pp.

[2] Calderón, Pablo; Alvarez, Jorge; Muñoz, Evodio (2016). *Tratamiento analático de la bifurcación de Hopf en una extensión del sistema de Lü*, Sometido a Revista de Matemática: Teoría y aplicaciones, 1-12 pp.

[3] Calderón, Pablo; Alvarez, Jorge; Muñoz, Evodio (2016). *Bifurcación de Hopf en sistemas tipo Lorenz*, Modelación, simulación y computo matemático, 29-42 pp.

[4] Li, Xianyi; Ou, Qianjun (2011). *Dynamical Properties and Simulation of a New Lorenz-like Chaotic System*, Nonlinear Dynamical, 65, 255-270 pp.

Modelado matemático sobre la dinámica del Mycobacterium tuberculosis resistente a antibióticos

Eduardo Ibarguen Mondragon
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad de Nariño, Pasto, Colombia
e-mail: edbargun@udenar.edu.co

Lourdes Esteva
Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México, México DF, México
e-mail: lesteva@ciencias.unam.mx

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

En este trabajo se propone un sistema no lineal de ecuaciones diferenciales ordinarias que intenta describir aspectos básicos pero fundamentales en la dinámica poblacional del *Mycobacterium tuberculosis* (Mtb) dentro del hospedero, con el propósito de estudiar el papel de los macrófagos, células T y antibióticos en el control del Mtb sensible y resistente bajo el supuesto de que la adquisición de resistencia se obtiene por medio de mutaciones expontáneas y mutaciones adquiridas.

Palabras claves

Tuberculosis, resistencia bacteriana, antibióticos, ecuaciones diferenciales.

Referencias

[1] J. Alavez, J. Avendaño, L. Esteva, J. Florez, J. Fuentes, G. García, G. Gómez, J. López (2006). *Within-host population dynamics of antibiotic-resistant M. tuberculosis*. Mathematical Medicine and Biology, 24(1):35-56 pp.

[2] S. Goutelle, L. Bourguignon, R. W. Jelliffe, J. E. Conte Jr., P. Maire (2011). *Mathematical modeling of pulmonary tuberculosis therapy: Insights from a prototype model with rifampin*, Journal of Theoretical Biology 282, 80-92 pp.

[3] E. Guirado, L. S. Schlesinger, *Modeling the Mycobacterium tuberculosis granuloma-the critical battlefield in host immunity and disease*, Frontier in immulogy, MINI REVIEW ARTICL published: 22 April 201 doi: 10.3389/fimmu.2013.00098

[4] A. Handel, E. Margolis, B. R. Levin (2006). *Exploring the role of the immune response in prevent in antibiotic resistance*, Journal of Theoretical Biology, 256, 655-662 pp.

[5] E. Ibargüen-Mondragón, L. Esteva, L. Chávez-Galán (2011) *A mathematical model for cellular immunology of tuberculosis*, Journal MBE, Oct; 8(3), 973-986 pp.

[6] E. Ibargüen-Mondragón, L. Esteva (2102). *Un modelo matemático sobre la dinámica del Mycobacterium tuberculosis en el granuloma*, Revista Colombiana de Matemáticas, Jun; 46(1), 39-65pp.

[7] E. Ibargüen-Mondragón, L. Esteva (2013). *On the interactions of sensitive and resistant Mycobacterium tuberculosis to antibiotics*, Mathematical Biosciences, 246, 84-93 pp.

[8] E. Ibargüen-Mondragón, S. Mosquera, M. Cerón, E. M. Burbano, S. Hidalgo-Bonilla, L. Esteva. J. P. Romero (2014).*Mathematical modeling on bacterial resistance to multiple antibiotics caused by spontaneous mutations*, BioSystems, 117, 60-67 pp.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Herramientas Analíticas de los Problemas mal Puestos

Luis Eduardo Olivar Robayo
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: leolivar@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

El objetivo de esta conferencia es presentar un tratamiento riguroso del concepto de problemas mal puestos, y presentar algunas herramientas básicas de regularización y optimización para tratar y solucionar estos problemas mal puestos, de igual forma ver las diferencias entre el concepto de optimización y regularización de problemas mal puestos. Es necesario que los asistentes cuenten con conocimientos sólidos de álgebra lineal y análisis real, algunos conceptos más avanzados de análisis funcional se expondrán de forma rápida al inicio de la conferencia.

Palabras claves

Problemas mal puestos, Regularización, Optimización.

Referencias

[1] A. Fischer, *A special Newton-Type Optimization Method,* Optimization: A Journal of Mathematical Programming and Operations Research, 24:3-4,269-284, 1992.

[2] M. A. Rodriguez, *Análisis Funcional Una introducción elemental*, Departamento de Física teórica II, Universidad Complutence de Madrid, 2007.

[3] Charles W. Groetsch, *Inverse Problems, Activities for Undergraduates*, The Mathematical association of America, 1999.

[4] Andreas Kirsch, *An Introduction to the Mathematical Theory of Inverse Problems*, Editorial Springer, 2010.

[5] Per Christan hansen, *Regularization Tools, A Matlab Package for Analysis and Solution of Discrete Ill-Posed Problems*, june 1992 last revision september 2001.
fín

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Condiciones de sostenibilidad ambiental a partir del estudio de bifurcaciones en un modelo simple de desarrollo sostenible

Jorge Amador
Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Computación
Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia
e-mail: jaamadorm@unal.edu.co

Hector A. Granada
Departamento Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: hagranadad@ut.edu.co
Gerard Olivar
Departamento Matemáticas y Estadística
Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia
e-mail: golivart@unal.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

En este trabajo hemos realizado el estudio de bifurcaciones en codimensión uno y dos de un modelo que describe la dinámica no lineal entre la población y los recursos naturales, en un esquema de desarrollo sostenible elemental. Se encontraron bifurcaciones locales y globales en codimensión uno, mientras que en codimensión dos fue posible identificar la bifurcación generalizada de Hopf y la bifurcación de Bogdanov-Takens. Se resumen los resultados en un mapa dos paramétrico de las bifurcaciones encontradas a partir del cual es posible definir las condiciones iniciales que conducirían al equilibrio dinámico entre la población y sus recursos naturales renovables.

Palabras claves

Sostenibilidad, recursos naturales ,bifurcaciones en codimensión uno, bifurcaciones en codimensión dos.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

DINÁMICA DE UN MODELO DEPREDADOR - PRESA DEL TIPO LESLIE CON RESPUESTA FUNCIONAL HOLLING TIPO III GENERALIZADA

PAULO CESAR TINTINAGO RUÍZ
Departamento de Matemáticas
Universidad del Quindío, Armenia, Colombia
e-mail: tinti27@gmail.com

LINA MARÍA GALLEGO
Departamento de Matemáticas
Universidad del Quindío, Armenia, Colombia
e-mail: linag@uniquindio.edu.co

LEONARDO DUVÁN RESTREPO ÁLAPE
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: ldrestrepoa@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

En esta ponencia presentamos algunas consecuencias en la dinámica de un modelo de depredación de tipo Leslie cuando se considera una respuesta funcional Holling tipo III generalizada, descrito por un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias autónomo. Determinamos las condiciones para la existencia de los puntos de equilibrio y su naturaleza. También mostramos la existencia de una curva separatriz en el plano de fase que divide el comportamiento de las trayectorias, las cuales tienen

diferentes Ω-limites, por tanto, las soluciones del Sistema son altamente sensibles a las condiciones iniciales.

Establecemos las condiciones en los parámetros para los cuales un punto de equilibrio positivo en el primer cuadrante es estable y rodeado por un ciclo límite, usando el método de las cantidades de Lyapunov.

El modelo

$$X_\mu : \begin{cases} \dfrac{dx}{dt} &= r\left(1 - \dfrac{x}{k}\right)x - \dfrac{qx^2y}{x^2+bx+a} \\ \dfrac{dy}{dt} &= s\left(1 - \dfrac{y}{nx}\right)y \end{cases}$$

con $\mu = (r, k, a, q, b, n, s) \in \mathbb{R}^7_+$

Palabras claves

Ciclos límite, Estabilidad, Modelo Predador -Presa.

Referencias

[1] Arrowsmith, D.K., Place, C.M. (1992). *Dynamical system. Differential equations, maps and chaotic behaviour*, Chapman and Hall. London.

[2] Chicone, C. (2006). *Ordinary differential equations with applications*, Texts in Applied Mathematics, vol. 34, 2nd edn. Springer. NewYork.

[3] Dumortier, F., Llibre, J., Artés, J.C. (2006). *Qualitative theory of planar differential systems*, Springer. Berlin Heidelberg.

[4] González-Olivares, E., Rojas-Palma, A. (2012). *Limit cycles in a Gause-type predator-prey model with sigmoid functional response and weak Allee effect on prey*, Math. Methods Appl. Sci. 35, 963 - 975.

[5] González-Olivares, E., Rojas-Palma, A. (2013). *Allee effect in Gause type predator-prey models: Existence of multiple attractors, limit cycles and separatrix curves*, A brief review. Math. Model. Nat. Phenom. 8(6), 143 - 164.

[6] González-Olivares, E., Tintinago-Ruiz, P. and Rojas-Palma, A. (2015). *A Leslie Gower type predator prey model with sigmoid functional response*, International Journal of Computer Mathematics, Taylor and Francis.

[7] Guckenheimer, F., Holmes, P. (1983). *Nonlinear oscillations, dynamical systems, and bifurcations of vector fields*, Springer. NewYork.

[8] Lamontagne,Y., Coutu, C., Rousseau, C. (2008). *Bifurcation analysis of a predator-prey system with generalised Holling type III functional response*, J. Dyn. Difference Equat. 20, 535 - 571.

[9] Turchin, P. (2003). *Complex population dynamics: A theoretical/empirical synthesis*, Princeton University Press, Princeton.

VII Encuentro de Matemáticas y Estadística

Conferencia:

Un glosario topológico para los gráficos Alfa de Peirce

Arnold Oostra*

Resumen

En los albores del siglo XX el lógico y matemático norteamericano Charles S. Peirce inventó los gráficos existenciales, que pueden verse como una presentación del todo gráfica de la lógica matemática. La parte Alfa de este sistema corresponde a la lógica proposicional clásica, y los gráficos Alfa de Peirce se pueden definir como objetos matemáticos en el plano usando nociones elementales de la topología algebraica. Las posibles deformaciones se expresan mediante una clase especial de homotopía, pero en ese punto surge la pregunta si se conserva en todo momento el sentido lógico del gráfico. Esta dificultad se planteó como una conjetura en el trabajo [6] y en esta conferencia se muestra una solución general usando la noción de índice de una curva. Esta herramienta además provee definiciones técnicas para varios otros conceptos fundamentales en los gráficos de Peirce.

Palabras clave

Gráficos existenciales; topología suma; isotopía; índice de una curva.

*Universidad del Tolima. Correo electrónico: aaoostra@gmail.com

Bibliografía

[1] M. A. Armstrong, *Topología básica*. Barcelona: Editorial Reverté, 1987.

[2] Geraldine Brady and Todd H. Trimble, "A categorical interpretation of C. S. Peirce's propositional logic Alpha". *Journal of Pure and Applied Algebra* **149** (2000) 213–239.

[3] Xavier Caicedo, *Elementos de lógica y calculabilidad*. Bogotá: Una empresa docente, 1990.

[4] John B. Conway, *Functions of One Complex Variable*. Second Edition. New York: Springer Verlag, 1978.

[5] William Fulton, *Algebraic Topology: A First Course*. New York: Springer-Verlag, 1995.

[6] Yorladys Martínez, *Un modelo real para los gráficos Alfa*. Trabajo de grado (Carrera de Matemáticas con énfasis en Estadística). Ibagué: Universidad del Tolima, 2014.

[7] Roberts, Don D., *The Existential Graphs of Charles S. Peirce*. The Hague: Mouton, 1973.

[8] Gustavo Rubiano, *Fundamentos de topología algebraica*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, 2007.

[9] Jorge Enrique Taboada y Danilo Rodríguez, *Una demostración de la equivalencia entre los gráficos Alfa y la lógica proposicional*. Trabajo de grado (Carrera de Matemáticas con énfasis en Estadística). Ibagué: Universidad del Tolima, 2010.

[10] Dolly Villarreal y Yonathan Prada, *Una versión homotópica del teorema de Cauchy y su aplicación a los gráficos Alfa*. Trabajo de grado (Licenciatura en Matemáticas). Ibagué: Universidad del Tolima, 2016.

[11] Stephen Willard, *General Topology*. Reading (Massachusetts): Addison-Wesley, 1970.

[12] Fernando Zalamea, *Los gráficos existenciales peirceanos*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia, 2010.

COMUNICACIONES

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Modelo de pronóstico para el número de horas de vuelo de una aeronave de la Fuerza Aérea Colombiana: ¿Hay evidencia de memoria larga?

Diego Fernando Lemus Polanía
Facultad de Estadística
Universidad Santo Tomás, Bogotá D.C., Colombia
e-mail: maestriaestadistica@usantotomas.edu.co

Maribel Tique
Especialista en Estadística aplicada
Fundación Universitaria Los Libertadores, Bogotá D.C., Colombia
e-mail: maribeltique@yahoo.com

Harold Erazo Castillo
Especialista en Estadística aplicada
Fundación Universitaria Los Libertadores, Bogotá D.C., Colombia
e-mail: hecjsem@gmail.com

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

El Departamento Planeación y Estadística planifica el número de horas de vuelo de los equipos de la Fuerza Aérea Colombiana (FAC) mediante el promedio simple de lo observado por cada aeronave en la vigencia anterior. Debido a la inexactitud de los pronósticos actuales se presentan una serie de complicaciones a la hora de ejecutar el presupuesto requerido pues generalmente resulta insuficiente. En el presente trabajo se identifica un modelo ARFIMA(p,d,q) que permite pronosticar adecuadamente las horas de vuelo de la aeronave B-350 de la Fuerza Aérea Colombiana y que puede ser empleado por el alto mando militar para tomar decisiones acertadas en la planeación y estrategia respecto a esa aeronave.

Palabras claves

Series de tiempo de memoria larga, parámetro de diferenciación fraccional, modelo ARFIMA(p,d,q), pronóstico

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Ecuaciones Diferenciales Fraccionales

Adrian Ricardo Gómez Plata
Departamento de Matemáticas
Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, Colombia
e-mail: adrian.gomez@unimilitar.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

El cálculo clásico ha sido teoría fundamental para modelar y soportar diversas explicaciones de fenómenos físicos, biológicos, médicos, de ingeniería durante ya varios siglos desde la teoría de ecuaciones diferenciales. Vale la pregunta ¿Cómo se puede resolver una ecuación diferencial de orden no entero?. En esta charla introduciremos conceptos básicos del cálculo fraccional y veremos como a la luz de esta pregunta los modelos de orden fraccional, pueden dar información relevante de un fenómeno que las clásicas ecuaciones diferenciales no explican.

Palabras claves

Cálculo fraccional, Ecuaciones Diferenciales Fraccionales, Derivada de Caputo, Derivada de Riemann-Liouville.

Referencias

[1] K. S. Miller and B. Ross, *An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations*, John Wiley & Sons, Inc., New York, (1993).

[2] J. A. Tenreiro Machado, V. Kiryakova and F. Mainardi, *A poster about the old history of fractional calculus*, Frac. Cal. & Appl. Anal., **13**, 447-454, (2010).

[3] J. A. Tenreiro Machado, V. Kiryakova and F. Mainardi, *A poster about the recent history of fractional calculus*, Frac. Cal. & Appl. Anal., **13**, 329-334, (2010).

[4] J. A. Tenreiro Machado, V. Kiryakova and F. Mainardi, *Recent history of fractional calculus*, Commun. Nonl. Sci. Num. Simul., **16**, 1140-1153, (2011).

[5] R. Figueiredo Camargo e E. Capelas de Oliveira, *Cálculo Fracionário*, Livraria Editora da Física, São Paulo, (2015).

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Conjuntos Aproximados y sus Conexiones con el Álgebra y la Topología

Mauricio Restrepo López
Departamento de Matemáticas
Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, Colombia
e-mail: mauricio.restrepo unimilitar.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

La teoría de los conjuntos aproximados fue desarrollada a principios de los años 80 por Zdzislaw Pawlak como una extensión de la teoría de conjuntos que ofrece una buena alternativa para el manejo de información incompleta o imperfecta, presente en muchas bases de datos [?, ?]. La idea se basa en el concepto de relaciones de equivalencia entre los valores de los atributos.

Esta teoría se generalizó para ampliar su rango aplicación, desde diferentes perspectivas por varios autores [?, ?, ?, ?, ?, ?].

Desde su formulación han aparecido una serie de trabajos relacionados con aspectos teóricos y prácticos.

En esta presentación se pretende mostrar las diferentes generalizaciones de la teoría y sus principlaes relaciones con el álgebra y la Topología [?, ?, ?, ?].

Palabras claves

Conjuntos aproximados, propiedades algebráicas, propiedades topológicas.

Referencias

[1] Bonikowski, Z., Brynarski, E.: Extensions and Intensions in rough set theory. Information Science 107, 149–167 (1998)

[2] Järvinen, J.: Lattice Theory for Rough Sets. Transactions on Rough Sets VI, LNCS 4374, 400–498 (2007)

[3] Pawlak, Z.: Rough sets. International Journal of Computer and Information Sciences 11 (5), 341–356 (1982)

[4] Pomykala, J.A.: Approximation Operations in Approximation Space. Bulletin de la Académie Polonaise des Sciences 35 (9-10), 653-662 (1987)

[5] Restrepo, M., Cornelis, C., Gómez, J.: Duality, Conjugacy and Adjointness of Approximation Operators in Covering-based Rough Sets. International Journal of Approximate Reasoning 55, 469–485 (2014)

[6] Restrepo, M., Cornelis, C., Gómez, J.: Partial order relation for approximation operators in Covering-based Rough Sets. Information Sciences 284, 44–59 (2014)

[7] Shen, Q. - Jensen, R. Rough Sets, their Extensions And Applications. International Journal of Automation and Computing. 2007. Págs. 100-106.

[8] Zakowski, W.: Approximations in the Space (u, π). Demonstratio Mathematica 16, 761–769 (1983)

[9] Zhao, Z.: On some types of covering rough sets from topological points of view. International Journal of Approximate Reasoning 68 1–14, (2016)

[10] Zhu, W.: Properties of the First Type of Covering-Based Rough Sets. Proceedings of Sixth IEEE International Conference on Data Mining - Workshops, 407–411 (2006)

[11] Zhu, W.: Properties of the Second Type of Covering-Based Rough Sets. Proceedings of the IEEE/WIC/ACM International Conference on Web Intelligence and Intelligent Agent Technology, 494–497 (2006)

[12] Zhu, W.: Properties of the Third Type of Covering-Based Rough Sets. Proceedings of International Conference on Machine Learning and Cybernetics, 3746–2751 (2007)

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Un introducción a la Teoría de Respuesta al Ítem TRI

Dicleny Castro Carvajal
Departamento de Psicopedagogía
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: dcastroc@ut.edu.co

John Jairo Zabala Corrales
Departamento de Matématicas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: jjzabalac@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

En investigación en Ciencias Sociales, es típico utilizar instrumentos de medición de tipo dicotómicos, es decir las respuestas a las preguntas, son ítems que están asociados a la distribución Binomial. Es del interés del investigador, conocer o ir más allá de la respuesta dicotómica que le permita conocer algunas de las características intrínsecas de las personas evaluadas y la relación con el instrumento que contestó.

El propósito de esta comunicación, es el de introducirnos en la Teoría de Respuesta al Ítem TRI, pero para entenderla se requiere hacer un bosquejo de La Teoría Clásica de los Test (TCT), entender las propiedades generales de los Test, y seguidamente abordar la Teoría de la Respuesta al Ítem (TRI) para identificar las propiedades particulares de los Ítems. Y ver cómo la TRI es una alternativa a las limitaciones de la (TCT). De la (TRI), el propósito es la de obtener la puntuación que corresponde a un individuo en una dimensión o rasgo determinado, este también es conocido como modelos Rasch.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Regiones deslizantes en un modelo Estrés-Enfermedad

Jorge Amador
Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Computación
Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia
e-mail: jaamadorm@unal.edu.co

Hector A. Granada
Departamento Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: hagranadad@ut.edu.co
Johan M. Redondo
Departamento Matemáticas
Universidad Sergio Arboleda , Bogota, Colombia
e-mail: galileonp@hotmail.com
Gerard Olivar
Departamento Matemáticas y Estadística
Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia
e-mail: golivart@unal.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

De acuerdo con [1], existe una fuerte influencia del estrés con el desarrollo de enfermedades. En este trabajo se consideraron los atributos que hacen posible esa influencia para la elaboración de un modelo matemático que permite el planteamiento de escenarios que cambian con la frecuencia con la que un individuo implementa soluciones temporales para atender el estrés (pseudosoluciones) o cambia la frecuencia

con la que recibe el tratamiento médico especializado para atender la enfermedad. Para esto se utilizo la metodología de modelamiento de la dinámica de sistemas para obtener un sistema de ecuaciones diferenciales que fue configurado como un sistema de Filippov [2] o sistema discontinuo por tramos, de modo que, el modelo pueda ser utilizado para el estudio de la evolución de enfermedades que derivan de la respuesta psicológica frente a eventos estresantes. Los resultados obtenidos en el sistema de Filippov sugieren multiplicidad de estados estacionarios donde intervienen fenómenos como deslizamientos y la existencia de pseudo-equilibrios. Estos resultados son concluyentes de la dinámica del comportamiento del sistema, permitiendo la configuración de escenarios en los que es posible que el paciente: 1) sane completamente, 2) alcance niveles estables de estrés-enfermedad que puede sobrellevar sin riesgos pero con la implementación de diferentes pseudosoluciones y tratamientos médicos, o 3) ponga en riesgo su vida.

Palabras claves

Estrés, enfermedad, dinámica de sistemas, sistemas de Filippov.

Referencias

[1] R. H. Rahe, "Psychosocial stressors and adjustment disorder: van Gogh's life chart illustrates stress and disease.", *Journal of Clinical Psychiatry.*, vol. 51, no. 11, pp. 13-19, 1990.

[2] A. F. Filippov, "Differential Equations with Discontinuous Righthand Sides", *Kluwer Academic Publishers*, 1988.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Medidas de Radon: Una aproximación al espacio dual de L^∞

Juan Daniel López Castaño
Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
e-mail: juadlopezcas@unal.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

Los teoremas de representación son muy importantes en las matemáticas, pues a elementos de difícil manejo pertenecientes a una estructura abstracta los permite relacionar con elementos concretos de una estructura más sencilla. Tal es el caso del Teorema de Representación de Riesz que, en su versión clásica del análisis funcional, permite identificar los elementos del espacio dual de L^p, con $1 < p < \infty$, con los elementos de L^q donde p y q son exponentes conjugados. Sin embargo, ésto no es cierto para el caso en que $p = \infty$ pues el dual de L^∞ no es L^1 (lo podemos evidenciar al construir, gracias al Teorema de Hahn-Banach, un funcional lineal en $(L^\infty)'$ que no proviene por integración de L^1). Se hace importante entonces buscar representaciones útiles para éste espacio de funcionales lineales. Por ejemplo, un resultado acerca de los subconjuntos de Borel en espacios de Hausdorff, es que cada función f en $C_c(X)$ (continuas con soporte compacto), donde X es un espacio de Hausdorff localmente compacto, es integrable con respecto a cada medida regular en X. De ello se desprende que si μ es una medida regular de Borel en X, entonces $f \to \int f d\mu$ define un funcional lineal en $C_c(X)$. Frigyes Riesz, en 1909, demostró que existe una única medida regular de Borel que induce el mismo funcional, y éste debe poseer la característica de ser positivo.

Siguiendo la misma línea, se pretende en ésta propuesta introducir el espacio de las medidas de Radon complejas como representación de $(C_o(X))'$ (espacio dual de la clausura uniforme en L^∞ de $C_c(X)$). Para ello, se define primero las medidas de Radon como una medida Borel que es finita sobre todos los conjuntos compactos, regular exterior sobre todos los conjuntos Borel, y regular interior sobre todos los abiertos. Se muestra después, que por integración, los funcionales lineales acotados

positivos de $C_o(X)$ se identifican con una medida de Radon. Luego, se define una medida de Radon compleja y se utiliza para extender el resultado anterior sobre los funcionales positivos, a todo funcional lineal real sobre $C_o(X)$ usando que éste tiene una descomposición de Jordan, es decir, que se puede expresar como la diferencia de dos funcionales positivos, y finalmente dar así, una descripción completa de $(C_o(X))'$.

Palabras claves

Medidas de Radon; Espacios L^p; funcionales lineales; soporte de una función; Espacios Hausdorff Localmente Compactos; medidas regulares.

Referencias

[1] Bartle, R.G. (1995). *The Elements of Integration and Lebesgue Measure* (first edition). USA. John Wiley and Sons, Inc.

[2] Benedetto, J.J. y Czaja, W. (2009). *Integration and Modern Analysis* (first edition). Birkhäuser Advanced Texts. Birkhäuser Boston Basel Berlin.

[3] Bogashev, B.I. (2010). *Measure Theory Volumen 1* (first edition). USA. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York.

[4] Dunford, N. y Schwartz, J. (1957). *Linear Operators Part 1: General Theory* (first edition). USA. Interscience Publishers, Inc., New York.

[5] Folland, G.B. (1999). *Real Analysis: Modern Techniques and Their Applications* (second edition). USA. John Wiley and Sons, Inc.

[6] Hewitt, E. y Stromberg, K. (1975). *Real and Abstract Analysis, a modern treatment of the theory of funtions of a real variable* (first edition). USA. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York.

[7] Royden, H.L. y Fitzpatrick, P.M. (2010). *Real Analysis* (fourth edition). Pearson Education Asia Limited and China Machine Press.

[8] Swartz, C.W. (1994). *Measure, Integration and Function Spaces* (first edition). USA. World Scientific.

[9] Treves, F. (1967). *Topological Vector Spaces, Distributions and Kernels* (first edition). USA. Academic Press, Inc.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

ECONOFÍSICA Y ALGO MÁS

María Nubia Quevedo Cubillos
Departamento de Matemáticas
Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, Colombia
e-mail: maria.quevedo@unimilitar.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

En esta charla se presenta la econofísica entendida como campo multidisciplinario de investigación que involucra métodos matemáticos, teoría de las probabilidades, física teórica y economía. Se hace un breve recorrido por sus orígenes, y se presentan los requerimientos y método para derivar funciones de distribución de probabilidad de una variable económica que depende de parámetros microeconómicos y que, a su vez, debe ser entendida como variable termodinámica durante determinado intervalo de tiempo. Se analizan las características de la distribución para sistemas hipotéticos de los cuales se derivan funciones de distribución como las de Boltzmann-Gibbs y la de Pareto; distribuciones que han demostrado ser muy útiles en el momento de describir el sistema económico de muchos países en diferentes continentes.

Palabras claves

Matemáticas, Econofísica, función de distribución, distribución de Boltzmann-Gibbs, distribución de Pareto.

Referencias

[1] Stanley, H. E., Afanasyev, V., Amaral, L. A. N., Buldyrev, S. V., Goldberger, A. L., Havlin, S., ... & Prince, P. A. (1996). Anomalous fluctuations in the dynamics of complex systems: from DNA and physiology to econophysics. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 224(1-2), 302-321.

[2] Chakrabarti, B. K. (2005). Econophys-Kolkata: a short story. In Econophysics of Wealth Distributions (pp. 225-228). Springer Milan.

[3] Chakrabarti, B. K., Chakraborti, A., & Chatterjee, A. (Eds.). (2007). Econophysics and sociophysics: trends and perspectives. John Wiley & Sons.

[4] Yakovenko, V. M. (2009). Econophysics, statistical mechanics approach to. In Encyclopedia of Complexity and Systems Science (pp. 2800-2826). Springer New York.

[5] Dragulescu, A., & Yakovenko, V. M. (2000). Statistical mechanics of money. The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems, 17(4), 723-729.

[6] Dragulescu, A., & Yakovenko, V. M. (2001). Evidence for the exponential distribution of income in the USA. The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems, 20(4), 585-589.

[7] Silva, A. C., & Yakovenko, V. M. (2004). Temporal evolution of the ?thermal? and ?superthermal? income classes in the USA during 1983?2001. EPL (Europhysics Letters), 69(2), 304.

[8] Dragulescu, A. A., & Yakovenko, V. M. (2002). Statistical mechanics of money, income, and wealth: a short survey. arXiv preprint cond-mat/0211175.

[9] Banerjee, A., Yakovenko, V. M., & Di Matteo, T. (2006). A study of the personal income distribution in Australia. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 370(1), 54-59.

[10] Quevedo, H., & Quevedo, M. N. (2011). Statistical thermodynamics of economic systems. Journal of Thermodynamics, 2011.

[11] Quevedo, H., & Quevedo, M. N. (2016). Income distribution in the Colombian economy from an econophysics perspective. Cuadernos de Economía, 35(69), 691-707.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Algoritmo único de divisibilidad en diferentes bases: una aplicación Android para celular.

Willian Alfredo Jiménez Gómez
Departamento de Matemáticas
Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia
e-mail: wjimenez@pedagogica.edu.co

Jannick Andrés Lugo García
Departamento de Matemáticas
Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia
e-mail: jalugog@upn.edu.co

John Alexander Tami Buitrago
Departamento de Matemáticas
Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia
e-mail: dma_jatamib368@pedagogica.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

En el espacio académico de Aritmética perteneciente al actual plan de estudios de la Licenciatura en Matemáticas de la Universidad Pedagógica Nacional se realiza un trabajo referente a los criterios de divisibilidad usuales en algunas bases numéricas.

Para el semestre 2016-2 se realizó una exploración con los estudiantes de los criterios del 2 al 21 en cualquier base numérica menor a 22; de lo anterior surgió un algoritmo que permite encontrar una condición para comprobar si un número en cualquier base es divisible por otro número dado, el algoritmo para determinar la condición es de fácil aplicación cuando la base y el criterio son primos relativos,

es decir $(b, c) = 1$, donde b es la base numérica y c es el criterio a probar, pero es más compleja en el caso que no sean primos relativos, ya que se hace necesaria la solución de una ecuación diofántica.

Por lo anterior se pretende en la comunicación mostrar el método usado y en particular una aplicación en Android que resuelve el algoritmo y nos informa de qué forma deben ser los números en esa base para que sean divisibles por el número del criterio.

Palabras claves

Criterios divisibilidad, bases numéricas, aplicación Android.

Referencias

[1] LUQUE, A., CARLO, J., MORA, M., LYDA, C., & TORRES, D. J. A. (2013). Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos: Contar e inducir. Universidad Pedagógica Nacional.

Una estrategia B Learning para la enseñanza de la estadística en la Corporación Universitaria Uniminuto

John Jairo Escobar Machado
e-mail: escobarcaracas@gmail.com

Resumen

El presente documento tiene como objetivo explicar una experiencia en la enseñanza de la estadística por medio de la práctica virtual B Learning en la Corporación Universitaria Uniminuto regional Ibagué. Donde se resalta la importancia de las tutorías virtuales en los estudiantes de educación a distancia. Asimismo se hace énfasis en la necesidad de los estudiantes que realizan labores ajenas a la clase y que no pueden asistir con frecuencia pero se actualizan por medio de la enseñanza virtual. Para este propósito se tendrá en cuenta la definición y el origen del B Learning y algo de los inicios de la educación por medios virtuales.

Palabras claves

Enseñanza, estadística, educación, virtual, B learning

Referencias

[1] Crook C. (1996). *Ordenadores y aprendizaje colaborativo*. Revista de medios y educación número 35 PP 45-60

[2] García N. (2002) *Sistemas de trabajo con las tics en el sistema educativo y en la formación de profesionales.* Revista número 10

[3] Martí J.A. (2009) *Aprendizaje mezclado (B Learning) modalidad de formación de profesionales*. Revista Universidad EAFIT Vol. 45. No. 154. pp. 70-77

[4] Scagnoli N. (2005) *Estrategias para motivar el aprendizaje colaborativo en cursos de distancia.* Pdf rescatado de: *https://www.ideals.illinois.edu/bitstream/handle/2142/10681/aprendizaje-colaborativo-scagnoli.pdf?sequence=4*

VII ENCUENTRO NACIONAL DE
MATEMATICAS Y ESTADISTICA

Representaciones topológicas en retículos.

Andrés Felipe Ríos Moreno
Departamento de Matematicas XX
Universidad Nacional de colombia , Bogotá, Colombia
e-mail:anfriosmo@unal.edu.co email institucional

Ibague, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

En muchos cursos de la carrera de matemáticas se estudian las estructuras algebraicas, topológicas, analíticas, geométricas. Pero en general las estructuras de orden no son muy estudiadas a pesar de su utilidad y repetida aparición en muchas de los temas de matemáticas.

Se consideran los conjuntos ordenados para los cuales todo par de elementos exista el extremo superior entre los dos y también extremo inferior, estos son los retículos que comienzan a aparecer en diferentes ramas de la matemática un caso particular de estos retículos en el que cualquier subconjunto tenga supremo e ínfimo se llaman retículos completos y estos permiten procesos de generación, por ejemplo en un grupo G el conjunto de subgrupos de G con respecto a la relación ser subconjunto forman un retículo completo, esto permite que tenga sentido el subgrupo generado por cualquier subconjunto de G.

Un retículo se puede entender pues como una estructura de tipo ordenada, como de tipo algebraica en la cual hay dos operaciones binarias, extremo inferior y extremo superior. Que cumplen las propiedades conmutativas, asociativa de idempotencia y una última que relaciona una con la otra, a pesar de esto no todo retículo cumple que una operación se distribuya con respecto a otra, se consideran las funciones que respetan ambas operaciones y son llamadas homomorfimos de retículos, teniendo una categoría (La categoría de retículos) , en particular se consideran los homomorfismos de retículos para los cuales la preimagen de un ideal primo es un ideal primo, llamados homomorfismos propios.

Se considera el conjunto de ideales primos $P(L)$ de un retículo L, una función d de L en $\mathcal{P}(L)$ donde para todo $x \in L$ $d(x) = \{I \in P(L) | x \notin I\}$. La imagen de esta

función es una base para una topología sobre $P(L)$ esta es llamada la topología de Zariski sobre $P(L)$ o la envolvente del núcleo, se denota por $spec(L)$, para N retículo y $f : L \to N$ homomorfimos propio si $spec(L)(f)(P) = f^*$ entonces $spec(L)(f) : spec(N) \to spec(L)$ es una función continua y abierta sobre su imagen, entonces tenemos una asignación entre la categoría de retículos con morfimos homomorfimos propios $\mathcal{R}_P$ y la categoría de espacios topológicos Top, que es en realidad un funtor. Se caracterizan los espacios topológicos que provienen de este funtor, llamados espacios de Balbes-Dwinger. Se restringe este funtor a la subcategoría de retículos distributivos con homomorfismos propios D_p se obtiene una co equivalencia de categorías con la categoría de espacios de Balbes- Dwinger, este resultado es conocido como el teorema de dualidad de Stone.

Se consideran los retículos distributivos con máximo y mínimo (acotados) y se expone la representación de Priestley en la cual se considera la imagen de la función d y se toma un espacio topológicos, tomando como base los subconjuntos de la forma $d(x)$ y de la forma $d(x)^c$, equipado con una estructura ordenada la inclusión entre ideales primos, se construye un funtor entre la categoría de retículos distributivos acotados con homomorfismos propios y la categoría de espacios topológicos ordenados. Se caracterizan los espacios topológicos provenientes de este funtor, llamados los espacios de Priestley. se concluye que este funtor es una co equivalencia de categorías entra la categoría de retículos distributivos acotados y los espacios de Priestley, este teorema conocido como el teorema de dualidad de Priestley .

Se consideran los ideales y filtros de tal manera que estos sean disjuntos, estos se llaman parejas ideal- filtro. Una pareja (I, F) ideal filtro se dice maximal si F es maximal en el conjunto de los filtros disjuntos a I, e I es maximal en el conjunto de los ideales disjuntos a F, el conjunto de las parejas maximales de un retículo L es notado por $Q(L)$, se considera la función $u : L \to Q(L)$, definida por $u(x) = \{(I, F) \in Q(L) | x \notin I\}$, esta función forma una sub-base para una topología sobre $Q(L)$, se consideran dos ordenes $\leq_1$,$\leq_2$ sobre $Q(L)$, donde $(I, F) \leq_1 (J, G)$ si y solo si $I \subseteq J$ y $(I, F) \leq_2 (J, G)$ si y solo si $F \subseteq G$, se tiene así un mecanismo entre la categoría de retículos acotados y la categoría de espacios topológicos dóblemente ordenados. Se caracterizan los espacios topológicos provenientes de este funtor, llamados L espacios y se demuestra que en realidad este funtor es una co equivalencia de categorías que generaliza el teorema de Priestley.

Palabras claves

Retículos, Espacios espectrales, Dualidad de Stone, Dualidad de Priestley, Espacios de Balbes-Dwinger.

References

[Aco] Acosta Gempeler, Lorenzo María (2016). *Temas de Teoría de Retículos.* Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias, Departamento de Matemáticas.Co]

[Cor] ornish, W. H. (1975). *On H. Priestley's dual of the category of bounded distributive lattices*. Matematički Vesnik, 12(60), 329-332.

[Pri] Priestley, H. A. (1970). *Representation of distributive lattices by means of ordered Stone spaces*. Bulletin of the London Mathematical Society, 2(2), 186-190.

[Urq] rquhart, A. (1978). *A topological representation theory for lattices*. Algebra Universalis, 8(1), 45-58.

[Sto] tone, M. H. (1938). *Topological representations of distributive lattices and Brouwerian logics*. Časopis pro pěstování matematiky a fysiky, 67(1), 1-25.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Método de punto interior para Máquinas de Vectores de Soporte

Maria D. Gonzalez-Lima
Departamento de Matemáticas
Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, Colombia
e-mail: maria.gonzalezl@unimilitar.edu.co

Esnil Guevara
Departamento de Matemáticas
Universidad de Carabobo, Valencia, Venezuela
e-mail: ejguevara@uc.edu.ve

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

La clasificación de objetos es un problema de gran interés por sus numerosas aplicaciones, como son por ejemplo, el análisis crediticio, la categorización de textos, la clasificación de imágenes, y el apoyo en diagnósticos médicos. Las Máquinas de Vectores de Soporte son técnicas de aprendizaje supervisado muy populares en este contexto, sin embargo, su uso se basa en la resolución eficiente de un problema de optimización cuadrático, convexo, denso, de grandes dimensiones, lo cual puede ser computacionalmente muy costoso.

En esta ponencia se introducirá a las Máquinas de Vectores de Soporte y al problema de optimización asociado. Se presentará un método de punto interior diseñado para resolver este problema donde se evita el uso del Hessiano de la función objetivo. Resultados numéricos preliminares del método aplicado a problemas de Máquinas de Vectores de Soporte de la vida real serán incluidos en la presentación.

Palabras claves

Máquinas de Vectores de Soporte, Métodos primal-dual de punto interior para optimización cuadrática.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

El juego, la teoría de grafos y modelos computacionales.

Willian Alfredo Jiménez Gómez
Departamento de Matemáticas
Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia
e-mail: wjimenez@pedagogica.edu.co

Lizeth Andrea Ruíz
Departamento de Matemáticas
Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia
e-mail: dma_laruizc930@pedagogica.edu.co

Derly Yamile Gutiérrez
Departamento de Matemáticas
Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia
e-mail: dma_dygutierrezc236@pedagogica.edu.co

Fabio Steven Jaimes
Departamento de Matemáticas
Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia
e-mail: dma_fsjaimesg865@pedagogica.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

El seminario de álgebra de la Universidad Pedagógica Nacional se conformó hace 8 semestres con la intención de establecer una interacción entre profesores y estudiantes a la luz de diferentes problemas matemáticos. Dentro de las sesiones

convocadas por el seminario, se pretende generar discusión o debate frente a las ideas propuestas para dar solución a algunos problemas en contextos algebráicos.

Uno de los problemas trabajados se denominó inicialmente como el problema del dominó. Este problema surgió como una propuesta del seminario de álgebra para ser trabajado por los asistentes durante el primer semestre del año 2016 y consiste, básicamente, en organizar cierta cantidad de fichas de dominó siguiendo las reglas usuales del juego, la cantidad de fichas está limitada por la siguiente condición: Sea un número n tal que $0 \leq n \leq 6$, se usarán las fichas de dominó cuyos números sean menores o iguales que n, por ejemplo, si $n = 0$ solamente se permite la ficha $0|0$, si $n = 1$ solamente se permiten las fichas $0|0$, $0|1$ y $1|1$, de la misma manera para cualquier valor de n. La pregunta central del problema es ¿De cuántas maneras (diferentes) se pueden organizar las fichas para un n cualquiera? En el seminario de álgebra se le dio solución a esta pregunta para $n = 0, n = 1, n = 2$ y n cuando es impar diferente de 1. Para los tres primeros casos, el conteo fue sencillo, debido a la cantidad de fichas en cada caso (1, 3 y 6 respectivamente). Para el caso en el cual n es un número impar diferente de 1, se encontró que para cualquier configuración era imposible utilizar todas las fichas, ya que siempre sobra una. Finalmente, toda la atención se centró en darle respuesta a la pregunta cuando $n = 4$. En primera instancia se pretendió trabajar de manera manual al igual que con los casos ya solucionados, pero esto no dio resultados favorables. El paso siguiente fue indagar dentro de las matemáticas sobre los elementos teóricos que se pudieran relacionar con el problema.

La conferencia pretende explicar las diferentes estrategias utilizadas para intentar darle solución al problema, entre las cuales se encuentra el estudio de la teoría de grafos, el estudio de matrices de adyacencia, incidencia y de permutación, algunos elementos básicos de conteo y algunos modelos computacionales apoyados en MatLab y Excel.

Palabras claves

Teoría de grafos, dominó, conteo, modelos computacionales.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Metodología Bayesiana para Estimar Parámetros en Modelos DTGARCH

Adriana Gaitán V. , Jesús Daniel Hernández
Matemáticas con énfasis en Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: lagaitanv@ut.edu.co , jdhernandezlo@ut.edu.co

Joaquín González Borja
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: jgonzalezb@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

En esta comunicación se presenta una metodología basada en Estadística Bayesiana y técnicas MCMC para estimar parámetros en modelos TAR con errores GARCH y distribución t-student.
Se ilustra la metodología con ejemplos simulados y datos de series de tiempo financieras.

Palabras claves

Modelos DTGARCH, Estadística Bayesiana, técnicas MCMC, Series de tiempo financieras.

Referencias

[1] Chen, C. W. S., So, M. K. P (2006). On a threshold heteroscedastic model, *International Journal of Forecasting*, **22**, 73-89.

[2] Chen, C. W. S., So, M. K. P & Liu, F. C. (2011). A review of threshold time series models in finance, *Statistics and Its Interface*, **4** , 167-181.

[3] Chen, C. W. S., Gerlach, R. & Lin, A. M. H. (2009). Falling and explosive, dormant, and rising markets via multiple-regime financial time series models, *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, **26**, 28-49.

[4] Nieto, F. H., Moreno, E. (2016). Univariate conditional distributions of an Open-Loop TAR stochastic process, *Revista Colombiana de Estadística*, **39**, 149-165.

[5] Nieto, F. H., Zhang, H. (2015). Modelamiento TAR con datos faltantes cuando el proceso del ruido blanco tiene una distribución t-student. *Revista Colombiana de Estadística*, **38**, 239-266.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Buena colocación para el problema de valor inicial con condiciones de frontera para la ecuación de Benney-Luke

OSCAR EDUARDO ESCOBAR LASSO
Departamento de Matemáticas
Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: escobar.oscar@correounivalle.edu.co

JOSÉ RAUL QUINTERO HENAO
Departamento de Matemáticas
Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: jose.quintero@correounivalle.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

El estudio del problema de valor inicial (buena colocación) asociado con modelos de evolución ha sido de gran interés desde tiempos remotos por parte de matemáticos, físicos, químico o biólogos, entre otros, debido a que estos modelos están ligados a la descripición de diversos fenómenos en sus respectivas áreas de estudio. En el caso de modelos de evolución relacionados con la descripción de ondas de agua, el interés comenzó con las observaciones de un ingeniero naval escocés John Scott Russell (1808-1882) quien descubrió lo que hoy se conoce como un solitón (onda de transmisión u onda solitaria), mientras hacía un estudio de la quilla de los botes en el Union Canal en Hermiston(Escocia), muy cerca del campus Riccarton de la Universidad de Heriot-Watt (Edimburgo). Como resultado del estudio de éste fenómeno, y de las investigaciones de J. Boussinesq y Lord Rayleigh, los matemáticos holandeses Diederik Johannes Korteweg(1848-1941) y su estudiante Gustav de Vries(1866-1934), obtuvieron una ecuación satisfactoria que describe el perfil de la onda. Esta ecuación estaba basada en la suposición de que la profundidad del agua es pequeña en

comparación con la anchura de las ondas y relaciona la amplitud de la onda y sus cambios en el espacio con el cambio de la amplitud en el tiempo. La ecuación propuesta por D. Korteweg y G. de Vries (denominada ecuación **Korteweg-de Vries** o simplemente ecuación **KdV**)

$$u_t + \epsilon\, u u_x + \mu\, u_{xxx} = 0,$$

es uno de los modelos clásicos no lineales mas relevantes en el estudio de ondas de agua de gran elongación y de pequeña amplitud. Es importante mencionar que el estudio de los *problemas de valor inicial con condiciones de frontera* (**IBVP** en adelante) para modelos dispersivos de ondas de agua han llamado la atención de muchos investigadores en los últimos años, debido a la necesidad de considerar estos modelos en dominios finitos o en semirectas y además, a la importancia en la teoría de controlabilidad de estos modelos. Por ejemplo, para el **IBVP** de la ecuación KdV

$$\begin{cases} \partial_t u - \partial_x^3 u + u\partial_x u &= 0, \quad\ x \in \mathbb{R},\ t \geq 0,\ \ k \in \mathbb{N} \\ u(0,t) &= h(t), \ \ u(x,0) = \varphi(x), \end{cases}$$

J. Bona, S. Sun, y B. Zhang en [1] estudiaron la buena colocación local del problema utilizando la técnica de la transformada de Laplace para $(\varphi, h) \in h^s(\mathbb{R}^+) \times H_{loc}^{\frac{s+1}{3}}(\mathbb{R}^+)$ con $s \geq \frac{3}{4}$. Otro ejemplo, es el estudio de la buena colocación local de **IBVP** para la "buena ecuación de Boussinesq"

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} + u_{xxxx}(x,t) + \left(u^2\right)_{xx} &= 0, \quad x \in \mathbb{R}, \ \ t > 0, \\ u(x,0) = f(x), \ \ u_t(x,0) &= h(x), \end{cases}$$

realizado por R. Xue en [5], utilizando el principio de la contracción y una técnia de la transformada de Laplace, como la utilizada por J. Bona, S. Sun, y B. Zhang en [1] en el caso del **IBVP** para la ecuación KdV.
En esta conferencia se considera el **IBVP** asociado a la ecuación generalizada de Benney-Luke en el primer cuadrante

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} + a u_{xxxx} - b u_{xxtt} + p u_t u_x^{p-1} u_{xx} + 2 u_x^p u_{xt} &= 0,\ x > 0,\ t > 0, \\ u_x(0,t) = h_1(t), \quad u_t(0,t) &= h_2(t) \\ u_x(x,0) = f_1(x), \ \ u_t(x,0) &= f_2(x), \end{cases} \tag{1}$$

donde las funciones f_i y h_i pertenecen a espacios apropiados de tipo Sobolev.
Para $p = 1$, esta ecuación es una aproximación formalmente válida para la descripción de ondas de agua de profundidad finita, de pequeña amplitud y de gran elongación. Esta ecuación es una versión tridimensional del modelo derivado por J. Quintero y R. Pego en [4] como un modelo isotrópico para ondas de agua tridimensionales, donde los parámetros $a, b > 0$ son tales que $a - b = \sigma - \frac{1}{3}$, siendo σ el inverso del número Bond (asociado con la tensión superficial). A lo largo del trabajo se asumirá que $0 < b < a$, lo cual corresponde a una tensión superficial pequeña o cero ($\sigma > \frac{1}{3}$). En contraste con las ecuaciones de un solo sentido, como la KdV o la BBM, señalamos que el modelo (1) es una aproximación válida para describir formalmente propagación de ondas de agua en dos sentidos. La buena colocación local del **IVP** para la ecuación de Benney-Luke (1) fue obtenida por J. Quintero

en [2] (véase también [3]) con los datos iniciales (u_0, u_1) tal que $u_0 \in \dot{H}^{s+1} = \{f \in \mathcal{D}'(\mathbb{R}) : f' \in H^s(\mathbb{R})\}$ y $u_1 \in H^s(\mathbb{R})$ para $s \geq s(p)$, donde $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$ denota el espacio de distribuciones en $\mathbb{R}$. Para $p = 1$, se puede ver que $s(p) = 1$. En particular, si u es una solución local en $[0, T]$ tenemos que

$$u_x \in C([0,T], H^s(\mathbb{R})), \quad u_t \in C([0,T], H^s(\mathbb{R})) \cap C^1([0,T], H^{s-1}(\mathbb{R})).$$

Para el caso de esta conferencia, el objetivo es mostrar que el **IBVP** (1) para $0 < a < b$ está localmente bien puesto para datos iniciales $f_1, f_2 \in H^s(\mathbb{R}^+)$ y datos de frontera $(h_1, h_2) \in H^{r_1(s)}(\mathbb{R}^+) \times H^{r_2(s)}(\mathbb{R}^+)$, donde $r_1(s)$ y $r_2(s)$ son exponentes apropiados con $s \in \mathbb{R}$. Los resultados de la buena colocación para el **IBVP** asociado con la ecuacún de Benney-Luke (1) en el primer cuadrante $(x \geq 0, t \geq 0)$ serán obtenidos siguiendo la misma estrategia empleada por Bona, Sun y Zhang [1] en el **IBVP** para la ecuación Korteweg-de Vries, y por Xue [5] en el **IBVP** para la "buena" ecuación de Boussinesq.

Palabras claves

Problema de valor inicial, problema de valor inicial con condición de frontera, buen planteamiento local, buen planteamiento global, ecuación de Benney-Luke.

Referencias

[1] Bona J.L,, Sun S.M., Zhang B.Y. (2001). *A non-homogenous boundary-value problem for the Korteweg-de Vries equation in a quarter plane*, Trans. Amer. Math. Soc., 326, 427-490 pp.

[2] Quintero J. (2003). *Nonlinear stability of a one-dimensional Boussinesq equation*, Dynam. Diff. Eq., 15, 125-142 pp.

[3] Quintero J., Montoya O. (2015). *Existence and non existence of solitons for a 1D Benney-Luke model of higher order*, Advances in Differential Equations, 20, 1187-1220 pp.

[4] Quintero J., Pego R. (1999). *Stability of solitary waves of a fifth-order water wave model*, Physica D., 45, 476-496 pp.

[5] Xue R.Y. (2008). *The initial-boundary-value problem for the "good" Boussinesq equation on the half line*, Nonlinear Analysis, 69, 647-682 pp.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Generación de mallas ortogonales a través de una base de datos de curvas

Gustavo Restrepo
Escuela de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia
e-mail: garestrear@unal.edu.co

Marco Paluszny
Escuela de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia
e-mail: mpalusznyk@unal.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

La generación de mallas es un mecanismo por medio del cual se representa un dominio n-dimensional (comúnmente llamado dominio físico) en forma discreta. Es comúnmente asociada a métodos computacionales para la solución numérica de ecuaciones diferenciales parciales y se ha convertido en una herramienta indispensable para la solución de problemas en otras áreas de las matemáticas aplicadas y de la física computacional [2]. Desde sus inicios, a finales de los años 60, han surgido numerosos avances en el uso y construcción de mallas, avances que involucran entre otras cosas, la forma, el método con el que se obtienen y la calidad de las mallas, [1, 5, 12]. Los avances teóricos y metodológicos en la generación de mallas se han visto ampliamente complementados por los avances y desarrollos computacionales de las últimas décadas. En particular, la constante mejora en la rapidez, capacidad y memoria de los procesadores ha acelerado este proceso, [3]. Métodos en los que se obtienen mallas de alta calidad de forma automática y cuya generación involucra un consumo de recursos computacionales adecuado (en cuanto al tiempo y a la eficiencia de los códigos) son actualmente fuente permanente de estudio. En [4, 6–8]

se construyen mallas ortogonales de buena calidad sobre regiones elongadas con fronteras variando de forma similar. Esta técnica se desarrolla de forma secuencial construyendo mallas ortogonales sobre subregiones del dominio físico. En estos trabajos se emplean procesos de optimización para encontrar lemniscatas concéntricas que aproximen las fronteras de la subregión y con las que es posible la construcción de la malla. La ortogonalidad es lograda de forma automática debido a que la región entre dos lemniscatas es conformalmente equivalente a una región anular [11]. En cada paso la optimización garantiza que la malla construida sobre una subregión se conecte coherentemente con la malla construida sobre la subregión previa. Mostraremos en este trabajo una alternativa para la construcción de mallas ortogonales que posibilite el cómputo en paralelo y la automatización del proceso. Desarrollaremos algunas ideas propuestas en [9] e ilustraremos como la clusterización de la base de datos de lemniscatas, usada para la generación de la malla, puede mejorar el proceso de forma importante.

Palabras claves

Base de datos, lemniscatas, clusterización, Malla

Referencias

[1] V. Akcelik, B. Jaramaz, and O. Ghattas. Nearly orthogonal two dimensional grid generation with aspect ratio control. Journal of Computational Physics, 171:805:821, 2001. ISSN 0021-9991.

[2] T.J Baker. Mesh generation by a sequence of transformation. Appl. Num. Math, 1986.

[3] T.J Baker. Mesh generation: Art or science: Progress in Aerospace Sciences, 2005.

[4] L. G. Cardona, M. Lentini, and M. Paluszny. Grid generation using lemniscates with two foci. Mathematical and Computer Modelling, (in press), 2011. ISSN 0895-7177.

[5] F. J. Domínguez. Sobre la generación variacional discreta de mallas casi ortogonales en el plano. PhD thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, 2005.

[6] M. Lentini and M. Paluszny. Orthogonal grids on meander like regions. ETNA Electronic Transactions on Numerical Analysis, 34:1i13, 2008a. ISSN 1068-9613.

[7] M. Lentini and M. Paluszny. Approximation of meander-like regions by paths of lemniscatic sectors and the computation of orthogonal meshes. Computer Aided Geometric Design, 25:729:737, 2008b. ISSN 0167-8396.

[8] M. Lentini and M. Paluszny. On grid generation with lemniscates of two and three foci. Computational and Applied Mathematics, 32(3):495:507, 2013. ISSN 0101-8205. V. D. Liseikin. Grid generation methods. Springer, 2010. ISBN 9789048129129.

[9] M. Paluszny and G. A. Restrepo. Orthogonal grids on meander-like regions: A database approach. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2016.

[10] J. Pascal and G. Paul. Mesh generation, aplication to finite elements. WILEY, 2013.

[11] G. A. Restrepo. Construcción de mallas ortogonales usando lemniscatas. Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia. Sede Medellín, 2014.

[12] J. Thompson, Z.U.A.Warsi, and C.Wayne Mastin. Numerical Grid Generation. Foundations and Applications. Elsevier Science Publishing Co., 1985.

[13] Y. Zhang, Y. Jia, M. Altinakar, Y. Ding, V. Ramalingam, and S. Kuiry. Structured mesh generation along Louisiana - Mississippi coastline for simulation of coastal processes. In 10th Intl. Conf. on Hydroscience and Engineering. Orlando, Florida, U.S.A. Nov 4-7, 2012., Orlando, Florida, U.S.A, 2012.

[14] Singer, James (1938). *A Theorem in finite projective geometry and some applications to number Theory*, Transactions of the American Mathematical Society, 43, 377-385 pp.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Evaluación Saber-Pro año 2014 en los programas de pregrado de Economía en Colombia. Ponencia

Miguel A. Rodriguez Marquez - Sergio Andres Rivera Clavijo
Departamento de Economía y Finanzas
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: marodriguezm@ut.edu.col

Sergio Andres Rivera Clavijo
Departamento Matemáticas con enfasis en Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: sarivreracl@ut.edu.col

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

El presente documento muestra una evaluación del desempeño académico de los estudiantes universitarios del programa de pregrado en Economía en Colombia desde una mirada a las pruebas Saber-Pro en el año 2014. El análisis se realiza en forma multivariada por conglomerados y discriminado el desempeño por grupos desagregando en cuatro clúster para una comparación espacial por departamentos y evaluación de incidencia de variables asociadas a los grupos de investigación, acreditación de alta calidad y su presencia en la web por universidades en relación a las puntuaciones obtenidas por los estudiantes en las competencias genéricas evaluadas.

Palabras claves

Clúster, Competencias Genéricas, Pruebas Saber-Pro.

Referencias

[1] Ejemplo de referencia.

[2] Singer, James (1938). *A Theorem in finite projective geometry and some applications to number Theory*, Transactions of the American Mathematical Society, 43, 377-385 pp.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

PATRONES ENCONTRADOS EN EL JUEGO REENCONTRÉ DE EULER

Harvey Antonio Florez
Estudiante Licenciatura en Matemáticas
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: antonio 1992 f@hotmail.com

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

En este artículo se muestran los resultados obtenidos en el estudio de un problema de probabilidad propuesto por Euler ($1707-1783$) en 1753 a partir de un juego de cartas llamado Rencontre. Siguiendo la traducción que hace Meavilla (2007) del artículo de Euler, primero se hace una presentación de este juego, del problema a resolver y se da un ejemplo para dos jugadores que Euler llama A y B; luego se propone una estrategia de solución distinta a la de Euler y se termina con unas conclusiones obtenidas durante la búsqueda de generalizaciones para este problema.

Palabras claves

Probabilidad, Sucesión, Euler, Patrones, Generalización.

Referencias

[1] Meavilla Seguí, V. (2007). *Leyendo a Leonhard Euler* ($1707-1783$)*: Cálculo de probabilidades en el juego de Rencontre*, En: Sigma: Revista de Matemáticas, N.30, 2007, 189-204. Disponible en $https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo = 2529637$.

[2] Barreras Alconchel, M. (2012). *El problema de Rencontre*, En: Suma: Revista sobre enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, N. 71, Nov. 2012, 27-30. Disponible en $https : //revistasuma.es/IMG/pdf/71/027 - 030.pdf$.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE
MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

POSTERS

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Sobre los números intocables y sus propiedades

Daniela Paiva
Departamento de Matemáticas
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: dapaivap@ut.edu.co

Sebastian Cortés
Departamento de Matemáticas
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia

Nidia Yadira Caicedo
Departamento de Matemáticas
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: nycaicedob@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

Existen muchas propiedades que cumplen ciertos números. En este trabajo nos enfocamos a estudiar aquellos números llamados *Números no alícuotas* o *Números Intocables*, este último nombre fue dado por Jack Alanen [1] en 1972.
Erdös [3] en 1973, probó que existen infinitos números intocables.

Primero presentamos algunas definiciones y propiedades básicas que serán necesarias para el desarrollo del póster. Damos a conocer la definición formal de número intocable y algunos ejemplos. Mostramos los resultados más importantes encontrados, así como algunas propiedades que satisfacen estos números.

Dentro de los números intocables que se han hallado, cabe resaltar la siguiente conjetura “5 es el único número impar intocable”, usando la Conjetura de Goldbach se quiere probar o refutar lo anterior. Además presentamos la relación que puede existir entre los números intocables con los números perfectos, amigables, sociables. Adicionalmente mostramos algunos resultados encontrados acerca de los *Números intocables unitarios*

Palabras claves

* Divisibilidad.
* Densidad.
* Alicuota.
* Divisores propios.

Referencias

[1] Jack Alanen (1972). *Empirical Study of Aliquot Series*. Ph.D Thesis, Yale University.

[2] Yong-Gao Chen & Qing-Qing Zhao (2011).*Nonaliquot numbers* Publ. Math. pp. 439-442

[3] P.Erdös(1973). *Über die Zahlen der Form* $\sigma(n) - n$ *und* $n - \phi(n)$. Elemente der Math. pp. 83-86

[4] P.Erdös(1979). *Some Unconventional Problems in Number Theory*

[5] Richard K. Guy(1981). *Unsolved Problems in Number Theory*. Springer Science & Business Media.

[6] C. Pomerance and H.-S. Yang(2012).*On untouchable numbers and related problems.*

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Introducción a los Números Complejos Generalizados

Modalidad: Póster

Julián Camilo Cano Ramos
Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
e-mail: juccanora@unal.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

Se considera cualquier polinomio cuadrático $f(x) = x^2 + px + q \in \mathbb{R}[x]$, cuyo discriminante es $\Delta = p^2 - 4q$, y se supone la existencia de un número no real j tal que $f(j) = 0$, entonces es posible constituir el siguiente conjunto: $\mathbb{C}_q^p = \{a + bj : a, b \in \mathbb{R} \text{ y } f(j) = 0\}$. Luego, para cada $p, q \in \mathbb{R}$ se tiene una extensión cuadrática $\mathbb{C}_q^p$ de los números reales, donde al nuevo sistema numérico $\mathbb{C}_q^p$ se le conoce como el conjunto de los *números complejos generalizados* (véase [17]), de modo que la familia $\left\{\mathbb{C}_q^p : p, q \in \mathbb{R}\right\}$ resulta ser la colección de todos los conjuntos de números complejos generalizados.

De la colección $\left\{\mathbb{C}_q^p : p, q \in \mathbb{R}\right\}$ sobresalen los siguientes sistemas numéricos: El conjunto $\mathbb{C} = \mathbb{C}_1^0$ de los números complejos, el conjunto $\mathbb{D} = \mathbb{C}_0^0$ de los números duales y el conjunto $\mathbb{M} = \mathbb{C}_{-1}^0$ de los números dobles (véase [10]), los cuales son modelos analíticos de la geometría Euclidiana, la geometría Galileana y la geometría Minkowskiana, respectivamente (véase [18]). Se verifica que, cuando $\Delta < 0$ entonces $\mathbb{C}_q^p$ es un campo isomorfo a $\mathbb{C}$ (en este caso los elementos de $\mathbb{C}_q^p$ se denominan *números complejos elípticos*), cuando $\Delta = 0$ entonces $\mathbb{C}_q^p$ es un anillo isomorfo a $\mathbb{D}$ (en este caso los elementos de $\mathbb{C}_q^p$ se denominan *números complejos parabólicos*), y cuando $\Delta > 0$ entonces $\mathbb{C}_q^p$ es un anillo isomorfo $\mathbb{M}$ (en este caso los elementos de $\mathbb{C}_q^p$ se denominan *números complejos hiperbólicos*).

El objetivo principal de la propuesta es introducir la familia de los números complejos generalizados y estudiar la articulación entre ellos, con el fin de conocer los contextos y las estructuras matemáticas en las que se pueden enmarcar estos sistemas numéricos, analizando la relación y el engranaje existente entre

cada una de las perspectivas a tratar. Específicamente, se propone exponer un breve estudio de los números complejos generalizados y presentar la riqueza que poseen como estructura *algebraica*, *ordenada*, *topológica* y *geométrica* (véase [5]).

Para los números complejos elípticos, se tiene que $\mathbb{C}_q^p$ es un campo algebraicamente cerrado de característica cero, para el cual no existe un conjunto de números J-positivos. Se define una función conjugado sobre el álgebra real $\mathbb{C}_q^p$ con la cual se determina un producto interno que induce una norma y una métrica sobre $\mathbb{C}_q^p$, cuya topología resulta ser homeomorfa a $\mathbb{R}^2$ con su topología usual. También, se demuestra que $\mathbb{C}_q^p$ tiene estructura de campo topológico.

Para los números complejos parabólicos, se tiene que $\mathbb{C}_q^p$ es un anillo local de característica cero y con divisores de cero, cuyo único ideal propio no trivial es principal y corresponde al conjunto de los elementos nilpotentes; además, en $\mathbb{C}_q^p$ existe un conjunto de números J-positivos, así que $\mathbb{C}_q^p$ es un anillo parcialmente ordenado. Se define una función conjugado sobre el álgebra real $\mathbb{C}_q^p$ con la cual se determina un semi-producto interno que induce una semi-norma y una pseudo-métrica sobre $\mathbb{C}_q^p$, cuya topología coincide con la topología del orden y resulta ser homeomorfa a $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, donde el primer factor es $\mathbb{R}$ con su topología usual y el segundo factor es $\mathbb{R}$ con la topología grosera. También, se demuestra que $\mathbb{C}_q^p$ tiene estructura de anillo topológico.

Para los números complejos hiperbólicos, se tiene que $\mathbb{C}_q^p$ es un anillo semilocal de característica cero y con divisores de cero, cuyos únicos dos ideales propios no triviales son principales y cada uno de ellos es generado por un elemento no real que resulta ser idempotente; además, en $\mathbb{C}_q^p$ existen dos conjuntos de números J-positivos que son isomorfos entre sí, así que $\mathbb{C}_q^p$ es un anillo parcialmente ordenado. Al consideran las respectivas topologías del orden, se verifica que estas topologías son pseudo-metrizables, donde cada pseudo-métrica proviene de una semi-norma que a su vez es inducida por un semi-producto interno, y donde cada intervalo abierto es una bola abierta y viceversa. Además, los dos espacios topológicos adyacentes a $\mathbb{C}_q^p$ son homeomorfos e isométricos; más aún, la función conjugado sobre el álgebra real $\mathbb{C}_q^p$ es un isomorfismo de conjuntos ordenados, un homeomorfismo de espacios topológicos y una isometría de espacios pseudo-métricos. También, se demuestra que $\mathbb{C}_q^p$ tiene estructura de anillo topológico.

Se estudian desde un punto de vista puramente geométrico las estructuras de los números complejos generalizados, dotando de manera natural con una noción de *distancia* y con una noción de *ángulo* a cada sistema numérico $\mathbb{C}_q^p$. Se construye una trigonometría sobre cada estructura $\mathbb{C}_q^p$, así que cada uno de los sistemas numéricos $\mathbb{C}_q^p$ resulta ser un modelo analítico de una geometría abstracta. Finalmente, utilizando argumentos puramente geométricos, se demuestra que para cada estructura fija de números complejos parabólicos $\mathbb{C}_q^p$ es posible encontrar dos familias de números complejos hiperbólicos que convergen geométricamente y categóricamente a $\mathbb{C}_q^p$, y también se determina una familia de números complejos elípticos que converge geométricamente y categóricamente a $\mathbb{C}_q^p$.

Palabras claves

Números Complejos Generalizados; Números Complejos Elípticos; Números Complejos Parabólicos; Números Complejos Hiperbólicos; Anillos Topológicos.

Referencias

[1] Adámek, J. & et al. (2004). *Abstract and Concrete Categories: The Joy of Cats*. Bremen: Online Edition.

[2] Ahlfors, L.V. (1966). *Complex Analysis*. New York: McGraw-Hill.

[3] Arbib, M.A. & Manes, E.G. (1975). *Arrows, Structures and Functors: The Categorical Imperative*. New York: Academic Press.

[4] Cano, J.C. (2015). *Números de la forma* $a + bj$*, donde* $a, b \in \mathbb{R}$ *y* $j^2 = j$*, con* $j \neq 0$ *y* $j \neq 1$*. (Números Irreales)*. Bogotá: Tesis de Pregrado de Licenciatura en Matemáticas en la Universidad Pedagógica Nacional.

[5] Cano, J.C. (pre-print). *About the Geometries of the Generalized Complex Numbers*.

[6] Efimov, N.V. (1980). *Higher Geometry*. Moscow: Mir Publishers.

[7] Fraleigh, J.B. (2003). *A First Course in Abstract Algebra*. Wilmington: Addison-Wesley Publishing Company.

[8] Harkin, A.A. & Harkin, J.B. (2004). *Geometry of Generalized Complex Numbers*. Washington: Mathematics Magazine of the Mathematical Association of America, Vol. 77, No. 2, pp. 118-129.

[9] Hoffman, K. & Kunze, R. (1973). *Linear Algebra*. Englewood Cliffs: Prentice-Hall.

[10] Luque, C.J. & et al. (2006). *Estructuras Análogas a los Números Reales*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

[11] Luque, C.J. & Jiménez, H. (2007). *El Anillo de los Números Duales*. Bogotá: Memorias XVII Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones en la Universidad Pedagógica Nacional, pp. 159-194.

[12] Millman, R.S. & Parker, G.D. (1991). *Geometry: A Metric Approach with Models*. New York: Springer-Verlag.

[13] Munkres, J.R. (2002). *Topology*. New Jersey: Prentice Hall.

[14] Roman, S. (2008). *Lattices and Ordered Sets*. New York: Springer.

[15] Warner, S. (1993). *Topological Rings*. Amsterdam: North-Holland.

[16] Willard, S. (1970). *General Topology.* New York: Addison-Wesley Publishing Company.

[17] Yaglom, I.M. (1968). *Complex Numbers in Geometry.* New York: Academic Press.

[18] Yaglom, I.M. (1979). *A Simple Non-Euclidean Geometry and its Physical Basis.* New York: Springer-Verlag.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Particiones en primos y las curvas elípticas.

Juan Pablo Poveda Cuellar
Facultad de Ciencias de la Educación
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: jppovedac@ut.edu.co

Nidia Yadira Caicedo Bravo
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: nycaicedob@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

Existen particiones diferentes de enteros positivos como sea posible con la misma suma y el mismo producto, por ejemplo J. G. Mauldon encontró la suma común más pequeña para ser 118 : (14,50,54), (15,40,63), (18,30,70), (21,25,72). Schinzel probó el problema de encontrar tantos triples diferentes de enteros positivos como sea posible con suma y productos iguales, a través de puntos de una curva elíptica [1]. Por otro lado Bernardo Recaman sugiere, si $n \in \mathbb{N}$ suficientemente grande, cuando se expresa como una partición $n = a + b + c$ en cada posible, siempre produce dos productos iguales abc [2]. Ahora, el problema análogo es preguntarse y que ocurre si n es suficientemente grande tal que sus particiones sean distintos primos, es decir, $n = p_1 + p_2 + p_3 + \cdots$ donde p_1, p_2, $p_3 \in P$, donde P es el conjunto de números primos y además con producto máximo. Selfridge da un ejemplo en particiones con primos de un $n \in \mathbb{N}$ en donde no necesariamente el producto máximo proviene de la partición con mayor partes sino por el de menor partes contradiciendo a J. Riddell & H. Taylor [1].

$$319 = 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 23 + 29 + 31 + 37 + 41 + 47 + 53$$

$$319 = 3 + 5 + 11 + 13 + 17 + 19 + 23 + 29 + 31 + 37 + 41 + 43 + 47$$

Mayor producto:

$$3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 43 \cdot 47 = 38{,}321162101737697$$

$$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 23 \cdot 29 \cdot 31 \cdot 37 \cdot 41 \cdot 47 \cdot 53 = 38{,}224872250045075$$

En este trabajo estudiaremos propiedades y resultados importantes referentes a estas particiones. Además presentaremos una introducción de las Curvas Elípticas y sus implicaciones con la Teoría de Números y el Álgebra [3], haciendo especial hincapié en el problema F19 titulado "Partitions into distinct primes with máximum product" [1]. Es decir, se describirá brevemente diferentes tópicos y fundamentos matemáticos sobre los que se basan las curvas elípticas que será la clave para comprender algunas propiedades o comportamientos particulares de las particiones de un número en números primos estrictamente [4].

Palabras claves

Particiones, curvas elípticas, números primos.

Referencias

[1] Richard K. Guy(1981). Unsolved Problems in Number Theory Springer Science. Third Edition

[2] J. B. Kelly, Partitions with equal products, Proc. Amer. Math. Soc.

[3] Sara N. Matheu García, curvas elípticas ? Trabajo de fin de grado.

[4] Alvaro Lozano Robledo, Buscando puntos racionales en curvas elípticas: Métodos explícitos

MODALIDAD: Póster

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

El papel de la Interdisciplinariedad de la Robotica en la Matemática Aplicada

Edinson Oswaldo Delgado Rivas
Programa de Maestría en Estudios Interdisciplinarios
y Ciencias de la Complejidad
Universidad Surcolombiana, Neiva, Colombia
e-mail: oswaldo.delgado@usco.edu.co

Jesús Camilo Torres Montealegre
Programa de Maestría en Estudios Interdisciplinarios
y Ciencias de la Complejidad
Universidad Surcolombiana, Neiva, Colombia
e-mail: camilotorresm24@hotmail.com

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

Esta investigación explora la viabilidad y alcances de un modelo adaptativo en el proceso enseñanza-aprendizaje, mediante la interdisciplinariedad de la robotica educativa como una forma experimental para entender la realidad, integrando en forma natural y espontánea, otras ciencias inmersas en la sociedad emergente tales como: la filosofía, la pedagogía, la biología, la física, las matemáticas, el lenguaje, las tics y las artes, aplicándolas en el proceso de innovación, diseño, construcción, ensamble y prueba de prototipos de robots.

Estado del arte: una mirada desde la complejidad

En esta sesión se presenta un estado del arte desde las ciencias de la complejidad sobre la interdisciplinariedad de la robótica educativa, y el enfoque pedagógico CTS, con la mirada de: la vida artificial, bio-robótica, robótica evolutiva, sistemas inmunes artificiales, autómata celular, sistemas bioinspirados, antropología y robótica, teoría de juegos, la educación en china, educación en finlandia y los sistemas adaptativos complejos.

Robotica Educativa desde el Enfoque CTS

CTS es un enfoque pedagógico que usa el contexto social para aprender conceptos científicos, y asimismo optimizar el aprendizaje en el aula, integrando la ciencia, la tecnología y la sociedad. Por otra parte, este enfoque en particular, se evidencia mediante la práctica de la robotica educativa, dado que, genera un ambiente híbrido de aprendizaje. Es decir, que forma una convergencia de aprendizajes ideales dentro del aula, que evolucionan en el tiempo mediante iteraciones con dominio discreto, construyendo la posibilidad de lo continuo en el proceso enseñanza-aprendizaje, puesto que, puede verse como la expansión y continuidad espacio-temporal del pensamiento crítico en el ambiente de aprendizaje.

Algunos prototipos de Robotica desde la Interdisciplinariedad

En esta investigación se analizan desde otras áreas del conocimiento prototipos, tales como:

- Spider Robot (robot araña)
- Robot Seguidor de línea
- Robot Multipropósito GPR 2.0
- Robot Móvil con energía solar

Matemáticas Avanzadas en Robotica

En esta sección describiremos posibles arístas a la pregunta, ¿es posible enseñar matemáticas avanzadas a niños y jóvenes de nuestra región?, por consiguiente, se trata de una circunscripción experimental de saberes en matemáticas avanzadas a través del analisis de trayectorías, la cinemática y dinámica de los modelos de prototipos de robots construidos por parte de los estudiantes tales como: orientabilidad de superficies, modelación de ecuaciones diferenciales, sistemas dinámicos, teoría de estabilidad de Lyapunov y aplicación de estructuras algebraicas en la robotica.

Simulación en Robotica

MatLab es un lenguaje de programación interpretado en el que las variables son matrices y, por tanto, las operaciones básicas aritméticas y lógicas son operaciones matriciales. Esto hace que MatLab sea una herramienta muy adecuada para calculo matricial y, en concreto, MatLab ROBOTICS TOOLBOX para simulación de robots.

Por otra parte, en esta investigación se utiliza Fritzing como una herramienta de código abierto creada para facilitar el diseño de un circuito real a partir de un prototipo de circuito esquemático.

Analisis paralelo de casos particulares

En esta sección la propuesta de investigación analizará estadísticamente dos casos particulares, que corresponden, a la evolución y adaptación de la propuesta. El primer caso se analizará un grupo de estudiantes en un colegio del sector privado del municipio de Neiva, y el segundo caso corresponderá a un grupo de estudiantes de una institución educativa del sector público del municipio de La Argentina, Huila.

Palabras claves

Matemática aplicada, robotica educativa, interdisciplinariedad, curriculo no lineal, enfoque CTS, adaptación, sistema dinámico, estabilidad de Lyapunov.

Referencias

[1] Abusleme, Angel y Alesandri, Cristobal, *Curso Electrones en Acción*, Pontificia Universidad Católica de Chile, Plataforma coursera, Chile, 2016.

[2] Alfaro Rodríguez Magdalena, Martín Pérez Jorge R, y, Vargas Dengo Marie Claire, *La investigación educativa interdisciplinaria integrada en el Centro de Investigación y Docencia en Educación (CIDE): un aporte de las Unidades Académicas y del INEINA*, Revista Electrónic@ Educare Vol. XIV, N° 1, [161-167], ISSN: 1409-42-58, Universidad Nacional Heredia, Costa Rica, 2010.

[3] Anacona Martinez, Angie. K; Marín Acevedo, Hector. D; Diaz Otalvaro, Cristian, *La interdisciplinariedad a través de la resolución de problemas: estrategia de enseñanza y aprendizaje de la física*, Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación, Buenos Aires, Argentina, 2014.

[4] Ayuso Pecharromán, María de los Ángeles y Pinedo González, Ruth, *Robotica educativa: una nueva metodología activa para fomentar la motivación, la creatividad y el aprendizaje significativo en la etapa de primaria*, Universidadvde Valladolid, España, 2016.

[5] Benavides Maryorie, *Enseñanza interdisciplinar de las matemáticas*, Universidad de Granada, España, 2014.

[6] Botello García, Yorlady, *Interdisciplinariedad de la matemática con las ciencias sociales y naturales en el grado quinto*, Universidad Nacional de Colombia, Manizales, Colombia, 2015.

[7] Cañibano Rodrigo, Grosclaude Eduardo, y, Balladini Javier, *Un sistema de visión global paralelo para fútbol de robots con fines educativos*, Universidad Nacional del Comahue Buenos Aires 1400, Neuquén Capital, Argentina, 2016.

[8] D. Claude, Gaulin, *Tendencias Actuales de la Resolución de Problemas*, Revista SIGMA $N°19$, Universidad de Laval, Québec, Canada, 2001.

[9] Francis Cárdenas, Edwin, *Curso de Robotica*, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia, 2015.

[10] Francis Cárdenas, Edwin, *Curso de Robotica*, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia, 2010.

[11] Godino Juan D., *Teoría de las Funciones Semióticas: Un enfoque ontológicosemiótico de la cognición e instrucción matemática*, Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada, España, 2003.

[12] Holland, Jhon H., *El orden oculto: de cómo la adaptación crea la complejidad*, Fondo de cultura económica, Mexico, 2004.

[13] H. Freudenthal, *Weeding and Sowing. Preface to a Science of Mathematical Education. Reidel Publishers Company*, Dordrecht 2º Edition, Holland, Boston, 1980.

[14] Hitoshi Iba, *Frontiers in Evolutionary Robotics*, I-Tech Education and Publishing, Viena, Austria, 2008.

[15] Lagos Garay, Guido, *Gregory Bateson: un pensamiento (complejo) para pensar la complejidad. Un intento de lectura/escritura terapéutica*, 1998.

[16] Lezama, Oswaldo, *Cuadernos de Algebra*, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia, 2016.

[17] Maldonado, Carlos Eduardo, *Educación Compleja: Indisciplinar la Sociedad*, Universidad del Rosario, Bogotá, Colombia, 2016.

[18] Maldonado, Carlos Eduardo, *La Heurístuca de la vida Artificial*, Revista Colombiana de Filosofía de la Ciencia vol 2, Universidad del Bosque, Bogotá, Colombia, 2001.

[19] Maldonado, Carlos Eduardo, *El papel de la imaginación para el estudio de los sistemas complejos*, Universidad del Rosario, Bogotá, Colombia, 2013.

[20] Maldonado, Carlos Eduardo, *¿Qué es eso de pedagogía y educación en complejidad?*, Universidad del Rosario, Bogotá, Colombia, 2014.

[21] Maldonado, Carlos Eduardo, *Complejidad es un problema, no una cosmovisión*, UCM Revista de investigación N° 13, Universidad del Rosario, 2009.

[22] Maturana R, Humberto y Varela R, Francisco, *El árbol del conocimiento*, Grupo Editorial Lumen, Argentina, 2003.

[23] Maturana R. Humberto, Varela R. Francisco, *De Maquinas y Seres Vivos. Autopoiesis: La Organización de lo vivo*, Grupo Editorial Lumen, Argentina, 2004.

[24] Medina Cervantes Jesús, Reyna Jiménez Jonattan, Santos Luna Joaquín, Osorio Mirón Anselmo, y, Juárez Rivera Victorino, *Diseño y Construcción de un Robot Seguidor de Línea Controlado por el PIC16F84A*, 8º Congreso Nacional de Mecatrónica, Veracruz, 2009.

[25] Mitchell, Melanie, *Introduction to the Study of Complexity*, Complexity Explorer, Santa Fe Institute, Mexico, 2016.

[26] Miñana Blasco, Carlos, *Interdisciplinariedad y currículo*, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia, 1996.

[27] Montealegre Cardenas, Mauro , *Matematicas para la creatividad I, II, III, IV, V*, ISBN: 978-958-46-3815-1 vol: págs: , Ed. Tiempos Ecologicos, Universidad Surcolombiana, Neiva, Colombia.

[28] Mora Isidro Diniris Aydeé, Prada Castro Vilma, y, Gonzalez Castro Yolanda, *La robótica educativa como estrategia didáctica sostenible*, Universidad nacional abierta y a distancia, Bogotá, Colombia, 2016.

[29] Prigogine Ilya, , *El fin de las certidumbres*, Editorial Andres Bello, Santiago de Chile, 1996.

[30] Prigogine Ilya, y, Stengers Isabelle, *La Nueva Alianza*, Editorial Alianza, isbn 9788420623689, 1994.

[31] Queiruga Claudia, Banchoff Claudia, Martin Sofía, Aybar Rosales Vanesa, y, Fernando López, *Programar en la escuela*, LINTI. Facultad de Informática. Universidad Nacional de La Plata, Argentina, 2016.

[32] Reyes Cortés, Fernando, *Robotica: Control de Robots Manipuladores*, ISBN:978-607-707-190-7, Alfaomega, México D. F., 2011.

[33] Romero Costas, Matias, *Robotica: Entra al Mundo de la Inteligencia Artificial*, Serie vida cotidiana y tecnología, ISBN 978-987-1433-80-3, Educ.ar S. E, Buenos Aires, Argentina, 2012.

[34] Straffin, Philip D, *Game Theory and Strategy*, The Mathematical Association of American, Editorial Committee, Washington, Estados Unidos, 1993.

[35] Vaira Stella M, Contini Liliana E, Gusmão Tania C. R. S, F. de Carrera Elena, Avila Olga B, Mántaras Bárbara, y, Otarán Maria, *Interdisciolinariedad: una Propuesta de Enseñanza de las Ciencias*, Universidad Nacional del Litoral - Santa Fé - Argentina, Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, Brasil, 2012.

[36] Yandún Torres, Aracely Ines, *Planeación y Seguimento de Trayectorias para un Robót Móvil*, Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador, 2011.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Transformación de sistemas de coordenadas y representación geometrica de vectores covariantes y contravariantes

Leonel Castillo García
Facultad de Educación, Licenciatura en Matemáticas
Universidad de Cundinamarca, Fusagasugá, Colombia
e-mail: lecastillo@mail.unicundi.edu.co

Miryam Vasquez Sanabria
Facultad de Educación, Licenciatura en Matemáticas
Universidad de Cundinamarca, Fusagasugá, Colombia
e-mail: mrvasquez@mail.unicundi.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

Tanto en la física y la matemática se define el concepto de vector como una matriz de n cantidades, que reconocemos como sus componentes, y cuya interpretación geométrica se distingue como un segmento de recta dirigido en un espacio de $\mathbb{R}^n$. A partir de esta idea se desarrolla el álgebra propia de los vectores y se encuentra la aplicación al campo de la física. Un vector puede representar una Fuerza aplicada a un objeto, la velocidad de un cuerpo, un campo eléctrico, la tensión superficial de un fluido, entre otros. Cada uno de estos ejemplos se encuentran ligados a un sistema de referencia o sistema de coordenadas, usualmente se utiliza un sistema de coordenadas rectangulares, coordenadas cilíndricas o coordenadas esféricas. Si bien la expresión para calcular la norma de un vector cambia de acuerdo a las propiedades métricas del espacio la norma del vector debe ser invariante frente a la transformación del sistema de coordenadas por lo que debe ser la misma en todos.

La idea fundamental de que un vector es una entidad independiente del sistema de referencia donde se encuentre y que es invariante bajo cualquier transformación de sistema de coordenadas, es aquí donde surge la necesidad de desarrollar la idea de la representación Covariante y Contravariante de un vector y sus leyes de transformación. Para ello, iniciaremos hablando sobre sistemas de Coordenadas generalizadas, definiremos la base local y la base reciproca de un sistema, se hablará sobre el convenio de suma de Einstein, desarrollaremos las expresiones para medir distancias y por último vamos a considerar las transformaciones de un conjunto de coordenadas generalizadas a otro, determinando las leyes de transformación para las componentes de un vector covariante y contravariante.

El anterior desarrollo es la base para entender el concepto de Tensor e iniciar el estudio del Cálculo tensorial.

Palabras claves

Invarianza, vector covariante, vector contravariante, coordenadas generalizadas, jacobiano.

Referencias

[1] Simmonds, James G. (1982). *A Brief on Tensor Analysis (un breve análisis del Tensor)*, Second edition. Springer-Verlag.

[2] Levi-Civita, Tullio (1923). *The Absolute Differential Calculus (calculus of Tensors)*, Blackie and Son Limited,

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Estimación Bayesiana de Modelos TAR con Estacionalidad Determinística y Estocástica

Andrés Sebastián Cárdenas Jaramillo
Matemáticas con énfasis en Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: ascardenasj@ut.edu.co

Joaquín González Borja
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: jgonzalezb@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

En este poster se presenta una metodología Bayesiana y el uso de métodos Monte Carlo por cadenas de Markov para estimar parámetros de modelos TAR con estacionalidad determinística y estocástica. Se ilustra la metodología con ejemplos simulados y datos empíricos.

Palabras claves

Modelos TAR, estacionalidad determinística, estacionalidad estocástica, Estadística Bayesiana, técnicas MCMC.

Introducción:

En recientes años, la investigación en el análisis en series de tiempo no lineales ha aumentado en forma considerable. Los modelos de series de tiempo no lineales tienen la ventaja sobre los modelos lineales, de ser capaces de capturar asimetrías, fenómenos de saltos, irreversibilidad en el tiempo y conglomerados *ocasionales de observación atípicas, presentes en muchas series de tiempo económicas, financieras, biológicas, medicas, hidrológicas y de procesos químicos, entre otras. Una especie de modelos no lineales de gran relevancia y utilidad práctica son los modelos TAR (Threshold Autoregressive Model) introducidos por Tong(1978) y Tong y Lim(1980). Estos modelos asumen que los valores de un proceso denominado el proceso de umbrales {Zt} determinan la dinámica del proceso de interés {Xt}. Cuando el proceso de umbrales es el mismo proceso de interés pero rezagado d periodos, recibe el nombre de modelos SETAR, estos modelos dan la importancia de incluir la parte estacional en un modelo TAR,* Chen C.W.S. (2003) *presenta una metodología para un análisis general de los modelos TAR usual.*

Nieto (2005) presenta una metodología para ajustar un modelo TAR con variable umbral para {Xt}, en la presencia de datos faltantes en las variables de interés y umbrales. La metodología propuesta permite la identificación de modelo y la estimación conjunta de los parámetros desconocidos y datos faltantes por medio del enfoque Bayesiano y métodos de simulación MCMC. Además, Nieto (2008) desarrolla la fase de cálculo de pronósticos con modelos TAR. Las metodologías dadas por Nieto (2005,2008) también son validas para series de tiempo completas. Aplicaciones de las metodologías en mención a series de tiempo hidrológicas, económicas y financieras se encuentran en Nieto (2005,2008), Hoyos (2006) y Zhang y Nieto (2015), respectivamente.

Muchas series económicas presentan un comportamiento no lineal de umbrales, además de presentar fluctuación estacional, Para el caso de los modelos SETAR se tiene que De Gooijer y Vidiella-i-Anguera(2003) presentan un modelo SETAR estacional multiplicativo con l regímenes, el cual es llevado a un modelo SETAR no multiplicativo y la variable de umbrales es desestacionalizada. El modelo propuesto es aplicado a series de tiempo de tasas de inflación mensual. Crespo (2001) presenta un modelo SETAR estacional con dos regímenes e igual orden autorregresivo entre regímenes. La estacionalidad se toma de forma determinística a través de variables dummies estacionales y el modelo propuesto es utilizado para ajustar tasas de desempleo trimestral.

En esta propuesta de trabajo de grado se considera incluir parte estacional a los modelos TAR como observamos en los modelos propuestos por Crespo (2001) y De Gooijer y Vidiella-Anguera (2003), adapto la metodología de Chen C.W.S. (2003) *para observar el funcionamiento de pronósticos en algunas series de tiempo económicas Colombianas y comparar cuál de los modelos estacionales propuestos es más efectivo en pronosticar.*

Referencias

[1] Bruce E. Hansen. (2011). Threshold Autoregression in economics, Statistics and Its Interface, 4, 123-127.

[2] Chen, C. W. S., So, M. K. P & Liu, F. C. (2011). A review of threshold time series models in finance, Statistics and Its Interface, 4 , 167-181.

[3] Hoyos M. (2007) Expectativas de actividad económica y estructura a plazo de las taras de interés. Un análisis a partir del modelo TAR, Tesis de Maestría en Estadística, Universidad Nacional, Bogotá, Colombia.

[4] Philip Hans Franses, Paul de Bruin and Dick van Dijk (2000), Seasonal Smooth Transition Autoregression, Econometric Institute Report 2000-06/A.

[5] De Gooijer and Vidiella-i-Anguera, A (2003), “Nonlinear Stochastic Inflation Modelling Using SEA-SETARs”. Insurance: Mathematics and Economics ***32****. 3-18.*

[6] Crespo, J. (2001), Modelling seasonal Asymmetries Using Seasonal SETAR Models, Working Paper, Economic Series 72, Institute for Advanced Studies, University of Vienna,Vienna.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Una aplicación del análisis bayesiano del modelo de Cox para tiempos de sobrevida con empates
Póster

Dania Yadira Fernández Blanco
Departamento de Estadística
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
e-mail: dyfernandezb@unal.edu.co

Luis Fernando Grajales Hernández
Departamento de Estadística
Universidad Naconal de Colombia, Bogotá, Colombia
e-mail: lfgrajalesh@unal.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

Los estudios que consideran el tiempo hasta un evento, tiempo de supervivencia, son comúnmente usados en varios estudios como Medicina e Ingeniería, entre otros. La característica principal de estos estudios es la presencia de observaciones incompletas porque para algunos sujetos, el tiempo de supervivencia no se conoce exactamente por varias razones. Esta información se conoce como datos censurados. El análisis de datos de estos estudios se conoce como Análisis de Supervivencia. El Modelo de Regresión de Riesgo Proporcional de Cox (Cox Model) fue propuesto en 1972 con el fin de estudiar el efecto de algunas covariables para explicar el riesgo de muerte (evento) para algunos sujetos, desde una perspectiva frecuentista. La estimación de los parámetros en el modelo de Cox requiere una verosimilitud parcial que no permite observaciones empatadas (hay al menos dos muertes en el mismo tiempo). Para estudios con tiempos de supervivencia empatados y covariables de línea de base (independiente del tiempo), desde el punto de vista frecuentista se han realizado varias propuestas. Desde el marco bayesiano, para observaciones empatadas, se ha

propuesto un análisis en la literatura donde la distribución posterior no tiene una expresión analítica. En este trabajo, la propuesta bayesiana para analizar el Modelo de Cox con observaciones empatadas. Se utilizaron dos conjuntos de datos reales, datos de mieloma y datos de leishmaniasis. En el caso de los datos de lesihmaniasis, el método no tuvo un buen desempeño; una razón es que se tienen, a la vez, muchos empates y muchos tiempos de seguimiento: esto motiva el refinamiento de la metodología, lo cual ya está en ejecución. Para los datos del mieloma, el Análisis Bayesiano tuvo un buen desempeño.

Palabras claves

Análisis de sobrevida, Modelo de Cox, Análisis bayesiano, Verosimilitud Parcial, Verosimilitud Parcial Exact, tiempos de vida empatados, Análisis de sobrevida bayesiano

Metodología

El modelo de Cox clásico, propuesto en Cox (1972), estudia cómo afectan las covariables el riesgo de falla. P0r medio de una función de riesgo , un vector de parametros y la función de riesgo base, esta última es equivalente al riesgo en ausencia de covariables.Este modelo es semiparamétrico.
La estimación de los coeficientes del modelo de Cox se realiza por medio de la maximización del logaritmo de la función de verosimilitud parcial. Se dice verosimilitud parcial de Cox dado que para la verosimilitud únicamente se tienen en cuenta los tiempos de los individuos que fallaron. En la verosimilitud parcial se asume que no hay empates. La estimación de $\boldsymbol{\beta}$ se realiza por el método de máxima verosimilitud (Ver detalles en Collet (2003)).
Cuando en un mismo tiempo de falla hay más de un individuo que tiene el evento, decimos que hay presencia de empates. En este caso, la verosimilitud parcial de Cox no puede usarse en tiempos de falla con empates, pues no está definida. Para resolver el problema de la presencia de empates se han propuesto varias modificaciones de la verosimilitud parcial de un lado Breslow(1974), Efron (1977), Exact y discrete (Collet). De otro lado, Grajales (2010) propone una modificacion de la variable respuesta añadiendo una variable aleatoria que elimina los empates.
La verosimilitud parcial bayeiana tiene en cuenta el modelamiento de β y no se tiene en cuenta la función de riesgo basal de manera directa. Como en este trabajo no es de interes modelar el riesgo basal $h_0(t)$, se trabajara con la verosimilitud parcial.
La verosimilitud parcial bayesiana no es una buena aproximación a la verosimilitud completa bayesiana cuando hay mucha presencia de empates; por esto en la aproximación de la verosimilitud parcial bayesiana con presencia de empates se emplea la modificacion Exact, dada por, la cual llamaremos *verosimilitud parcial bayesiana exacta.*

$$VP_{Exact} = \prod_{i=1}^{k} \sum_{\phi_i \in \Phi_i} \prod_{j=1}^{d_i} \frac{\exp(x_{\phi_{ij}}^T \beta)}{\displaystyle\sum_{l \in R(t_{(i)}) - \phi_{i,j-1}} \exp(x_l^T \beta)}$$

Donde k es el número de tiempos donde a los individuos le ocurre la falla, d_i número de individuos que fallan en el i-ésimo tiempo, $R(t_i)$ número de individuos en riesgo en el tiempo $t_{(i)}$, Φ_i es el conjunto de $d_i!$ permutaciones donde cada elemento $\phi_i = \phi_{i,j}$ con $i = 1, \cdots, d_i!$, $j = 0, \cdots, d_i$, $\phi_{i,0} = \emptyset$.
La distribución *a posteriori* en la VPBE $\pi_{EP}(\beta|D)$ de β está definida por: $\pi_{EP}(\beta|D) \propto VP_{Exact}\pi(\beta)$ donde $\pi(\beta) \propto \exp\left\{-\frac{1}{2}(\beta-\mu_0)^T\Sigma_0^{-1}(\beta-\mu_0)\right\}$ El análisis bayesiano del modelo de Cox esta dado por: $P(\beta|D) \propto V * P(\beta)$ Donde $P(\beta|D)$ es la distribución *a posteriori*, V es la verosimilitud empleada y $P(\beta)$ es la distribución *a priori*. Sin empates: Kalbfleisch (1978) y Kim y Lee (2003) $P(\beta|D) \propto VP * P(\beta)$. Con empates Verosimilitud parcial exact de Peto (1972) $P(\beta|D) \propto VP_{Exact} * P(\beta)$
Los pasos a seguir para la aplicación son:

1. Tener un modelo clásico que cumpla con el supuesto de riesgos proporcionales.$h(t) = h_0(t)\exp(\beta_1 X_1 + \cdots + \beta_p X_p)$

2. Escoger una distribución *a priori* para β $N \sim (0, \sigma^2), \qquad \sigma^2 = 100 \; o \; 10{,}000$

3. Ejecutar el algoritmo de Metrópolis - Hasting con:
   Una distribución exponencial *proposal*. $\lambda = \exp(X_{ij}\beta_j) = \exp(\beta X_i)$, con valores iniciales (VI) para el vector β y número de valores de la variable aleatoria asociada a $P(\beta|D)$ es igual a 1.000.

4. Hallar estimación del vector β e intevalos de credibilidad del 90 % para los elementos de β.

Aplicación

Analisis bayesiano sin empates

Leishmaniasis: La leishmaniasis es una enfermedad tropical infecciosa. La enfermedad es transmitida al hombre a través de la picadura de mosquitos flebótomos (moscas de la arena) hembra infectados con el parásito. Se observa si hubo recurrencia a la enfermedad, se contó con 281 pacientes, de los cuales 41 recurrieron en la enfermedad durante 14 tiempos distintos.
Para ejemplificar el análisis bayesiano del modelo de Cox sin empates utilizaremos los datos de leishmaniasis con una modificación de la respuesta que rompe la estructura de empates ($T^* = T + U(-\epsilon, \epsilon)$).Al hacer revisión de literatura sobre los datos de leishmaniasis se encuentra un modelo con las covariables *Tpoevol*, *Sexo* y *Mgkgdiat*. En este modelo todas las variables son significativas al 10 % y cumple el supuesto de riesgos proporcionales. El modelo de Cox ajustado es: $\hat{h}(t) = \hat{h}_0(t)\exp(-0,037\,Tpoevol + 0,6\,Sexo - 0,0016\,Mgkgdiat)$ La tabla 1 muestra los resultados bayesianos

Cuadro 1: Estimación bayesiana de $(\beta_1, \beta_2, \beta_3)^T$: distribución *a priori* $N \sim (0, \sigma^2 I_3)$, distribución exponencial para *proposal* de el MH. Se presenta tasa de aceptación (TA), valores iniciales (VI) para el vector β e intervalos de credibilidad del 90 %

TA	σ^2	VI	$\hat{\beta}_{Bayes}$	$LI(\hat{\beta}_{Bayes})$	$LS(\hat{\beta}_{Bayes})$	$\exp(\hat{\beta}_{Bayes})$
	100	0	0,008317	0,005569	0,011270	1,008352
0,616	100	0	2,133869	2,054672	2,217283	8,447488
	100	0	0,002194	0,001872	0,002539	1,002196
	100	0	0,008317	0,005569	0,011270	1,008352
0,605	100	1	2,133869	2,054672	2,217283	8,447488
	100	0	0,002194	0,001872	0,002539	1,002196
	100	1	0,008317	0,005569	0,011270	1,008352
0,633	100	1	2,133869	2,054672	2,217383	8,447487
	100	0	0,002194	0,001872	0,002539	1,002196
	10.000	0	0,008316	0,005568	0,011269	1,008351
0,616	10.000	0	2,134024	2,054828	2,217449	8,448795
	10.000	0	0,002193	0,001871	0,002538	1,002196
	10.000	0	0,008316	0,0055684	0,011269	1,008351
0,605	10.000	1	2,134024	2,054828	2,217449	8,448795
	10.000	0	0,002193	0,001871	0,002538	1,002196
	10.000	1	0,008316	0,005568	0,011269	1,008351
0,633	10.000	1	2,134024	2,054828	2,217449	8,448794
	10.000	0	0,002193	0,001871	0,002536	1,002196

En la tabla 1 se puede observar que sin importar la varianza las estimaciones muy parecidas, además la posible convergencia de la cadena debido a que con diferentes valores iniciales se llegan a estimaciones finales bastante similares. Adicionalmente, como la tasa de aceptación del muestreo es siempre mayor de 50 % se considera que las muestras obtenidas serán útiles.
Los valores estimados poseen un buen comportamiento puesto que se mantienen oscilando alrededor de un valor específico, indicando buena convergencia. Para las tres variables las funciones de autocorrelación muestran poca correlación entre los periodos sucesivos de muestreo. Esto indica un buen comportamiento del método en cuanto a la convergencia a los valores finales. Las estimaciones de los coeficientes por medio del método tienen una distribución muestral simétrica. Los histogramas están mostrando que los coeficientes de las covariables de interés tienen una distribución aproximadamente normal.

Analisis bayesiano con empates

Estudio clínico sobre mieloma (myeloma) múltiple: el mieloma múltiple es una enfermedad caracterizada por la acumulación de células de plasma anormales, que son un tipo de células blancas presentes en la médula ósea. En el estudio, la variable respuesta fue el tiempo, en meses, desde el diagnóstico hasta la muerte por mieloma múltiple, se cuenta con 48 pacientes, de los cuales 36 mueren.
Se revisa el modelo que cuenta con la covariable $\log Bun$ con una significancia del 0,1.

Este modelo cumple con el supuesto de riesgos proporcionales. Adicionalmente no cuenta con valores atípicos y no cuenta con puntos influyentes. La interpretación del parámetro es que el riesgo de muerte por mieloma aumenta 77 % en escala log.$\hat{h}(t) = \hat{h}_0(t)\exp(0{,}6\log Bun)$. En la tabla 2 se pueden observar los datos obtenidos:

Cuadro 2: Estimación bayesiana para la covariable *log(Bun)* con una distribución *a priori* $N \sim (0, \sigma^2)$, una distribución *proposal* exponencial para el Metropolis - Hasting, una tasa de aceptación del Metropolis - Hasting (TA), unos valores iniciales (VI)para el vector β e intervalos de credibilidad del 90 %

TA	σ^2	VI	$\hat{\beta}_{Bayes}$	$LI(\hat{\beta}_{Bayes})$	$LS(\hat{\beta}_{Bayes})$	$\exp(\hat{\beta}_{Bayes})$
0,803	100	0	1,04089	0,9859972	1,0895687	2,83175
0,797	100	1	1,04089	0,9859972	1,0895687	2,83175
0,798	100	0,5	1,04089	0,9859972	1,0895687	2,83175
0,803	10.000	0	1,04092	0,9860202	1,0895875	2,83182
0,797	10.000	1	1,04092	0,9860202	1,0895875	2,83182
0,798	10.000	0,5	1,04092	0,9860202	1,0895875	2,83182

La tabla 2 se puede ver en primer lugar que las tasas de aceptación de las estimaciones obtenidas por el método Metrópolis-Hasting son superiores al 70 % para todas las opciones de simulación mostradas en la tabla y por tanto, el procedimiento arroja resultados bastante aceptables. Luego se nota que todas las estimaciones obtenidas son bastante similares entre las diversas simulaciones obtenidas. Entonces, independientemente de las características de la simulación se va alcanzar la distribución de los parámetros.

Conclusiones

El modelo original con los datos de Leishmaniasis funcionaba bien con tres covariables: *Tpoevol*, *Mgkgdiat* y *Sexo*. Además cabe anotar que las estimaciones de parámetros tenían valores muy cercanos a cero, por lo que se sospechaba que su influencia sobre el tiempo de sobrevida no era tan grande cómo se desearía. En efecto, esto se hizo notorio cuando se obtuvieron las estimaciones de los parámetros usando la alternativa bayesiana. Teniendo en cuenta los gráficos de la cadenas y los histogramas se puede afirmar que el método converge adecuadamente. Por otra parte, se puede ver que las estimaciones de los parámetros son todas positivas, en contraste con las estimaciones negativas del modelo clásico. Además las estimaciones negativas obtenidas por el método clásico estaban bastante cercanas a cero por lo que no daban mucha información acerca del comportamiento de la variable correspondiente en el modelo clásico, en particular para la variable *Mgkgdiat*. Entonces lo que se obtiene con el modelo bayesiano es una mayor información del coeficiente acerca de la variables de interés.

Por otra parte, el método de estimación se afecta bastante con la presencia masiva de empates ya que a mayor presencia de empates, el muestreador no funciona en las iteraciones excediendo las capacidades computacionales del equipo en el cual se usó el código de estimación. Esto se notó cuando se obtuvo el ajuste para los datos de muerte por melanoma múltiple: estos datos presentaban pocos empates y el método de Metrópolis-Hasting converge sin problema.

Trabajo futuro

Éste desarrollo del modelo de Cox bayesiano deja varias consideraciones para próximos trabajos:

- Realizar un código para optimizar la función para la verosimilitud parcial, debido a que la construida en este trabajo no fue suficiente para manejar los datos de leismanihasis, posiblemente por la gran cantidad de empates o por la falta de capacidad de almacenamiento del equipo de trabajo.
- A la hora de escoger la distribución *proposal* se debe ser más cuidadoso(tener en cuenta a [3]) debido a que con la distribución *proposal* elegida no se llegan a buenos resultados para las estimaciones y podría no llegar a converger.
- A la hora de escoger los valores iniciales del modelo se debería tener un poco más de conocimiento sobre los mismos, ya que con ciertos valores iniciales el algoritmo no funcionó por la aparición de ceros en el denominador de la razon r.
- Encontrar algún método eficiente para que la razón r siempre se pueda calcular, en este caso se le agregó una constante de ruido (contante muy pequeña).
- Se intentó comunicación por medio de correo electrónico con los autores del artículo en el cual se basa este trabajo (ver [3]) con el fin de obtener algunas sugerencias de utilidad para las exploraciones de la metodología bayesiana para datos de sobrevida con presencia de empates, sin embargo, no se recibió respuesta. Por tanto, sería interesante hacer efectiva dicha comunicación con el fin de hacer intercambios de ideas que permitan mejorar esta metodología.

Referencias

[1] Andrew Gelman, John Carlin, Hal Stern, David Dunson, Aki Vehtari, Donald Rubin. *Bayesian Data Analysis*. Chapman & Hall/CRC Texts in Statistical Science. Chapman and Hall/CRC, 3 edition, 2014.

[2] Collett.D. *Modelling Survival Data in Medical Research*. Chapman & Hall, New York, 2 edition, 2003.

[3] Kim Dohyun and Kim Yongdai. *Bayesian partial likelihood approach for tied observations*. Statistical Planning and Inference, 139:469?477, 2009.

[4] Joseph Ibrahim, Ming-Hui Chen , Debajyoti Sinha. *Bayesian Survival Analysis (Springer Series in Statistics)*. Springer, 2010.

VII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Algunas soluciones de la ecuación $x^3 + bx^2 = d$ sobre el conjunto de los números naturales usando un método gráfico

William Alfredo Jiménez Gómez
Departamento de Matemáticas
Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia
e-mail: wjimenez@pedagogica.edu.co

Sayda Yineth Quiroga Campos
Departamento de Matemáticas
Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, Colombia
e-mail: dma_syquirogac819@pedagogica.edu.co

Ibagué, Colombia
24 al 26 de Mayo de 2017

Resumen

En el Ciclo de Profundización del Proyecto Curricular de la Licenciatura en Matemáticas (LM) de la Universidad Pedagógica Nacional, se encuentran enmarcados tres tipos de práctica de inmersión en el aula que buscan fortalecer la formación integral del practicante promoviendo espacios de generación de conocimiento práctico y profesional. De acuerdo con Carmargo, L., Rojas, M. & Lozano, L.(2004) en el tercer tipo de práctica de inmersión: *Práctica Según Modalidad*, se propicia que el Maestro en Formación (MF) tenga experiencias en nuevos escenarios o en otros aspectos de la red de prácticas en Educación Matemática, es decir, en procesos que no se corresponden con procesos educativos que surgen en las prácticas en aulas regulares de educación básica y media. Ahora bien, para la realización de este tipo de práctica se oferta la posibilidad de que el MF realice tutorías a los estudiantes de primer semestre de la LM en algunos de los espacios académicos correspondientes a este semestre. Dentro de las tareas que corresponden al MF que tiene a cargo la tutoría del espacio académico *Aritmética* se encuentra, la propuesta

de actividades relacionadas con los contenidos que están siendo trabajados en el curso por los estudiantes. Entre estos contenidos están las ecuaciones en el conjunto de los números naturales. Atendiendo a lo mencionado a priori, se propone para la MF el trabajo con métodos geométricos para la solución de ecuaciones de tercer grado en el conjunto numérico ya mencionado.

Hasta el momento se ha caracterizado un grupo de ecuaciones de la forma $x^3 + bx^2 = d$, en el que b debe ser de la forma 2^n donde $n > 0$ y $n \in \mathbb{N}$. Otra particularidad de este grupo de ecuaciones es que dado c un número cuadrado, debe cumplirse que $c|d$; en consecuencia a lo anterior,se tiene que cada coeficiente d puede escribirse como αc, donde $\alpha = \sqrt{c} + 2$ y que además, a cada número c le corresponde un subgrupo de ecuaciones de la forma:

$$\begin{gathered} x^3 + 2x^2 = d \\ x^3 + 4x^2 = d_1 \\ x^3 + 8x^2 = d_2 \\ \vdots \\ x^3 + 2^n x^2 = d_k \end{gathered}$$

Con $k \in \mathbb{N}$.

Si se hace alusión al subgrupo de ecuaciones que le corresponde a determinado número cuadrado c, se tiene además, que el coeficiente d, aumenta a razón de potencias de 8, es decir:

$$\begin{gathered} x^3 + 2x^2 = \alpha c \\ x^3 + 4x^2 = 8\alpha c \\ x^3 + 8x^2 = 8^2\alpha c \\ \vdots \\ x^3 + 2^n x^2 = 8^{k-1}\alpha c \end{gathered}$$

La finalidad de la comunicación breve, subyace en dar a conocer el método geométrico a partir del cual se resuelven ecuaciones de tercer grado que pertenecen al grupo caracterizado con antelación, así como también dar cuenta del impacto de la propuesta de este tipo de actividades dentro de una práctica pedagógica, pues si bien es cierto que como mencionan Luque, C., Mora, L. & Páez, J.(2013), se aprende Matemáticas haciendo Matemáticas, también resulta válido afirmar que se aprende Matemáticas enseñando Matemáticas, pues el proceso descrito en el cuerpo del documento fue netamente constructivo, factor que además permite tener una visión más amplia sobre los errores o dificultades a los que pueden enfrentarse los estudiantes en el proceso de exploración y la búsqueda de soluciones en torno al problema en cuestión, en este caso la solución de ecuaciones de tercer grado usando un método geométrico, pues muchos de estos ya han sido evidenciados en el proceso de construcción realizado por la MF.

Palabras claves

Ecuaciones de tercer grado, solución gráfica, números naturales.

Referencias

[1] Camargo, L., Rojas, M.,& Lozano, L. (2004). *La práctica educativa en el Proyecto Curricular de Licenciatura en Matemáticas*. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.

[2] Luque, C., Mora, L. & Páez, J (2013). *Actividades matemáticas para el desarrollo de procesos lógicos: Contar e inducir*. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá, Colombia.