Universidad del Tolima
Facultad de Ciencias
Departamento de Matemáticas y Estadística

ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA IX ENME-UT

Ibagué, mayo 8, 9 y 10 de 2019

VOLUMEN 1 No. 1, JUNIO 2019

ISSN electrónico: 2665-5187

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

COMITÉ ORGANIZADOR

Nidia Yadira Caicedo Bravo
Doctora en Ciencias Matemáticas
Coordinadora del Encuentro
Yuri Marcela García Saavedra
Magister en Estadística
Héctor Andrés Granada Díaz
Doctor en Ingeniería
Leonardo Duván Restrepo Álape
Magister en Biomatemáticas
Joaquín González Borja
Magíster en Estadística

COMITÉ CIENTÍFICO

Área de Matemática :
Ph.D. Anton Arnold Oostra Van Noppen
Ph.D. Pablo Emilio Calderón

Área de Estadística
M.Sc. Alfonso Sánchez Hernández
M.Sc. Jairo Alfonso Clavijo Mendez

COMITÉ LOGÍSTICO
Daniel Ricardo Vásquez Calderón
Diana Milena Mora Ortiz
Germán Andrés Ruíz Hernández
Juan Sebastián Cortes Ozuna
Juan Sebastián Enciso Zapata
Yeison Osvaldo Rodríguez Rojas
Yisel Natalia Sánchez Encinales

Compilador: Jairo Armando Cardona Bedoya
Institución editora: Universidad del Tolima
Ibagué-Tolima-Colombia
ISSN electrónico: 2665-5187
Fecha de publicación: junio de 2019

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Ibagué, mayo 8, 9 y 10 de 2019

IX ENME-UT

LIBRO DE RESÚMENES

VOLUMEN 1 No. 1, JUNIO 2019

ISSN electrónico: 2665-5187

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

CONTENIDO

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

PRESENTACIÓN

Continuando con nuestro objetivo de intercambiar conocimientos académicos e investigativos, el Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad del Tolima, realizó el **IX Encuentro Nacional de Matemáticas y Estadística (ENME-UT)**, durante los días 8, 9 y 10 de mayo de 2019. El encuentro tiene como objetivos: proyectar el Departamento de Matemáticas y Estadística a la comunidad académica nacional e internacional, interactuar con otras instituciones académicas, intercambiar conocimientos y resultados de investigación con diversos grupos del área de Matemáticas y Estadística.

En esta versión del encuentro contamos con la participación de los conferencistas invitados:

Ph.D. CARLOS CASTILLO CHAVEZ
Universidad Estatal de Arizona, Estados Unidos

Ph.D. LUIS MAURICIO CASTRO CEPERO
Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago de Chile

Ph.D. HÉCTOR EDONIS PINEDO TAPIA
Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga

Ph.D. ANTON ARNOLD OOSTRA VAN NOPPEN
Universidad del Tolima, Ibagué

PROGRAMACIÓN GENERAL

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

HORA	MIÉRCOLES			
7:00-8:00	Inscripciones			
8:00-9:00	Acto Inaugural AUDITORIO DE LA ACADEMIA			
9:00-9:50	Conferencia Inaugural AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Understanding the Dynamics of Socio-Epidemiological Systems: Tipping Points and Models of Contagion	Carlos Castillo-Chavez	Universidad Estatal de Arizona, Estados Unidos
9:50-10:00	RECESO			
10:00-10:50	Conferencia invitado AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Automated learning of t factor analysis models with complete and incomplete data.	Luis Mauricio Castro	Pontificia Universidad Católica de Chile
11:00-11:25	Comunicación Matemáticas AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Interior operators in toplogy ephimorphisms and separation	Daniel Rolando Ovalle Peña-Gabriele Castellini	Universidad del Ibagué-Universidad del Puerto Rico
	Comunicación Matemáticas AULA MÚLTIPLE	Control en la bifurcación de Hopf	Pablo Emilio Calderón Saavedra- Héctor Andrés Granada Díaz-Evodio Muñoz Aguirre	Universidad del Tolima-Universidad Veracruzana, Xalapa, México
	Comunicación Estadística SALA DE ESTADÍSTICA	Variable selection in functional linear Cox regression model applied to clinical data	Julián Alfonso Acuña Collazos-Adriano Zanin Zamborn-Ronaldo Dias	Universidad Militar Nueva Granada-California State University-UNICAMP,Brasil
11:30-11:55	Comunicación Matemáticas AUDITORIO DE LA ACADEMIA	A mathematical model to study dropouts dynamics in a high school	Marlio Paredes-Anuj Mubayi-Bechir Amdouni-Christopher Kribs	Universidad del Valle- Arizona State University-The University of Texas
	Comunicación Matemáticas AULA MÚLTIPLE	Una vez más... topología y orden!!!	Jesús Antonio Ávila	Universidad del Tolima
	Comunicación Estadística SALA DE ESTADÍSTICA	Análisis de correspondencias múltiples bajo el principio de datos disponibles (ACMpdd)	Víctor Manuel González Rojas-Andrés Felipe Ochoa Muñoz	Universidad del Valle
12:00-2:00	ALMUERZO			

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

HORA	MIÉRCOLES			
2:00-3:50	Cursillo Matemáticas I (Sesión 1) AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Introducción al Álgebra Universal	Arnold Oostra	Universidad del Tolima
	Cursillo Estadística (Sesión 1) SALA DE ESTADÍSTICA	Data Science y Machine Learning.	Luis Mauricio Castro	Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile
3:50-4:00	RECESO			
	Comunicación Matemáticas AULA MÚLTIPLE	Gráficos existenciales Gama, modelos de Kripke y Haces	Juan Ricardo Prada	Universidad del Tolima
	Comunicación Estadística SALA DE ESTADÍSTICA	Modelando estacionalidad multiplicativa en el crecimiento de la tasa de desempleo total mensual Colombiana, usando TSARX	Joaquín González Borja-Fabio Humberto Nieto Sánchez	Universidad del Tolima-Universidad Nacional de Colombia
4:30-4:55	Comunicación Matemáticas AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Sobre módulos graduados y el funtor hom(-,-)	Yerly Vanesa Soler-Héctor Pinedo	Universidad industrial de Santander
5:00-5:25	Comunicación Matemáticas AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Dinámica del comportamiento de bovinos bajo sistemas no lineales	Miguel Armando Rodríguez-Héctor Andrés Granada Díaz- Jairo Ricardo Mora Delgado	Universidad del Tolima
	Comunicación Matemáticas AULA MÚLTIPLE	El efecto del consumo de almidón en el crecimiento poblacional de bacterias termófilas y aminolíticas aisladas del volcán Chiles analizado desde un problema de control óptimo	María Alejandra Marmol Martínez-Ariana Reina-Mario Pantoja-Edith Burbano-Eduardo Ibargüen	Universidad de Nariño
	Comunicación Estadística SALA DE ESTADÍSTICA	¿Pérdidos en la WEB?, el efecto del uso de las TIC sobre el desempeño académico en pisa 2015	John Ariza-Karen Reinoso	Universidad del Tolima

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

HORA	MIÉRCOLES			
5:30-5:55	Comunicación Matemáticas AUDITORIO DE LA ACADEMIA	El problema de Steenrod	Andrés Ángel-Carlos Segovia-Fernando Torres	Universidad de los Andes-UNAM, Oaxaca, México
	Comunicación Matemáticas AULA MÚLTIPLE	Modelo Matemático de Transmissao e Controle do Mosquito Aedes aegypti	Josenildo Silva de Lima	Pos-Graduacao em Modelagem Matematica e Computacional CEFET-MG, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil
	Comunicación Estadística SALA DE ESTADÍSTICA	Una aplicación de los modelos TAR en el campo hidrológico/meteorológico en el Tolima	Juan Camilo Gómez Ceballos-Joaquín González Borja	Universidad del Tolima
6:00-7:00	ACTO CULTURAL			

HORA	JUEVES			
8:00-9:50	Cursillo Matemáticas I (Sesión 2) AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Introducción al Álgebra Universal	Arnold Oostra	Universidad del Tolima
	Cursillo Estadística (Sesión 2) SALA DE ESTADÍSTICA	Data Science y Machine Learning.	Luis Mauricio Castro	Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile
9:50-10:00	RECESO			
10:00-10:50	Conferencia Matemáticas AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Análisis no lineal en una familia tipo Lorenz y algunas aplicaciones	Héctor Andrés Granada Díaz-Pablo Emilio Calderón Saavedra	Universidad del Tolima
	Conferencia Matemáticas AULA MÚLTIPLE	Reflexiones sobre estructuras algebráico-topológicas	Julio César Hernández Arzusa	Universidad de Cartagena
	Conferencia Matemáticas BLOQUE 12 AULA 15	Acciones parciales de grupos y grupoides	Víctor Eduardo Marín Colorado	Universidad del Tolima

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

HORA	**JUEVES**			
11:00-11:25	Comunicación Matemáticas AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Producto topológico vs suma topológica : caracterización de algunos invariantes topológicos	Jaime A. Flórez S-Arnod Oostra	Universidad del Tolima
	Comunicación Matemáticas AULA MÚLTIPLE	De 5 nuevos teoremas de simetría áurea para p primo	Javier Grisales Herrera	Universidad del Tolima
11:30-11:55	Comunicación Matemáticas AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Grafo potencia basado en subgrupos normales de un grupo finito	Jesús Eduardo Berdugo de la Ossa	Universidad del Atlántico
	Comunicación Matemáticas AULA MÚLTIPLE	Propiedades de las secuencias sonar tipo Ruzsa y Welch exponencial	Sebastián Cortés-Yeison Rodríguez	Universidad del Tolima
	Comunicación Estadística SALA DE ESTADÍSTICA	Caracterización multivariada socioeconómica de los habitantes en los predios pertenecientes a la gestora urbana en la zona centro y norte de la ciudad de Ibagué	Diego Fernando Becerra Ávila-Juan Camilo Salas Cortés-Andrés Felipe Cruz Roa-Miguel Armando Rodríguez Márquez	Universidad del Tolima
12:00-2:00	ALMUERZO			
2:00-3:55	Cursillo Matemáticas II (Sesión 1) BLOQUE 33-201	Una introducción a los anillos graduados por grupos	Héctor Pinedo Tapia	Universidad Industrial de Santander
2:00-2:25	Comunicación Estadística AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Análisis de la incertidumbre de la precipitación en un modelo hidrológico distribuido para la cuenca del río Combeima	Felix Salgado Castillo- Jorge Julián Vélez Uribe- Alfonso Sánchez Hernández	Universidad del Tolima-Universidad Nacional de Colombia, sede Manizales
2:30-2:55	Comunicación Estadística AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Discriminación: DEA vs modelos clásicos	Julie Kimberly Ramírez	Universidad del Tolima

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

HORA	JUEVES			
3:00-3:25	Comunicación Estadística AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Novedoso método para la imputación de datos de calidad del aire mediante triangulación de Delaunay y teselación de Voronoi	Cristian Eduardo García Bermúdez- John Alejandro Delgado Amen- Jefferson A. Peña Torres	Universidad del Valle
3:30.3:55	Comunicación Estadística AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Análisis estadístico textual: una aplicación al discurso de las concepciones disciplinares de los profesores de matemáticas en formación de la Universidad del Tolima	Dicleny Castro Carvajal-John Jairo Zabala Corrales	Universidad del Tolima
3:50-4:00	RECESO			
4:05-4:30	Comunicación Matemáticas AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Existencia de subálgebras de Cartan en álgebras de Lie Solubles	Arturo Alexander Castro Galvis- Felipe Lizarazo	Universidad de los Llanos
	Comunicación Matemáticas AULA MÚLTIPLE	Ciclos límite en un modelo de depredación del tipo Leslie-Gower con respuesta funcional sigmoidea generalizada	Paulo César Tintinago Ruíz- Lina M. Gallego- Leonardo Restrepo	Universidad del Quindío- Universidad del Tolima
	Comunicación Estadística SALA DE ESTADÍSTICA	Inferencia Bayesiana para un modelo de medida de error usando la skew-normal	Alfonso Sánchez Hernández	Universidad del Tolima
4:35-5:00	Comunicación Matemáticas AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Marcos generalizados en espacios de Krein	Diego Carrillo Carvajal- Osmin Ferrer Villar	Corporación Universitaria del Caribe-- Universidad de Sucre
	Comunicación Matemáticas AULA MÚLTIPLE	Acerca del problema lambda1+lambda2+lambda3=N y el logos-aditivo	Óscary Ávila Hernández- Fredy Enrique González	Universidad de los Andes, Venezuela- Universidad Experimental Libertador, Venezuela
	Comunicación Estadística SALA DE ESTADÍSTICA	Validez de constructo de un instrumento en salud	Claudia Patricia Bonilla Ibáñez- Luz Patricia Díaz Heredia	Universidad del Tolima- Universidad Nacional de Colombia
5:00-6:00	SESION DE PÓSTER			

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

HORA	VIERNES			
8:00-9:55	Cursillo Matemáticas II (Sesión 2) BLOQUE 32-203	Una introducción a los anillos graduados por grupos	Héctor Pinedo Tapia	Universidad Industrial de Santander
8:00-8:25	Comunicación Estadística AULA MÚLTIPLE	Una Aproximación a los Modelos Lineales Generalizados con Distribuciones Tweedie	Dagoberto Bermúdez Rubio Wilmer Pineda	Universidad Santo Tomás
8:30-8:55	Comunicación Estadística AULA MÚLTIPLE	Comparación del desempeño de los gráficos de control tipo Shewhart y una alternativa basada en lógica difusa bajo diferentes escenarios de procesos simulados	Crhistian Camilo García Altamirano-Andrés Mauricio Castro Llanos-Jaime Mosquera Restrepo	Universidad del Valle
9:00-9:25	Comunicación Estadística AULA MÚLTIPLE	Evaluación de características físicas del fruto de café (coffea arabica L. var castillo) en diferentes sistemas agroforestales	Deisy Carolina Lozano Suárez-Sandra Milena Díaz López-Rubén Carvajal Caballero	Universidad Industrial de Santander
9:30-9:55	Comunicación Estadística AULA MÚLTIPLE	Una nueva clasificación de los municipios de la zona sabana centro, mediante técnicas de aprendizaje automático	Mauricio Restrepo-Adriana Pineda	Universidad Militar Nueva Granada
9:55-10:05	RECESO			
10:05-10:55	Conferencia Matemáticas AUDITORIO DE LA ACADEMIA	El problema de la ecuación de Fredholm de primera clase y su regularización	Luis Eduardo Olivar Robayo	Universidad del Tolima
	Conferencia Matemáticas AULA MÚLTIPLE	Multiplicadores en espacios de p-variación acotada	Héctor Camilo Chaparro Gutiérrez	Universidad Militar Nueva Granada
	Conferencia Matemáticas BLOQUE 32-301	Una nueva caracterización del dual de los espacios de Bochner-Lebesgue con exponente variable	Oscar Mauricio Guzmán Fonseca	Universidad Nacional de Colombia
	Conferencia Estadística SALA DE ESTADÍSTICA	La elaboración y validación de libros paradidácticos en la enseñanza de combinatoria, estadística y probabilidad en la educación básica	Ailton Paulo de Oliveira Júnior	Universidad Federal do ABC, Brasil

HORA	VIERNES			
11:00-11:25	Comunicación Matemáticas AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Una aplicación del análisis funcional a la teoría de la optimización	Daniel Alfonso Sánchez Vega-Raúl Figueroa Sierra	Universidad Nacional de Colombia-Universidad de los Andes
	Comunicación Matemáticas AULA MÚLTIPLE	Sobre el Jacobiano de la transformadas de Legendre	María Nubia Quevedo Cubillos	Universidad Militar Nueva Granada
	Comunicación Estadística SALA DE ESTADÍSTICA	Comparación del análisis de correspondencias múltiples iterativo y regularizado para matrices con datos faltantes	Andrés Felipe Ochoa Muñoz-Jennyfer Portilla Yela	Universidad del Valle-Pontificia Universidad Javeriana
11:30-11:55	Comunicación Matemáticas AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Repdigits en los productos de números tribonacci consecutivos	Eric Fernando Bravo Montenegro	Universidad del Valle
	Comunicación Estadística SALA DE ESTADÍSTICA	Usando la probabilidad para contar historias y usando historias para explicar la probabilidad en los años iniciales de la enseñanza fundamental	Ailton Paulo de Oliveira Júnior--Karoline Marcolino Cardoso	Universidade Federal do ABC, Sao Paulo, Brasil
12:00-2:00	ALMUERZO			
2:00-2:50	Conferencia invitado AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Anillos épsilon fuertemente graduados	Héctor Pinedo Tapia	Universidad Industrial de Santander
3:00-3:25	Comunicación Matemáticas AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Las series y las sucesiones como herramientas matemáticas en la solución de problemas de la ingeniería mecatrónica	Daniel Esteban Pulido Galindo-Lucia Gutiérrez Mendoza	Universidad Militar Nueva Granada
	Comunicación Matemáticas AULA MÚLTIPLE	Generalización de la ecuación KdV	Miguel Felipe Rodríguez Díaz	Universidad del Tolima
	Comunicación Estadística SALA DE ESTADÍSTICA	Propuesta didáctica para Machine-Learning, parte estadística. Ejemplo: comparación de métodos de clasificación usando Phyton	Andrés Fernando Angarita Espitia-Luis Fernando Grajales Hernández	Universidad Nacional de Colombia

HORA	VIERNES			
3:30-3:55	Comunicación Matemáticas AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Sobre el conjunto de G-diferenciabilidad de una norma de L1(R)	Andrés Felipe Muñoz Tello	Universidad del Valle Universidad Santiago de Cali
	Comunicación Matemáticas AULA MÚLTIPLE	Una sola fórmula para derivar cualquier función	Eddie Rodríguez Bossio- Salomón Consuegra Pacheco - Napoleón Batista Morelo - Carlos Rodríguez Flórez	Institución Universitaria UITSA, Barranquilla
	Comunicación Estadística SALA DE ESTADÍSTICA	Introducción al análisis de datos funcionales	Yuri Marcela García Saavedra-Jairo Alfonso Clavijo Méndez-Julián Alfonso Acuña Collazos	Universidad del Tolima-Universidad Militar Nueva Granada
3:55-4:05	RECESO			
4:10-5:00	Conferencia de Clausura AUDITORIO DE LA ACADEMIA	Cazando álgebras booleanas en el reino de la topología	Arnold Oostra	Universidad del Tolima

CURSILLOS

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Cursillo:

Introducción al Álgebra Universal

Arnold Oostra
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: noostra@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

El Álgebra Universal es una teoría matemática que se puede ver de dos maneras: como una generalización del álgebra básica o bien como un caso particular de la lógica de predicados. Por este carácter dual, esta disciplina se encuentra entre el Álgebra y la Lógica, constituyéndose en un paso obligado al transitar entre estas dos ramas de la matemática.

Este cursillo es una introducción del todo elemental al Álgebra Universal, que pretende mostrar los fundamentos y también los principales resultados clásicos de esta disciplina.

1. Elementos del Álgebra Universal

En esta sesión se introducirán las definiciones básicas empleadas en esta disciplina, a saber: álgebra, subálgebra, producto, congruencia, álgebra cociente, homomorfismo, isomorfismo. También se elaborará una versión general de los célebres Teoremas de Isomorfismo.

2. Hacia la estructura de las clases de álgebras

Más que simples generalizaciones de casos particulares, el Álgebra Universal estudia clases de álgebras y la estructura de las mismas. En esta sesión se presentarán las variedades y cuasivariedades de álgebras, los operadores y las identidades. Además se estudiará un teorema debido a Birkhoff que es central en esta teoría.

Palabras claves

Álgebra Universal; álgebras; variedades de álgebras; teorema de Birkhoff.

Referencias

[1] Artin, Emil (1957). *Geometric Algebra*, New York: Interscience.

[2] Balbes, Raymond, and Dwinger, Philip (1974). *Distributive Lattices*, Columbia (Missouri): University of Missouri Press.

[3] Bell, John, and Slomson, Alan (1971). *Models and Ultraproducts: An Introduction*, Second Edition, Amsterdam: North-Holland.

[4] Birkhoff, Garrett (1940). *Lattice Theory*, Providence (Rhode Island): American Mathematical Society.

[5] Blok, Willem, and Pigozzi, Don (1989). *Algebraizable Logics*, Providence (Rhode Island): American Mathematical Society.

[6] Burris, Stanley, and Sankappanavar, Hantamantagouda (1981). *A Course in Universal Algebra*, New York: Springer.

[7] Chang, Chen, and Keisler, Jerome (1990). *Model Theory*, Third Edition, Amsterdam: Elsevier.

[8] Font, Josep Maria, and Jansana, Ramon (1996). *A General Algebraic Semantics for Sentential Logics*, Berlin: Springer-Verlag.

[9] Grätzer, George (1978). *General Lattice Theory*, New York: Academic Press.

[10] Grätzer, George (2008). *Universal Algebra*, Second Edition, New York: Springer.

[11] Johnstone, Peter (1987). *Notes on Logic and Set Theory*, Cambridge: Cambridge University Press.

[12] Kaarli, Kalle, and Pixley, Alden (2001). *Polinomial Completeness in Algebraic Systems*, Boca Raton: Chapman & Hall/CRC.

[13] Mal'cev, Anatoly (1973). *Algebraic Systems*, Berlin: Springer-Verlag.

[14] Pigozzi, Don. *General Theory of Algebras*, Preprint.

[15] Whitehead, Alfred (1898). *A Treatise on Universal Algebra*, London: Clay & Sons.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Data Science y Machine Learning

<u>Mauricio Castro</u>
Departamento de Estadística
Filiación: Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile
e-mail: mcastro@mat.uc.cl

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

El presente minicurso está enfocado en presentar diferentes técnicas de aprendizaje supervisado y no supervisado con el fin de proporcionar a los participantes soluciones estadísticas para la toma de decisiones bajo incertidumbre. El minicurso propone una mirada estadística para el data science, promoviendo el pensamiento estadístico y favoreciendo el trabajo interdisciplinario. También considera un repaso de diferentes métodos de clasificación así como su implementación computacional a través del software R.

Palabras claves

Aprendizaje supervisado y no supervisado, Machine learning, Software R

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Una introduciión a los anillos graduados por grupos.

Héctor Pinedo Tapia
Escuela de matemáticas
Filiación: Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia
e-mail: hpinedot@uis.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Introduciremos la clase de anillos epsilon-fuertemente graduados y mostraremos que esta contiene propiamente a la de anillos fuertemente graduados y a la de productos cruzados parcaiales. Daremos condiciones suficientes y necesarias para mostrar cuando un anillo epsilon-fuertemente graduado es separable sobre su componente principal. Por tanto obtendremos generalizaciones de este resultado para el caso de anillos fuertemente graduados por Năstăsescu, Van den Bergh and Van Oystaeyen [2],y el resultado para productos cruzados parcaiales por Bagio, Lazzarin and Paques [1]. Algunos ejemplos interesantes de anillos epsilon-fuertemente graduados serán presentados.

El contenido de esta charla hace parte de un trabajo conjunto con P. Nystedt y J. Öinert (ver [3])

Palabras claves

Anillo graduado, Módulo graduado, producto cruzado.

Referencias

[1] D. Bagio, J. Lazzarin and A. Paques, Crossed Products by Twisted Partial Acctions: Separability, Semisimplicity and Frobenius Properties, *Comm. Algebra* **38**(2), 496–508 (2010).

[2] C. Năstăsescu, M. Van den Bergh and F. Van Oystaeyen, Separable Functors Applied to Graded Rings, *J. Algebra* **123**(2), 397–413 (1989).

[3] P. Nystedt, J. Öinert, H. Pinedo, Epsilon-strongly graded rings, separability and semisimplicity, *J. Algebra*, **514**, (2018), 1–24.

CONFERENCIAS

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Understanding the Dynamics of Socio-Epidemiological Systems: Tipping Points and Models of Contagion

Carlos Castillo-Chavez
Provost Visiting Professor. Division of Applied Mathematics
Brown University,Providence, RI, 02912

Director Simon A Levin Mathematical,
Computational and Modeling Sciences Center Arizona State University,
Tempe, AZ 85287-1904, USA.
e-mail: ccchavez@asu.edu

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

The spread of fads, scientific ideas and the growth and stability of communities can also be understood as contagions. In this talk, I would focus on contagion in all its glory, including its role on building communities of mentors and understanding the role that initial conditions should play in our definition of meritocracy.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Automated learning of *t* factor analysis models with complete and incomplete data

Mauricio Castro
Departamento de Estadística
Filiación: Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile
e-mail: mcastro@mat.uc.cl

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

The t factor analysis (tFA) model is a promising tool for robust reduction of high-dimensional data in the presence of heavy-tailed noises. When determining the number of factors of the tFA model, a two-stage procedure is commonly performed in which parameter estimation is carried out for a number of candidate models, and then the best model is chosen according to certain penalized likelihood indices such as the Bayesian information criterion. However, the computational burden of such a procedure could be extremely high to achieve the optimal performance, particularly for extensively large data sets. In this paper, we develop a novel automated learning method in which parameter estimation and model selection are seamlessly integrated into a one-stage algorithm. This new scheme is called the automated tFA (AtFA) algorithm, and it is also workable when values are missing. In addition, we derive the Fisher information matrix to approximate the asymptotic covariance matrix associated with the ML estimators of tFA models. Experiments on real and simulated data sets reveal that the AtFA algorithm not only provides identical fitting results, as compared to traditional two-stage procedures, but also runs much faster, especially when values are missing.

Palabras claves

Missing information, ML estimation, Model selection, Multivariate t distribution, Outliers

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Análisis no lineal en una familia tipo Lorenz y algunas aplicaciones

Héctor Andrés Granada Díaz
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: hagranadad@ut.edu.co

Pablo Emilio Calderon
Departamento de matemáticas y estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: pecalderon@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Se presenta una familia tipo Lorenz cuyas aplicaciones abarcan generadores electrónicos, señales electrocardiográficas, amplificación y emisión laser y modelos climatológicos. Se determinan las condiciones parámetricas que garantizan soluciones periódicas y se analiza la estabilidad de las órbitas por el teorema de la bifurcación de Hopf, se presenta una clasificación de órbitas de periodo k hasta inducir al caos bajo diagramas de bifurcación.

Palabras claves

Sistemas dinámicos, bifurcaciones, caos.

Referencias

[1] Daron, JD and Stainforth, David A (2015). *On quantifying the climate of the nonautonomous Lorenz-63 model*, Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, Vol. 25, núm. 4.

[2] Atencia, Aitor and Zawadzki, Isztar (2017). *Analogs on the Lorenz Attractor and Ensemble Spread*, Monthly Weather Review, Vol. 145, núm. 4.

[3] Valcárcel, Germán J de and Roldán, Eugenio and Prati, Franco (2006). *Semiclassical theory of amplification and lasing*, Revista mexicana de física E, Sociedad Mexicana de Física, Vol. 52, núm. 2.

[4] De Valcárcel, GJ and Roldán, E and Vilaseca, R (1991). *Lorenz character of the Doppler-broadened far-infrared laser*,JOSA B,Optical Society of America, Vol. 12, núm. 8,

[5] Ohtsubo, Junji (2012). *Semiconductor lasers: stability, instability and chaos*, Springer.

[6] Ayadi, Samia and Haeberlé, Olivier (2014). *The Lorenz model for single-mode homogeneously broadened laser: analytical determination of the unpredictable zone*, Versita, Open Physics, Vol. 12, núm. 3

[7] Aranson, Igor S and Pikovsky, Arkady and Rulkov, Nikolai F and Tsimring, Lev S (2017). *Advances in Dynamics, Patterns, Cognition: Challenges in Complexity*, Springer.

[8] Barbará Morales, Eduardo and Alba Blanco, Emiliano and Rodríguez Ramírez, Oscar and others (2012). *Modulación de señales electrocardiográficas mediante algoritmos caóticos*, Ingeniería e Investigación; Universidad Nacional de Colombia, Vol. 32, núm. 2.

[9] Pan, Indranil and Das, Saptarshi (2018). *Evolving chaos: Identifying new attractors of the generalised Lorenz family*, Applied Mathematical Modelling, Elsevier, Vol. 57.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Reflexiones sobre estructuras algebraico-topológicas

JULIO CÉSAR HERNÁNDEZ ARZUSA
Departamento de matemáticas
Universidad de Cartagena, Colombia, Cartagena
e-mail: jhernandeza2@unicartagena.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Si $\mathcal{C}$ es una clase reflexiva de la categoría de los espacios topológicos (TOP), la pregunta de cuando una operación continua o separadamente continua de un espacio $X \in TOP$, se hereda a su respectiva reflexión $\mathcal{C}(X)$, ha sido abordada por muchos autores en casos particulares. Por ejemplo, La compactación de Stone-$\breve{C}$ech en [7], la completación de Raykov en [1] y los funtores provenientes de axiomas de separación en [6], [3], [5].
Además, una de las preocupaciones es la productividad de los funtores asociados a $\mathcal{C}$ como se expresa en [2]. En [6], [3], [5], se estudia la productividad de algunos funtores provenientes de axiomas de separación, en la categoría de grupos semitopológicos y paratopológicos.
En esta charla mostramos resultados similares en contextos más generales, además mostramos situaciones de cuando algunas reflexiones respetan productos y subespacios.
Finalmente, usamos las reflexiones en monoides topológicos cancelativos para dar condiciones bajo las cuales un monoide topológico tiene celularidad contable.

Palabras claves

Operación separada y conjuntamente continua, reflexión, celularidad.

Referencias

[1] Arhangelskii, A. y Tkachenko, M. (2008) *Topological groups and related structures*, Atlantis Studies in Mathematics.

[2] De Vries, J. y Husek, M.(1987) *Preservation of products by functors close to reflectors*, Topology and its applications, 27, 171-189 pp.

[3] Hernández, J. y Hernández, S. (2018) *Reflexiones sobre estructuras topológicas y algebraico topológicas* Tesis doctoral, Universidad de Cartagena, Doctorado en Ciencias.

[4] Tkachenko, M.(2015) *Applications of the reflection functors in paratopological groups* Topology and its applications, 192, 176-187 pp.

[5] Tkachenko, M (2014).*Axioms of separation in paratopological groups and related functors* Topology and its applications, 179, 200-214 pp.

[6] Tkachenko, M (2014)*Axioms of separation in semitopological groups and related functors* Topology and its applications, 161, 364-376pp.

[7] Reznichenko, A. y Uspensky, V.(198). *Pseudocompact Maltsev Sapces*, Topology and its applications, 86, 83-104 pp.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Acciones Parciales de grupos y grupoides

Víctor Marín
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: vemarinc@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Dado un grupo G con elemento identidad e y un conjunto X, es posible hacer actuar parcialmente el grupo G sobre el conjunto X mediante una función $\phi : G \times X \to X$, definida de la siguiente forma: dados $g \in G, x \in X; \phi(g,x) = g \cdot x$, la cual satisface:

(i) Si $x \in X$, entonces $e \cdot x$ está definido y $e \cdot x = x$.

(ii) Si $x \in X$ y $g \in G$ son tales que $g \cdot x$ está definido, entonces $g^{-1} \cdot (g \cdot x)$ está definido y $g^{-1} \cdot (g \cdot x) = x$.

(iii) Si $x \in X$ y $g, h \in G$ son tales que $g \cdot (h \cdot x)$ está definido, entonces $(gh) \cdot x$ está definido y $(gh) \cdot x = g \cdot (h \cdot x)$.

De manera análoga se puede definir una acción parcial de grupoide $\mathcal{G}$ (una categoría pequeña, donde los objetos se denotan $ob(\mathcal{G})$, en donde todos sus morfismos, denotado $mor(\mathcal{G})$, tienen inverso) sobre un conjunto X de la siguiente manera: una función parcial $mor(\mathcal{G}) \times X$, denotada por $mor(\mathcal{G}) \times X \ni (f,x) \mapsto f \cdot x$, para todo $f \in mor(\mathcal{G})$ y $x \in X$ tal que $f \cdot x$ está definido y

(i) Para cada $x \in X$, existe $e \in ob(\mathcal{G})$ tal que $e \cdot x$ está definido. Si $f \in ob(\mathcal{G})$ y $x \in X$ son tales que $f \cdot x$ está definido, entonces $f \cdot x = x$.

(ii) Si $x \in X$ y $g \in mor(\mathcal{G})$ son tales que $g \cdot x$ está definido, entonces $g^{-1} \cdot (g \cdot x)$ está definido y $g^{-1} \cdot (g \cdot x) = x$.

(iii) Supongamos que para $g, h \in mor(\mathcal{G})$ y gh está definido, y $x \in X$ son tales que $g \cdot (h \cdot x)$ está definido, entonces $(gh) \cdot x$ está definido y $(gh) \cdot x = g \cdot (h \cdot x)$.

El propósito de la charla es mostrar que estas definiciones de acción parcial (de grupos y grupoides) son equivalentes a duplas

$$\alpha = (\{D_g\}, \{\alpha_g\})_{g \in G} \text{ y } \delta = (\{X_g\}, \{\delta_g\})_{g \in mor(\mathcal{G})},$$

para grupos y grupoides respectivamente, donde los D_g, X_g son subconjuntos de X y los α_g, δ_g son biyecciones satisfaciendo tres axiomas para grupos y grupoides respectivamente. Dichos axiomas relacionan estos conjuntos con sus respectivas biyecciones.

Palabras claves

Acciones parciales, grupos, grupoides.

Referencias

[1] Gilbert, N. D. (2005). *Actions and expansions of ordered groupoids.* J. Pure Appl. Algebra 198 175-195.

[2] M. V. Lawson (1998), Inverse Semigroups: The Theory of Partial Symmetries, *World Scientific*, Singapore.

[3] Nystedt, Patrik (2018). *Partial category actions on sets and topological spaces*, Communications in Algebra, v. 46 **2** 671-683.

[4] Ruy, Exel (1998). *Partial actions of groups and actions of semigroups*, Proc. AMS **126** 3481-3494.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

El problema Inverso de la Ecuación de Fredholm de Primera Clase y su Regularización

LUIS EDUARDO OLIVAR ROBAYO
Departamento de Matemáticas y Estística
Filiación: Universidad Del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: leolivar@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Las ecuaciones integrales de Fredholm aparecen en muchas aplicaciones científicas. A diferencia de las ecuaciones integrales de Volterra, las ecuaciones integrales de Fredholm son caracterizadas por límites de integración fijos de la forma

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x,t)u(t)dt.$$

En esta conferencia se examinará el problema inverso que involucra ecuaciones integrales de Fredholm que conllevan a problemas mal puestos y la utilización de técnicas Regularización

Palabras claves

Problemas Inversos, Problemas Mal puestos, Regularización, Ecuación Integral.

Referencias

[1] Majid Waswaz (2011). *The regularization method for Fredholm integral equations of the first kind*,Computers and Mathematics with Appliocations. 61, 2981-2986.

[2] Andreas (2011). *An Introduction to the Mathematical Theory of Inverse Problems*, Springer, second Edition. Vol 120.

[3] Charles W (1993). *Inverse Problems in the Mathematical Science*, Vieweg Springer Facmedien.

[4] A.N, Goncharsky, Stepanov, Yagola (1995). *Numerical Methods for the Solution of Ill-Posed Problems*, Kluwer Academic Publishers, Vol 328.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Multiplicadores en espacios de p-variación acotada

Héctor Camilo Chaparro Gutiérrez
Departamento de Matemáticas
Universidad Militar Nueva Granada, Cajicá, Colombia
e-mail: hector.chaparro@unimilitar.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Sean E y F espacios de funciones reales (o complejas) definidas sobre un conjunto X. Una función real (o compleja) g definida sobre X es un *multiplicador* de E a F si el producto fg pertenece a F para toda $f \in E$. El conjunto de todos los multiplicadores de E a F se denota por $M(E \to F)$. Cuando E y F son espacios normados, es natural considerar el operador $M_g : E \to F$ definido por

$$M_g(f) = fg.$$

El operador M_g se dice que es un *operador multiplicación* inducido por g, y la función g usualmente se llama el *símbolo* del operador multiplicación.

Es de interés caracterizar el conjunto $M(E \to F)$ así como algunas propiedades de M_g (tales como acotación, compacidad, rango cerrado, etc.) en términos de condiciones sobre el símbolo g. En cuanto al estudio de multiplicadores, Takagi y Yokouchi [10] caracterizaron el conjunto $M(L_p \to L_q)$, donde L_p denota el espacio usual de Lebesgue. Nakai [8] recopiló resultados sobre multiplicadores en diversos espacios (Lorentz, Orlicz, Musileak-Orlicz, Morrey, BMO y Campanato). Por otra parte, con respecto al operador de multiplicación, ha sido estudiado entre diversos espacios de funciones, por ejemplo, espacios de Orlicz-Lorentz [5], espacios de Lorentz multidimensionales [4] y espacios de Lebesgue de normas mixtas [7], entre otros. Para más información y algunos problemas abiertos, ver [9].

Los espacios de variación de tipo Wiener, también conocidos como espacios BV_p $(1 \leq p < \infty)$, son espacios de Banach. Una función g se dice que es un multiplicador de BV_p a BV_q, si el producto fg pertenece a BV_q para cada $f \in \mathrm{BV}_p$. Aunque los espacios de variación acotada han sido ampliamente estudiados (véase [1] para una

excelente introducción), los multiplicadores y operadores multiplicación definidos sobre espacios de variación acotada no lo han sido tanto. Entre los pocos ejemplos que podemos citar están [2,3], donde los autores obtuvieron resultados sobre el operador multiplicación $M_u : \mathrm{BV}_1([0,1]) \to \mathrm{BV}_1([0,1])$ y $M_u : \mathrm{BV}_p([0,1]) \to \mathrm{BV}_p([0,1])$, respectivamente.

En esta charla, estudiaremos el conjunto de multiplicadores de BV_p a BV_q para los casos $1 \leq q < p$ and $1 \leq p \leq q$, exponiendo algunos nuevos resultados obtenidos en [6].

Palabras claves

Variación acotada, p-variación, multiplicadores, operador multiplicación.

Referencias

[1] J. Appell, J. Banaś, and N. Merentes, *Bounded variation and around*, De Gruyter Series in Nonlinear Analysis and Applications, vol. 17, De Gruyter, Berlin, 2014.

[2] F.R. Astudillo-Villalba and J.C. Ramos-Fernández, *Multiplication operators on the space of functions of bounded variation*, Demonstr. Math. **50** (2017), no. 1, 105–115.

[3] F.R. Astudillo-Villalba, R.E. Castillo and J.C. Ramos-Fernández, *Multiplication Operators on the Spaces of Functions of Bounded p-Variation in Wiener's Sense*, Real Anal. Exchange **42** (2017), no. 2, 329–344.

[4] R.E. Castillo and H.C. Chaparro, *Weighted composition operator on two-dimensional Lorentz spaces*, Math. Inequal. Appl. **20** (2017), no. 3, 773–799.

[5] R.E. Castillo, H.C. Chaparro, and J.C. Ramos-Fernández, *Orlicz-Lorentz spaces and their multiplication operators*, Hacet. J. Math. Stat. **44** (2015), no. 5, 991–1009.

[6] H.C. Chaparro, *On multipliers between bounded variation spaces*, Ann. Funct. Anal. **9** (2018), no. 3, 376–383.

[7] H.C. Chaparro, *Multiplication Operators between Mixed Norm Lebesgue Spaces*, Hacet. J. Math. Stat. **48** (2019), no. 2, 1–8.

[8] E. Nakai, *Pointwise multipliers on several functions spaces—a survey*, Linear Nonlinear Anal. **3** (2017), no. 1, 27–59.

[9] J. C. Ramos-Fernández, *Some properties of Multiplication Operators acting on Banach spaces of measurable functions.*, Bol. Mat. **23** (2016), no. 2.

[10] H. Takagi and K. Yokouchi, *Multiplication and composition operators between two L^p-spaces*, Function spaces (Edwardsville, IL, 1998), Contemp. Math., vol. 232, Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1999, pp. 321–338.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Una Nueva Caracterización del Dual de los Espacios de Bochner-Lebesgue con Exponente Variable

Oscar Mauricio Guzmán Fonseca
Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional/Universidad Militar, Bogotá, Colombia
e-mail: omguzmanf@unal.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

En este trabajo ofrecemos una nueva y más general caracterización del dual de los espacios de Bochner-Lebesgue con exponente variable en términos del espacio de variación acotada en el sentido de Riesz con exponente variable sobre medidas vectoriales.

Palabras claves

Espacios de Bochner Lebesgue, Propiedad de Radon-Nykodim, Espacios de sucesiones con exponente variable.

Referencias

[1] R. Castillo, O.M. Guzmán, and H. Rafeiro. *Linear Functionals on Variable Exponent Bochner-Lebesgue Spaces*. Rendiconti Lincei-Matematica e Applicazioni (Aceptado para publicación), 2019.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

La elaboración y validación de libros paradidácticos en la enseñanza de Combinatoria, Estadística y Probabilidad en la Educación Básica

AILTON PAULO DE OLIVEIRA JÚNIOR
Centro de Matemática, Computação e Cognição
Filiación: Universidade Federal do ABC, São Paulo, Brasil
e-mail: ailton.junior@ufabc.edu.br

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

El desarrollo de este trabajo se llevó a cabo en tres etapas, siendo que la primera es caracterizada por el análisis y clasificación de libros paradidácticos publicados en el mercado editorial brasileño. Los libros o materiales paradidácticos, sin ser propiamente didácticos, son utilizados para ese fin. Son importantes porque pueden utilizar aspectos más lúdicos que los didácticos y, de esa forma, ser eficientes desde el punto de vista pedagógico. Reciben ese nombre porque se adoptan de forma paralela a los materiales convencionales, sin sustituir los didácticos.

La segunda etapa es la elaboración de material que contemple aspectos relacionados a los contenidos de Análisis Combinatorio, Estadística y Probabilidad ya la lectura, a partir de los siguientes pasos: Crear la historia que será el hilo conductor de las acciones a ser desarrolladas; Crear personajes; Elegir los contenidos que serán abordados; Dibujar las ilustraciones y los grabados; y Elaborar el texto.

Así, el texto paradidáctico denominado "Juego de las Combinaciones" se basó en el desarrollo de un trabajo que se adapte a los ritmos de aprendizaje, además de proporcionar una mayor proximidad alumno-profesor, marcada a partir de la interacción y colaboración.

La elaboración del libro paradidáctico sobre la enseñanza de Estadística en los años finales de la Enseñanza Fundamental "Las aventuras del tío Ailton y su clase en el mundo de la estadística" se trata de una actividad diferenciada, buscando eliminar el estereotipo de que para saber estadística no es necesario realizar la lectura.

El libro paradidáctico "Jugando en la Olimpiada Nacional de Probabilidad" se presenta como un recurso que exige objetivo y significados considerando que el estudio de probabilidad se hace presente en el mundo contemporáneo, en las diferentes áreas del mundo, el conocimiento, dada la importancia en función de su uso en la sociedad.

La tercera etapa es la aplicación y validación de este material en el aula para identificar posibles problemas y la posibilidad de su aplicación en el día a día. Tenemos la intención de aplicar los libros desarrollados en las clases de la escuela básica con los siguientes pasos: Pedir a los alumnos para explicar en detalle tres tipos de cuestiones que

aprendió en el libro; Solicitar a los alumnos que confeccionen una ficha con las principales ideas del libro; Solicitar a los alumnos que evalúen las actividades propuestas y la historia a través de un texto.

El trabajo mostró que la elaboración de libros paradidácticos puede ser herramienta de aprendizaje de esos contenidos, pues es necesario: Comprender las informaciones de las fuentes especializadas, seleccionarlas y organizarlas; Adaptar el lenguaje al nivel de enseñanza; y Hacer el libro atractivo, con figuras e ilustraciones.

Consideramos que los libros paradidácticos se presentan como un recurso que exige objetivo y significados que se va a adquirir para interactuar con las demás materias, sin ser confundidas con ellas de forma positiva y productiva para las matemáticas. Además, la universidad puede auxiliar en la mejora de la enseñanza de estos contenidos, ofreciendo material científicamente correcto y adecuado a la escuela.

Palabras clave

Combinatoria; estadística; probabilidad; los libros de texto; educación básica.

Referencias

[1] Barros, J. de. (2006). *A educação e os livros paradidáticos*. São Paulo: Atual.

[2] Benetti, M. (2008). O jornalismo como gênero discursivo. *Galáxia*, 8(15), 13-28.

[3] Batanero, C., Godino, J. D., & Navarro-Pelayo, V. (1997). Razonamiento combinatorio en alumnos de secundaria. *Educación Matemática*, 8(1), 26-39.

[4] Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Grupo de Investigación en Educación Estadística Departamento de Didáctica de la Matemática Universidad de Granada. Recuperado de https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/didacticaestadistica.pdf.

[5] Furlani, J. (2005). *O Bicho vai pegar! – um olhar pós-estruturalista à Educação Sexual a partir de livros paradidáticos infantis*. (Tese de Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.

[6] Gal, I. (2002). Adults' Statistical Literacy: Meanings, Components, Responsibilities. *International Statistical Review*, 70(1), 1-25.

[7] Gal, I. (2005). Towards' probability literacy' for all citizens. In: Jones, G. (Ed.), *Exploring probability in school*: challenges for teaching and learning (pp. 43-71). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

[8] Menezes, E. T. de., & Santos, T. H. dos. (2002). Paradidáticos (verbete). *Dicionário Interativo da Educação Brasileira* - EducaBrasil. São Paulo: Midiamix. Disponível em http://www.educabrasil.com.br/eb/dic/dicionario.asp?id=143.

[9] Munakata, K. (1997). *Produzindo livros didáticos e paradidáticos*. (Tese de Doutorado em História e Filosofia da Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC\SP, São Paulo, Brasil.

[10] Oliveira Júnior, Ailton Paulo de, & Ciabotti, Valéria. (2019). *Caminhos para a elaboração do livro paradidático "jogando na olimpíada nacional de probabilidade" no ensino fundamental*. Curitiba: Appris.

[11] Ortiz, J. J. (2002). *La probabilidad en los libros de texto*. Grupo de Investigación en Educación Estadística. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, 2002. Recuperado de https://www.ugr.es/~batanero/pages/ARTICULOS/tesisjj.PDF.

[12] Trevizan, W. A. (2008). *O uso do livro paradidático no ensino de matemática*. Recuperado de www.usp.br/siicusp/Resumos/16Siicusp/807.pdf.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Anillos epsilon fuertemente graduados por grupos.

Héctor Pinedo Tapia
Escuela de matemáticas
Filiación: Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia
e-mail: hpinedot@uis.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Un resultado bien conocido sobre polinomios es que cualquiera de estos se puede escribir de manera única como una suma de monomios. A diferencia de los polinomios, los monomios tienen la propiedad de que tanto la suma como el producto de estos da como resultado un monomio. Si consideramos una partición sobre los polinomios determinada por el grado de los monomios, notamos que dicha partición satisface la propiedad mencionada anteriormente. Tal tipo de partición puede generalizarse, y la noción general es la de un anillo graduado, los cuales aparecen desde contextos elementales hasta contextos más complejos.

En las últimas décadas, el estudio de los anillos con estructura graduada por grupos se ha incrementado considerablemente, de igual manera otros conceptos como módulos y álgebras graduadas por grupos, los cuales han sido analizados y desarrollados en investigaciones recientes.

La teoría de módulos graduados se reduce a la teoría de módulos usual, cuando se considera la graduación trivial. Desde esa perspectiva, la teoría de módulos graduados puede considerarse como una extensión de la teoría de módulos. Cabe destacar que los anillos graduados juegan un papel muy importante en la geometría algebraica y el álgebra conmutativa. De la misma forma, la teoría de álgebras graduadas ha tenido gran incidencia en diversos campos como: anillos de polinomios, anillos de matrices, anillos de grupo torcidos y productos cruzados. Por esta razón, la teoría de álgebras graduadas no solo sirve como herramienta para obtener resultados nuevos, si no para unificar teoremas conocidos.

Una clase especial de anillos fuertemente graduados, son los productos cruzados. Las construcciones de productos cruzados aparecen en diferentes áreas del Álgebra, particularmente en la teoría de los grupos de Brauer y cohomología de Galois.

El objetivo principal de este minicurso es basarnos en [1] y [2] para presentar una introdución al estudio de anillos y módulos graduados por grupos, así como presentar algunos resultados relevantes de esta teoría.

Palabras claves

Anillo graduado, Módulo graduado, producto cruzado.

Referencias

[1] Dade, E.C. *Group Graded Rings and Modules*, Math. Zeitschrift, 174,3 (1980) 241-262.

[2] Năstăsescu, C., Oystaeyen, F. *Methods of Graded Rings,* Lecture notes in Math, vol. 1836, Springer-Berlin (2004).

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Cazando álgebras booleanas en el reino de la topología

Arnold Oostra
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: noostra@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

En el estudio de las relaciones entre la lógica y el álgebra, y en particular en la comprensión de la lógica clásica, surgen de manera reiterada las álgebras booleanas.

En el caso finito, toda álgebra booleana tiene la forma de los subconjuntos de algún conjunto luego, en esencia, las álgebras de partes se constituyen en el único ejemplo. En el caso infinito, en contraste, hay una enorme variedad de álgebras booleanas pero es difícil establecer ejemplos específicos.

Se observa de inmediato que los conjuntos abiertos cerrados de cualquier espacio topológico constituyen un álgebra booleana. Más aún, por el teorema de representación de Stone [10, 11, 14] todas las álgebras booleanas tienen esta forma para algún espacio topológico. Esto significa que las álgebras booleanas infinitas interesantes se pueden encontrar en el contexto de los espacios topológicos. De hecho, un ejemplo crucial está dado por los abiertos cerrados del célebre espacio de Cantor [16].

Palabras claves

Álgebra booleana; representación de Stone; abiertos cerrados; espacio de Cantor.

Referencias

[1] Balbes, Raymond, and Dwinger, Philip (1974). *Distributive Lattices*, Columbia (Missouri): University of Missouri Press.

[2] Birkhoff, Garrett (1940). *Lattice Theory*, Providence (Rhode Island): American Mathematical Society.

[3] Blyth, Thomas S. (2005). *Lattices and Ordered Algebraic Structures*, London: Springer.

[4] Burris, Stanley, and Sankappanavar, Hantamantagouda P. (1981). *A Course in Universal Algebra*, New York: Springer.

[5] Castillo, Mauricio (2009). *Lógicas implicativas y sus álgebras*, trabajo de grado (programa de Matemáticas con énfasis en Estadística), Ibagué: Universidad del Tolima.

[6] Caviedes, Oscar F. y Lozano, Leidy G. (2014). *Generalizaciones de una definición iterativa de álgebra booleana*, trabajo de grado (programa de Matemáticas con énfasis en Estadística), Ibagué: Universidad del Tolima.

[7] Díaz, Daniela (2016). *Álgebras booleanas libres y gráficos Alfa*, trabajo de grado (programa de Matemáticas con énfasis en Estadística), Ibagué: Universidad del Tolima.

[8] Grätzer, George (1978). *General Lattice Theory*, New York: Academic Press.

[9] Givant, Steven, and Halmos, Paul (2009). *Introduction to Boolean Algebras*, New York: Springer.

[10] Johnstone, Peter T. (1982). *Stone Spaces*, Cambridge: Cambridge University Press.

[11] Madrigal, Luisa F. y Niño, Luisa F. (2018). *Representaciones de estructuras ordenadas*, trabajo de grado (programa de Matemáticas con énfasis en Estadística), Ibagué: Universidad del Tolima.

[12] Oostra, Arnold y Díaz, Daniela (2016). "Álgebras booleanas libres en álgebra, topología y lógica", *Boletín de Matemáticas* **23** (2), pp. 143-163.

[13] Padmanabhan, Ranganathan, and Rudeanu, Sergiu (2008). *Axioms for Lattices and Boolean Algebras*, Singapore: World Scientific.

[14] Stone, Marshall H. (1936). "The Theory of Representations for Boolean Algebras", *Transactions of the American Mathematical Society* **40** (1), pp. 37-111.

[15] Taboada, Jorge E. y Rodríguez, Edgar D. (2010). *Una demostración de la equivalencia entre los gráficos Alfa y la lógica proposicional*, trabajo de grado (programa de Matemáticas con énfasis en Estadística), Ibagué: Universidad del Tolima.

[16] Willard, Stephen (1970). *General Topology*, Reading (Massachusetts): Addison-Wesley.

COMUNICACIONES MATEMÁTICAS

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

INTERIOR OPERATORS IN TOPOLOGY, EPHIMORPHISMS AND SEPARATION

Daniel Rolando Ovalle Peña
Ciencias Matematicas
Filiación: Universidad de Ibague, Ibague, Colombia
e-mail: daniel.ovalle@unibague.edu.co

Gabriele Castellini
Mathematical Sciences
Filiación: Universidad de Puerto Rico, Mayaguez, Puerto Rico
e-mail: gabriele.castellini@upr.edu

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Based on the results obtained in the paper [1], concerning the notion of separation for an interior operator in topology, the notion of I-dense for an interior operator I in topology is introduced. Some examples are given, where we show the characteristics of this notion for concrete topological interior operators. Subsequently, it is determined that the $T(\mathcal{A})$-dense morphisms are $\mathcal{A}$-epimorphisms, where $T(\mathcal{A})$ is a particular interior operator induced by the subcategory $\mathcal{A}$.

It is proved that the notion of I-dense generates a Galois connection between the conglomerate of all the subclasses of morphisms of topological spaces and the class of all interior operators in topology. Using this result, a commutative diagram of Galois connections that shows the relationship between the notions of I-separation and I-dense is presented. Finally, a characterization for one of the functions of the found Galois Connection is presented together with examples of fixed points.

Palabras claves

Interior operator, I-dense, $\mathcal{A}$-epimorphisms.

Referencias

[1] G. Castellini, E. Murcia, "Interior operators and topological separation".Topology Appl . 160 (2013), 1476-1485.

[2] G. Castellini, J. Ramos, "Interior operators and topological connectedness", Quaest. Math. 33 (2010).

[3] G. Castellini, "Interior operators in a category: idempotency and heredity", Topology Appl., 158 (2011), 2332-2339.

[4] G. Castellini, "Categorical Closure Operators", Mathematics: Theory and Applications, Birkhäuser, Boston, 2003.

[5] S.J.R. Vorster, "Interior operators in general categories"Quaest. Math. 23 (2000), 405-416.

[6] G. Castellini, "Interior operators, open morphisms and the preservation property", Applied Categorical Structures, 23 (2005), 311-322 .

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Control en la bifurcación de Hopf, ponencia

PABLO EMILIO CALDERÓN SAAVEDRA
Departamento Matemáticas y Estadística
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: pecalderon@ut.edu.co

HECTOR ANDRES GRANADA DIAZ
Departamento Matemáticas y Estadística
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: hagranadad@ut.edu.co

EVODIO MUÑOZ AGUIRRE
Departamento Matemáticas
Filiación: Universidad Veracruzana, Xalapa, México
e-mail: evmunoz@uv.mx

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

En esta ponencia se presenta un nuevo sistema tipo Lorenz, se demuestra que el sistema presenta bifurcación de Hopf y se implementa una ley de control de tal manera que, en una región de parámetros, la bifurcación de Hopf Supercrítica pasa a bifurcación de Hopf Subcrítica. Los teoremas empleados en este proceso se ilustran mediante una serie de ejemplos y con el uso de Matlab se presentan las gráficas.

Palabras clave

Bifurcación de Hopf, control bifurcación de Hopf.

Referencias

[1] Calderón, Pablo Emilio; Muñoz Evodio, Alvarez, Jorge (2018). Hopf control in a Lorenz type system, Journal of Applied Mathematics and Physics, 6, DOI: 10.4236.

[2] Calderón, Pablo Emilio; Muñoz Evodio, Alvarez, Jorge (2018). Tratamiento analítico de la bifurcación de Hopf en una extension del Sistema de lü, Revista de matemáticas Teoría y aplicaciones, 25(1), pp. 29-40.

[3] Yu, Pei (2010). Bifurcation control for a class of Lorenz like systems, International Journal of Bifurcation and Chaos, 21(9), pp. 2647-2664.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE
MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

A Mathematical Model to Study Dropouts Dynamics in a High School

Marlio Paredes
Departamento de Matemáticas
Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: marlio.paredes@correounivalle.edu.co

Anuj Mubayi, Bechir Amdouni
Simon A. Levin Mathematical, Computational and Modeling Sciences Center
Arizona State University, Tempe, USA
e-mail: amubayi@asu.edu, bamdouni@asu.edu

Christopher Kribs
Department of Mathematics
The University of Texas at Arlington, Arlington, USA
e-mail: kribs@uta.edu

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Abstract

In 2012, more than three million students dropped out from high school in US. At this pace, by 2022 they will have more than 30 million students without a high school degree and relatively high dropout rates among Hispanic and African American students. In this work we propose, develop and analyze a data-driven mathematical model that includes multiple interacting mechanisms and estimates of parameters using data from a specifically designed survey applied to a certain group of students of a high school in Chicago to understand the dynamics of dropouts. Our analysis suggests students' academic achievement is directly related to the level of parental involvement more than any other factors in our study. However, if the negative peer

influence (leading to lower academic grades) increases beyond a critical value, the effect of parental involvement on the dynamics of dropouts becomes negligible.

Keywords

Peer influences, parental influences, mathematical model, risk factors, Chicago public schools, under-represented minority students

Referencias

[1] Amdouni, B, Paredes, M., Kribs, C., & Mubayi, A. (2017). *Why do students quit school? Implications from a dynamical modelling study*, Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 473(2197), 20160204.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Una Vez Más....Topología y Orden!!

Jesús Ávila
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: javila@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Dado un espacio topológico (X, τ), sobre X se define la relación $\sim$ como $x \sim y$ si y solo si $x \in \overline{\{y\}}$, la cual resulta ser de preorden. Si el espacio es T_0 esta relación es de orden, el cual se conoce como **orden de especialización**. Este orden es una herramienta muy útil en topología, pues ha permitido introducir nuevas clases de espacios topológicos y relacionar nociones topológicas con nociones de orden y viceversa (ver [1], [4], [6]). Por este motivo resultó natural estudiar varios de estos resultados, en contextos más generales, es decir, estudiar topologías asociadas a relaciones y viceversa. Dichas relaciones podrían ser de preorden o algún otro tipo de relación binaria (ver [2], [3], [5], [11]).

Otro camino podría ser considerar alguna noción más general que la topológica y estudiar el orden asociado a esta estructura. En este trabajo desarrollamos una teoría del orden de especialización en **estructuras débiles generalizadas** [7]. Relacionamos varios conceptos topológicos con conceptos de conjuntos ordenados y estudiamos el conjunto de estructuras T_0 sobre el conjunto X cuyo orden de especialización coincide con un orden inicial $\leq$. Finalmente probamos que este conjunto tiene como elemento máximo a la topología de Alexandroff $\tau_{\leq}$, pero en general no tiene elemento mínimo.

Palabras claves

Adherencia, orden de especialización, estructura débil generalizada.

Referencias

[1] L. Acosta, *Topologías consistentes*, Bol. Mat. Nueva Serie, vol. 5 (1), pp 15-26, 1998.

[2] L. Acosta y E. Lozano, *Una adjunción entre relaciones binarias y espacios topológicos*, Bol. Mat. Nueva Serie, vol. 3 (1), pp. 37-41, 1996.

[3] L. Acosta y M. Rubio, *Topología de Scott para relaciones de preorden*, Bol. Mat. Nueva Serie, vol. 9 (1), pp. 1-10, 2002.

[4] P. Alexandroff, *Sur les espaces discrets*, C. R. Acad. Sci. Paris, vol. 200, pp. 1649-1651, 1935.

[5] A. A. Allam, M. Y. Bakeir and E. A. Abo-Tabl, *Some methods for generating topologies by relations*, Bull. Malays. Math. Sci. Soc., vol. 31 (1), pp. 35-45, 2008.

[6] S. Andima and W. J. Thron, *Order-induced topological properties*, Pac. J. Math., vol. 75 (2), pp. 297-318, 1978.

[7] J. Ávila and F. Molina, *Generalized weak structures*, Int. Math. Forum, vol. 7 (52), pp. 2589-2595, 2012.

[8] Á. Császár, *Generalized topology, generalized continuity*, Acta Math. Hungar., vol. 96 (4), pp. 351-357, 2002.

[9] Á. Császár, *Weak structures*, Acta Math. Hungar., vol. 131 (1-2), pp. 193-195, 2011.

[10] A. Donado, *Topología y Colecciones*, Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional, 1999.

[11] E. Induráin and V. Knoblauch, *On topological spaces whose topology is induced by a binary relation*, Quaest. Math., vol. 36 (1), pp. 47-65, 2013.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Gráficos existenciales Gama, modelos de Kripke y Haces

Juan Ricardo Prada
Universidad del Tolima
Ibagué
I. E. Pedro Pabón Parga
Carmen de Apicalá
e-mail: jrprada@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Los gráficos existenciales, propuestos hace un poco más de cien años por el lógico norteamericano Charles Sanders Peirce, constituyen un sistema lógico de representación icónica, el cual comprende tanto una notación gráfica original de proposiciones lógicas como también un sistema de cálculo lógico, determinado por las denominadas reglas de transformación. El autor distinguió tres subsistemas: Alfa que corresponde a la lógica proposicional clásica; Beta que corresponde al cálculo de predicados o lógica de primer orden; Gama que incluye sistemas de lógica modal [9–11, 14].

A pesar de que los gráficos existenciales fueron considerados por Peirce como su "obra maestra", no tuvieron el reconocimiento merecido en su momento ya que fueron calificados como un simple divertimento que no constituía un aporte significativo a los avances logrados en la lógica simbólica. Debido a esto el legado que nos heredó Peirce con sus sistemas diagramáticos permaneció menospreciado durante muchos años, pero a partir del año 1963 se empezó a reconocer el auténtico valor de los gráficos existenciales debido a las tesis doctorales de Roberts [9] y de Zeman [14]. A partir de allí se ha empezado a evidenciar un replanteamiento en la importancia de los aportes científicos consolidados por Peirce impulsados por personajes como Robert Burch, Geraldine Brady, Todd Trimble, Fernando Zalamea y Arnold Oostra

desde las perspectivas topológica, categórica, filosófica e intuicionista de los gráficos respectivamente.

En el caso específico de los gráficos existenciales Gama, Peirce había propuesto diferentes reglas de transformación que permiten realizar auténtica lógica con los gráficos en general, y Zeman [14] adaptó estas reglas a los cortes quebrados obteniendo sistemas de gráficos existenciales para diversas lógicas modales (véase también [5] y [6]). Entre las reglas se destacan principalmente las de iteración y desiteración a través de cortes quebrados, que dan lugar a versiones gráficas para las lógicas modales S_4, $S_{4.2}$ y S_5, la primera y la última debidas originalmente a C. I. Lewis.

Mediante dichas lógicas modales de Lewis y los gráficos existenciales de Peirce se pueden abordar los conceptos de "posibilidad" y "necesidad" estudiados por filósofos como Aristóteles, Diodoro, Kant y Leibniz, y por el matemático Hugh MacColl quien fue el primero en analizar las modalidades en forma simbólica. Pero fue hasta 1965 que el filósofo Saul Kripke introdujo una semántica para las lógicas modales en la cual se puede evidenciar una conexión entre cierta relación binaria asociada a un modelo de Kripke y los axiomas de la lógica modal particular. Los modelos de Kripke también han sido estudiados desde el ámbito de la lógica intuicionista, por ejemplo el matemático Xavier Caicedo en su artículo [3] da una mirada global a la teoría de haces y su relación con los modelos de Kripke intuicionistas.

Así, existe una conexión entre las lógicas modales de Lewis y los gráficos existenciales Gama de Peirce, y a su vez, una conexión entre estas lógicas modales y los modelos de Kripke sobre una relación binaria arbitraria. Sin embargo, hasta ahora no existía una conexión directa y natural entre los modelos de Kripke sobre una relación y los gráficos existenciales Gama de Peirce. Como sucede casi siempre, el mismo Peirce dio un bosquejo de una posible conexión [7, Vol. 4, §512] considerando varias hojas de aserción de forma simultánea, lo cual resulta afín a la semántica de Kripke que no había sido concebida para la época.

Palabras claves

Gráficos existenciales Gama, Teoría de categorías, Haces, Charles Sanders Peirce, Lógica modal.

Referencias

[1] A. A. Allam, M. Y. Bakeir and E. A. Abo-Tabl, "Some Methods for Generating Topologies by Relations". *Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society*, Second Series **31** 1 (2008), 35–45.

[2] Patrick Erik Bradley and Norbert Paul, "Using the Relational Model to Capture Topological Information of Spaces". *The Computer Journal* **53** 1 (2010), 69–89.

[3] Xavier Caicedo, "Lógica de los haces de estructuras". *Revista Academia Colombiana de Ciencias* **XIX** 74 (1995), 569–586.

[4] Derly Katherine López, *Modelos de Kripke para lógicas modales*. Trabajo de grado, Carrera de Matemáticas. Universidad del Tolima, Ibagué, 2013.

[5] Fabián Augusto Molina, *Correspondencia entre algunos sistemas de lógica modal y los gráficos existenciales Gama de Peirce*. Trabajo de grado, Carrera de Matemáticas. Universidad del Tolima, Ibagué, 2001.

[6] Arnold Oostra, "Los gráficos existenciales Gama aplicados a algunas lógicas modales intuicionistas". *Cuadernos de Sistemática Peirceana* **4** (2012), 27–50.

[7] Charles Sanders Peirce, *Collected Papers of Charles Sanders Peirce*. (Eds.: Charles Hartshorne y Paul Weiss). Six volumes. Harvard University Press, Cambridge (Massachusetts), 1931.

[8] Juan Ricardo Prada, *Gráficos existenciales Alfa y teoría de categorías*. Trabajo de grado, Licenciatura en Matemáticas. Universidad del Tolima, Ibagué, 2013.

[9] Don D. Roberts, *The Existential Graphs of Charles S. Peirce*. Mouton, The Hague, 1973.

[10] Pierre Thibaud, *La lógica de Charles S. Peirce: del álgebra a los gráficos*. Paraninfo, Madrid, 1982.

[11] Fernando Zalamea, *Lógica Topológica: Una introducción a los gráficos existenciales de Peirce*. Memorias del XIV Coloquio Distrital de Matemáticas y Estadística. Universidad Pedagógica Nacional, Bogotá, 1997.

[12] Fernando Zalamea, *Los gráficos existenciales peirceanos*. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 2010.

[13] Fernando Zalamea, "A Category-Theoretic Reading of Peirce's System: Pragmaticism, Continuity and The Existential Graphs". En: Matthew Moore (ed.), *New Essays on Peirce's Mathematical Philosophy*. Open Court, Chicago, 2010, 203–233.

[14] J. Jay Zeman, *The Graphical Logic of C. S. Peirce*. Ph.D. dissertation. University of Chicago, Chicago, 1964.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Sobre módulos graduados y el funtor Hom(_,_)

YERLY VANESA SOLER
Escuela de matemáticas
Filiación: Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia
e-mail: *yervane03@gmail.com*

HECTOR PINEDO
Escuela de matemáticas
Filiación: Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia
e-mail: *hpinedot@uis.edu.co*

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Sea G grupo multiplicativo, R es un anillo $G-$graduado si es suma directa de subgrupos aditivos R_g, $g \in G$, tal que $R_g R_h \subseteq R_{gh}$ para todo $g, h \in G$. Por otra parte, dado $R = \bigoplus_{g \in G} R_g$ un anillo $G-$graduado, decimos que un $R-$módulo a izquierda M es $G-$graduado, si M es suma directa de subgrupos aditivos M_g, $g \in G$, tal que $R_g M_h \subseteq M_{gh}$ para cada $g, h \in G$.

En esta charla, se introduce la definición de homomorfismos de grado $g \in G$, para así dar paso a la construcción de un funtor, denotado por $Hom(\_\,,\_)$. El objetivo principal es estudiar algunos aspectos relacionados con ese funtor.

Sean R un anillo $G-$graduado, M y N $R-$módulos graduados. Se construye el conjunto

$$Hom_R(M,N) = \sum_{g \in G} Hom_R(M,N)_g,$$

donde $Hom_R(M,N)_g$ denota el conjunto de los homomorfismos de grado g, y se define como

$$Hom_R(M,N)_g = \{\varphi \in hom_R(M,N) : \varphi(M_h) \subseteq N_{hg}, \forall h \in G\},$$

Directamente de la definición se observa que $Hom_R(M,N)$ esta contenido en $hom_R(M,N)$. Por lo tanto, es natural preguntarse ¿Pueden llegar a ser estos conjuntos iguales? En [1] el autor muy hábilmente introduce una topología sobre N^M, para dar respuesta a la pregunta planteada.

Palabras claves

Módulos graduados, Funtor Hom, Topología sobre módulos.

Referencias

[1] Gámez Pardo, J.L, Năstăsescu, C. (1993). *Topological aspects of graded rings.* Communications in Algebra, 21(12), 4481-4493.

[2] Jacobson, N. (1989). *Basic Algebra II*, second edition, Freeman.

[3] Jacobson, N. (1956). *Structure of rings* (Vol. 37). American Mathematical Society, 28-30.

[4] Năstăsescu, C., Oystaeyen, F. (2004). *Methods of Graded Rings,* Lecture notes in Math, Springer-Berlin

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Dinámica del comportamiento de bovinos bajo sistemas no lineales **(Ponencia Comunicación)**

<u>MIGUEL ARMANDO RODRIGUEZ MARQUEZ</u>
Departamento de Economía y Finanzas
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: marodriguezm@ut.edu.co
<u>HECTOR ANDRES GRANADA DIAZ</u>
Departamento de Ciencias
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: hagranadad@ut.edu.co
<u>JAIRO RICARDO MORA DELGADO</u>
Departamento de Ciencias
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: jmora@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

El Modelamiento de la dinámica del comportamiento de bovinos bajo sistemas no lineales estimando parámetros asociados, simulación numérica de un sistema complejo determinístico no lineal o discontinuo por tramos bajo la teoría de Filippov [1-10], de modo que, el modelo pueda ser utilizado para analizar la dinámica del comportamiento de ciertos tipos de bovinos al aplicar sistemas no lineales [11- 15], con el fin de estudiar la sincronización y la cooperación en los rebaños de ganado para realizar predicciones biológicas del comportamiento animal como (Eating State- Resting State- Stating State) [16].

Comprender cómo la variabilidad de factores bióticos y abióticos en forma espacial y temporal, las características de las razas, forrajes y paisajes, inciden en el comportamiento animal asociado al pastoreo, evaluar el potencial para mejorar la eficiencia de la utilización y maximizar los beneficios [17-20]. La información del comportamiento se realiza con base en la tecnología del sistema de posicionamiento global (GPS) han permitido el desarrollo de receptores de collar GPS livianos adecuados para monitorear la posición de los animales a intervalos del orden de minutos. La información suministrada por los GPS se pueden importar a un sistema de información geográfica (GIS) para evaluar las características del comportamiento animal en el habitad de estudio [21-24].

Palabras clave: modelos lineales, sistema determinístico, sincronía, GPS.

Referencias

[1] A. F. Filippov, “Differential Equations with Discontinuous Righthand Sides”, Kluwer Academic Publishers, 1988.

[2] F. Dercole, A. Gragnanni y S. Rinaldi, “Bifurcation analysis of piecewise smooth ecological models”, Theoretical Population Biology, vol. 72, no. 2, pp. 197-213, 2007.

[3] D. Giaouris16, S. Maity, S. Banerjee, V. Pickert, y B. Zahawi, “Application of Filippov Method for the Analysis of Subharmonic Instability in dc-dc Converters”, International Journal of Circuit Theory and Application, vol. 37, no. 8, pp. 899-919, 2008.

[4] M. di Bernardo, C.J. Budd, A.R. Champneys, P. Kowalczyk, Piecewise-Smooth Dynamical Systems: Theory and Applications, 1, Springer-Verlag, Berlin, Germany, 2007.

[5] A.R. Champneys, M. di Bernardo, Piecewise smooth dynamical systems, Scholarpedia 3 (2008) 4041. http://www.scholarpedia.org/article/Piecewise_ smooth_dynamical_systems.

[6] P. Kowalczyk, Robust chaos and border-collision bifurcations in non-invertible piecewise-linear maps, Nonlinearity 18 (2005) 485–504.

[7] G. Osorio, M. di Bernardo, y S. Santini, “Corner-Impact Bifurcations: A Novel Class of Discontinuity-Induced Bifurcations in CamFollower Systems”, SIAM Journal on Applied Dynamical Systems., vol. 7, no. 1, pp. 18-38, 2008.

[8] M. di Bernardo, C. Budd, A. R. Champneys, y P. Kowalczyk, “Piecewise-smooth Dynamical Systems: Theory and Applications”, Springer, 2008.

[9] J. Amador, “Smooth and Filippov Models of Sustainable Development: Bifurcations and Numerical Computations”, Differential Equations and Dynamical Systems, vol. 21, no. 1, pp. 173-184, 2013.

[10] L. Glass, Combinatorial and topological methods in nonlinear chemical kinetics, J. Chem. Phys. 63 (1975) 1325–1335. [37] J.-L. Gouzé, T. Sari, A class of piecewise linear differential equations arising in biological models, Dynam. Syst. 17 (2002) 299–316.

[11] L. Perko, Differential Equations and Dynamical Systems, 2nd ed., SpringerVerlag, Berlin, Germany, 1996.

[12] V. Botella-Soler, J.A. Oteo, J. Ros, Dynamics of a map with a power-law tail, J. Phys. A: Math. Theor. 42 (2009) 385101.

[13] S.H. Strogatz, SYNC: The Emerging Science of Spontaneous Order, Hyperion, New York, NY, USA, 2003.

[14] J. Sun, E.M. Bollt, T. Nishikawa, Constructing generalized synchronization manifolds by manifold equation, SIAM J. Appl. Dyn. Syst. 8 (2009) 202–221.

[15] J. Sun, E.M. Bollt, T. Nishikawa, Master stability functions for coupled nearly identical dynamical systems, Europhys. Lett. 85 (2009) 60011. [51] T. Shaw, Personal communication. 2009.

[16] Jie Suna, Erik M. Bollt, Mason A. Porter, Marian S. Dawkins, A mathematical model for the dynamics and synchronization of cows., Elsevier Physica D 240 (2011) 1497–1509.

[17] **Smith, M. A., Rodgers, J. D., Dodd, J. L. and Skinner, Q. D. 1992.** Habitat selection by cattle along an ephemeral channel. J. Range Manage. **45**: 385–390.
Tchamba, M. N., Bauer, H. and de Iongh, H. H. 1995. Application of VHF-radio and satellite telemetry techniques on elephants in northern Cameroon. Afr. J. Ecol. **33**: 335–346.
[18] **Udal, M. C. 1998.** GPS tracking of cattle on pasture. Masters Thesis. University of Kentucky, Lexington, KY.

[19] **Udal, M. C., Turner, L. W., Larson, B. T. and Shearer, S. A. 1998.** GPS tracking of cattle on pasture. ASAE Paper No. 983134. Int. Meet. ASAE. Orlando, FL. 12–15 July.

[20] **Wade, T. G., Schultz, B. W., Wickham, J. D. and Bradford, D. F.1998.** Modeling the potential spatial distribution of beef cattle grazing using a Geographic Information System. J. Arid. Environ. **38**(2): 325–334.

[21] **Polanía, Y., Jairo Mora, J.,Serrrano R., Piñeros R., 2013.** Movement in grazing on a silvopastoral system from warm valley of Magdalena tolimense (Colombia), Revista Colombiana de Ciencia Animal, Vol. 6, No. 1.

[22] **Senft, R.L. & Coughenour, Michael & Bailey, Derek & Rittenhouse, Larry & Sala, O.E. & Swift, David. (1987**). Large herbivore foraging and ecological hierarchies: Landscape ecology can enhance traditional foraging theory. Bioscience. 37. 789-799. 10.2307/1310545.

[23] **Provenza F., Villalba J., Dziba L., Atwood S., Banner R. 1998.** Self-organization of foraging behavior: From simplicity to complexity without goals. Volume 11, pp. 199-22. Nutrition Research Reviews.

[24] **Mora-Delgado J., Nicole Nelson N., Fauchille A,. Utsum S., 2016.** Application of GPS and GIS to study foraging behavior of dairy cattle. Agronomía Costarricense 40(1): 81-88. ISSN:0377-9424 / 2016 www.mag.go.cr/rev_agr/index.html

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

El efecto del consumo de almidón en el crecimiento poblacional de bacterias termófilas y aminolíticas aisladas del Volcán Chiles analizado desde un problema de control óptimo

Maria Alejandra Marmol M.
Departamento de Matemáticas y Estadística[1]
Universidad de Nariño, Pasto, Colombia
e-mail: mariaalejandramarmolmartinez@gmail.com

Ariana Reina[2], Mario Pantoja[2], Edith Burbano[2]
y Eduardo Ibarguen Mondragon.[1]
Departamento de Biología[2]
Universidad de Nariño, Pasto, Colombia

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Se desarrolla un estudio que evalúa la dinámica de dos aislados bacterianos termófilos amilolíticos de una fuente termal del volcán Chiles, Nariño, midiendo su crecimiento y el proceso hidrolisis de almidón en el tiempo. Se propusieron dos medios de cultivo para el aislamiento, Luria Bertani y otro medio adicionado con peptona y glucosa. En este trabajo se formula un modelo matemático que describe la dinámica poblacional de bacterias termófilas, seleccionando dos aislados y evaluando el crecimiento. Simultáneamente se realiza la caracterización de la actividad amilolitica determinada mediante un test de lugol el cual permite verificar la cantidad de almidón hidrolizado por la población bacteriana por unidad de tiempo. Se realiza la estimación de parámetros del modelo matemático ajustado a los datos experimentales y finalmente se formula un problema de control optimo encaminado

a proponer la técnica idónea para la optimización del crecimiento poblacional a fin de posibilitar el uso de las bacterias termófilas.

Palabras claves

Almidón, dinámica, modelo matemático, estimación de parámetros, optimización.

Referencias

[1] Alfonso, M., Coca, A., Ramírez, W., Carvajal, L., 2008. Aproximación a la dinámica poblacional de los microorganismos en diferentes sustratos empleados en los cultivos de rosa (Rosa spp. var. Charlotte) en la Sabana de Bogotá. Revista Colombiana de Ciencias Hortícolas. Vol. 2 pp. 98-109.

[2] Dennis G. Zill, ECUACIONES DIFERENCIALES CON APLICACIONES DE MODELADO, International Thomson Editores, México, 1997.

[3] J.D. Murray ,Mathematical Biology: I. An Introduction, Third Edition, Springer, New York, 2001.

[4] Miranda, Ileana. (2014). Modelación matemática de la dinámica de poblaciones: desarrollo histórico y uso práctico en Cuba. Revista de Protección Vegetal, 29(3), 157-167. Recuperado en 14 de abril de 2018.

$http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1010 -27522014000300001&lng=es&tlng=es.$

[5] Ribas-García, M., Hurtado-Vargas, R., Garrido-Carralero, N., Domenech-López, F., Sabadí-Díaz, R. (2011). Metodología para la modelación matemática de procesos. Caso de estudio, fermentación alcohólica. ICIDCA. Sobre los Derivados de la Caña de Azúcar, 45 (1), 37-47.

[6] Lopez, L., Infanzon, B., Rojas, A.(2016). Curva de crecimiento bacteriano en la producción de proteinas recombinantes.

[7] Suzanne Lenhart, John T. Workman, Optimal Control Applied to Biological Models, CHAPMAN and HALL/CRC, London, 2007.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

El problema de Steenrod

Andrés Angel*
Departamento de matemáticas
Filiación: Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia
e-mail: ja.angel908@uniandes.edu.co

Carlos Segovia
Departamento de matemáticas
Filiación: UNAM, Oaxaca, México
e-mail: csegovia@matem.unam.mx

Fernando Torres
Departamento de matemáticas
Filiación: Universidad de los Andes, Bogotá, Colombia
e-mail: af.torres82@uniandes.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

El problema de Steenrod

El problema de representación de Steenrod es el siguiente: Dada una clase de homología, ¿existe una variedad cerrada y orientada y una función continua de tal forma que la clase de homología es el pushforward de la clase fundamental? Rene Thom resuelve el problema de representación con coeficientes enteros y enteros módulo 2 alrededor del año 1954 en su artículo **Queles properétés globale des variétés defferentiable [3]**. donde entre otras cosas introduce los grupos de bordismo. El desarrollo de la teoría de bordismo y la solución del problema de Steenrod le hicieron merecedor de la medalla Fields.

Sorprendentemente el problema de Steenrod tiene una respuesta negativa para los enteros, pero afirmativa para los enteros módulo 2. En esta charla presentaremos una nueva construcción de clases no representables que permite entender las singularidades de manera concreta, para esto discutiremos el problema de Steenrod con coeficientes enteros modulo k y como representar clases de homología con coeficientes enteros con objetos con singularidades [2].

La charla está basada en el artículo Z_k-stratifolds. A. Angel, A. Torres, C. Segovia [1].

labras clave

Topología algebraica, bordismo,homología, clases representables

Referencias

[1] A. Angel, C.Segovia, A.Torres. $\mathbb{Z}_k$-Stratifolds ,https://arxiv.org/abs/1810.00531v2.

[2] M. Kreck, Differentiable Algebraic Topology. From Stratifolds to Exotic Spheres, Amer. Math. Soc., Providence 2010.

[3] R. Thom, Quelque propieté des globales des varieté es differentiables, Comment. Math. Helv. 28 (1954) 17 - 86.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Modelo Matemático de Transmissão e Controle do Mosquito *Aedes aegypti*

Josenildo Silva de Lima
Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional
CEFET-MG, Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil
e-mail: nildo2802@gmail.com

Rodrigo T. N. Cardoso
Departamento de Matemática, CEFET-MG,
Belo Horizonte Minas Gerais Brasil
e-mail: rodrigocardoso@cefetmg.br

Anibal M. Loaiza
Grupo de Modelación Matemática en Epidemiología (GMME)
Universidad del Quindío, Armenia, Quindío - Colombia
e-mail: anibalml@hotmail.com

Ibagué, Colombia
8, 9 y 10 del Mayo de 2018

Resumen

Neste artigo, propomos um modelo descrito por um sistema de equações diferenciais parciais do tipo difusão-reação para analisar a dinamica da propagação de uma infecção por dengue e formulamos um problema de otimização com o objetivo de minimizar a população de mosquitos e o tempo de investimento no controle, aplicando inseticidas e larvicidas durante o verão. Utilizamos decomposição de operadores, diferenças finitas, Runge-Kutta de quarta ordem e o algoritmo real genético polarizado para as simulações numéricas e computacionais. Aplicamos o controle degrau concomitante, onde, num estudo preliminar, observamos a diminuição do número do mosquito do Aeds *aegpyti* ao longo do tempo e do espaço.

Palabras claves

Sistema de Difusão-Reação, Otimização Mono-objetivo, Algoritmo Genético, Controle do *Aedes aegpyti*.

Referencias

[1] Pinho S. T. R. D, Ferreira C. P, Esteva L, Barreto F. R, Morato e Silva V. C, & Teixeira M. G. L. (2010). Modelling the dynamics of dengue real epidemics. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 368(1933), 5679-5693.

[2] Yang H. M, & Ferreira C. P. (2008). Assessing the effects of vector control on dengue transmission. Applied Mathematics and Computation, 198(1), 401-413.

[3] Yang H. M, Boldrini J. L, Fassoni A. C, Freitas L. F. S, Gomez M. C, de Lima K. K. B & Freitas A. R. R. (2016). Fitting the incidence data from the city of Campinas, Brazil, based on dengue transmission modellings considering time-dependent entomological parameters. PloS one, 11(3), e0152186.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

PRODUCTO TOPOLÓGICO VS SUMA TOPOLÓGICA: CARACTERIZACIÓN DE ALGUNOS INVARIANTES TOPOLÓGICOS

Jaime A. Flórez S.
Departamento de Matemáticas
Universidad Del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: jaflorezs@ut.edu.co

Director: Arnold Oostra
Departamento de Matemáticas
Universidad Del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: noostra@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

"La *suma topológica* (también llamada coproducto topológico) se encuentra empolvada en los anaqueles de la topología general". El sustento de esta afirmación se puede establecer en los escasos hallazgos bibliográficos que al menos contemplen esta topología suma, en los que se encontró que Bourbaki [2] y Willard [10] apenas le mencionan, mientras otros autores (ver [3] [5], [6], [8]) la exploran sólo como curiosidad categórica por satisfacer la propiedad del colímite. Otro indicio del "anonimato"de la suma topológica se encuentra en lo sucedido en Arabia Saudita en 2007, cuando Ben Adda publicó un artículo [1] donde se menciona una *topología diagonal*, que posteriormente fue retomada por Porchon en París, 2012 [9], la cual tras analizarse en detalle y mejorar algunas definiciones, resulta coincidir con la *suma topológica* para una colección arbitraria de espacios topológicos.

Además de ser una curiosidad topológica casi olvidada, otra motivación para estudiar la suma topológica radica en sus aplicaciones contemporáneas, entre las

que se encuentran la Topología Fractal [4] y la representación matemática de los gráficos Alfa [7].

El propósito de la ponencia es socializar uno de los resultados del trabajo de grado dirigido por el profesor Arnold Oostra titulado "Topología suma y aplicación a la topologia fractal" [4]: La caracterización de los principales invariantes topológicos para la suma topológica de una cantidad finita, enumerable y arbitraria de sumandos; que además son comparados con el conocido caso del producto topológico. Salvo algunas pocas afirmaciones encontradas sin demostración, estos resultados son autoría de [4]

Para la consecución de este objetivo, se propone recorrer el siguiente camino:

1. Definición de suma topológica
2. Ejemplos ilustrativos de suma topológica.
3. Propiedades básicas de la suma topológica y su relación con el producto topológico
4. Comportamiento de algunos invariantes en la suma topológica, analizando los casos en que estas propiedades, dependiendo de la cardinalidad de la familia de espacios a sumar, pasan de los sumandos a la suma y viceversa.
5. Tabla comparativa entre la suma y el producto topológico.

Palabras claves

Topología, producto topológico, suma topológica, invariantes topológicos.

Referencias

[1] F. Ben Adda (2007) "Mathematical Model for Fractal Manifold", *International Journal of Pure and Applied Mathematics* **38** N°. 2, 155-186.

[2] N. Bourbaki (1989) *General Topology*. Berlin: Springer.

[3] T. Dieck (2008) *Algebraic Topology*. Zürich: European Mathematical Society.

[4] J. Flórez (2017) *Topología suma y aplicación a la topología fractal*. Trabajo de grado. Ibagué: Universidad del Tolima.

[5] M. Frankland (2012) *General Topology Additional notes*. Notas de clase.

[6] M. Macho (2002) *Topología General*. Managua. Universidad del País Vasco.

[7] Y. Martínez (2014) *Un modelo real para los gráficos Alfa*. Trabajo de grado. Ibagué: Universidad del Tolima.

[8] J. Navarro (2006) *Topología General II*. Notas de clase. Universidad de Zaragoza.

[9] H. Porchon (2012) "Fractal Topology Foundations", *Topology and its Applications* **159** N°. 14, 3156-3170.

[10] S. Willard (1970) *General Topology.* Reading (Massachusetts): Addison-Wesley.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

De 5 Nuevos Teoremas de Simetría Áurea de P Primo

JAVIER GRISALES HERRERA
Departamento de Matemáticas y Estadística
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: jgrisalesher@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

¿Cómo se distribuyen los números primos entre los naturales? Es una pregunta tan antigua e importante que ha inquietado a miles de matemáticos desde Euclides en la antigua Alejandría hasta hoy día. Y es que la primalidad de un número entero constituye la base fundamental de cientos de teoremas de la Matemática moderna. Esa pregunta llevó a Gauss a desarrollar lo que hoy conocemos como el Teorema de los números primos y después a Riemann a plantear su hipótesis de los ceros no triviales de la función zeta. Aquí y ahora voy a mostrar 5 teoremas nuevos de simetría áurea que he descubierto que relacionan la primalidad de un número entero con el número áureo como conjunto imagen de ciertas funciones trigonométricas y brinda un nuevo camino de abordaje para el estudio de la primalidad de los números enteros.

En primer lugar, expongo mi primer teorema registrado que ya expuse en la Uniandes y en la Unicauca que declara: ***"Para todo número primo mayor que 5, existe una función seno cuya imagen es siempre el número áureo"***. Este teorema tiene como base al Teorema de Midy y a los ángulos de rotación que arrojan al número áureo mediante las isometrías que dejan invariante al pentágono regular. Es una interesante relación donde se preservan los ángulos cuando el dominio de la función seno, es el periodo decimal recíproco de p primo. Finalmente, los demás teoremas que realicé, son consecuencia directa de éste primero y dos de ellos lo generalizan al llevarlo al plano complejo junto a los 12th números de Fibonacci, que

revelan la misma estructura de grupo de simetría de rotación áurea de p primo, pero usando la función coseno. A continuación voy a enumerarlos:

TEOREMAS DE SIMETRÍA ÁUREA DE P PRIMO:

1. Teorema de partición áurea de p primo.
2. Teorema del 12th Fibonacci.
3. Teorema del cociente áureo de potencias primas.
4. Teorema del cociente rotacional áureo.
5. Teorema polar de invarianza áurea de p primo.

Palabras claves

Números primos, Número áureo, Teorema de Midy, Función senoidal.

Referencias

[1] Gray, Alexander J. (2000). *Digital roots and reciprocals of primes*, Mathematical Gazette 84.09, 86 pp.

[2] Kak, Subhash, Chatterjee A. (1981). *On decimal sequences.* IEEE Transactions on Information Theory, vol. IT-27, 647-652 pp.

[3] Kalman, Dan (1996). *Fractions with Cycling Digit Patterns.*The College Mathematics Journal, Vol. 27, No. 2. 109?115 pp.

[4] Kemeny, John (2011). *The Secret Theorem of M. E. Midy = Casting In Nines.*Retrieved 27.

[5] Lewittes Joseph (2007). *Midy's theorem for periodical decimals.* Electronic Journal of Combinatorial Number Theory, Vol. 7.

[6] Gupta Ankit and Sury B (2005). *Decimal expansion of* $1/p$ *and subgroup sums.* Integers: Electronic Journal of Combinatorial Number Theory, Vol. 5, A19.

[7] http://javiermathprimes.blogspot.com.co/

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

GRAFO POTENCIA BASADO EN SUBGRUPOS NORMALES DE UN GRUPO FINITO

JESUS EDUARDO BERDUGO DE LA OSSA
Departamento de Postgrados
Filiación: Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia
e-mail: jeberdugo@mail.uniatlantico.edu.co

CARLOS ADOLFO ARAUJO MARTÍNEZ, PH.D
Departamento de Matemáticas
Filiación: Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia
e-mail: carlosaraujo@mail.uniatlantico.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

El grafo potencia de un grupo finito G, denotado por $P(G)$, es el grafo cuyo conjunto de vértices es G y dos elementos son adyacentes si uno es potencia del otro. Ahora considerando un subgrupo normal H de G, el grafo potencia basado en el subgrupo normal H, denotado por $P_H(G)$, donde el conjunto de vértices es $(G-H)\cup\{e\}$ y dos vértices a y b son adyacentes si $aH=b^nH$ o $bH=a^mH$, para algunos n, $m\in\mathbb{N}$, en esta ponencia se explicará la relación que existe entre el grafo $P_H(G)$ y el grafo potencia del grupo cociente G/H, denotado $P(G/H)$, mostraremos las caracterizaciones de el grafo potencia basado en subrgupo normal H, tales como, cuando $P_H(G)$ es un grafo completo, Hamiltoniano, Euleriano, y Cayley. Las condiciones que debe cumplir el subgrupo normal para que el grafo $P_H(G)$ sea planar, y la prueba de que $P_H(G)$ es un grafo perfecto.

Palabras claves

Grafo Euleriano, Grafo Hamiltoniano, Grafo Planar, Grafo perfecto, Grafo Cayley.

Referencias

[1] A. K. Bhuniya, Sudip Bera (2016). *Normal Subgroup Based Power Graphs of a finite Group*, communications in Algebra, DOI: 10.1080/00927872.2016.1236122

[2] Chakrabarty, I., Ghosh, S., Sen, M. K. (2009). *Undirected Power graphs of semigroups*, Semigroup Forum. 78:410-426.

[3] West, D. B. (2001). *Introduction to Graph theory*, 2nd ed. pearson education.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Propiedades de las secuencias sonar Tipo Ruzsa y Welch exponencial

Sebastián Cortés - Yeison Rodriguez
Departamento de matemáticas
Filiación: Universidad del Tolima, Ibague, Colombia
e-mail: jscorteso@ut.edu.co - yorodriguezr@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Se tiene un objeto que se mueve hacia un observador o lejos de él, se quiere saber con eficacia la distancia y velocidad del objeto al observador. La solución al problema proviene del uso del efecto Doppler, el cual establece que cuando una señal rebota en un objeto en movimiento, su frecuencia cambia en proporción directa a la velocidad del objeto en relación con el observador. Para tratar de resolver el problema anterior Golomb y Taylor introdujeron las secuencias sonar en 1982 [3].

Una secuencia sonar es un conjunto formado por el grafo de una función, con la propiedad de que todas sus diferencias no nulas son distintas. En la actualidad existen varias construcciones para crear secuencias sonar, las secuencias dadas por la construcción Ruzsa y la Welch exponencial, en particular, son secuencias que presentaremos en este trabajo.

Primero presentamos algunas definiciones y propiedades básicas que serán nece− sarias para el desarrollo del trabajo. Damos a conocer la definición formal de Secuencias Sonar y algunos ejemplos, para finalmente mostrar las propiedades de las secuencias sonar tipor Ruzsa y Welch exponencial conocidas actualmente.

Palabras claves

- ∗ Secuencias Sonar.
- ∗ Conjuntos de Sidon.
- ∗ Raíz primitva.
- ∗ Grupo ciclico.

Referencias

[1] D.S. Dummit, R.M. Foote (1999), Abstract Algebra. John Wiley & Sons, Inc.

[2] O. Moreno, D. Bollman, L. Yuchun, (Marzo 7, 2003) "Exhaustive Search for Costas-Type Sequences for Multi-Target Recognition", IEEE Workshop on Future Trends of Distributed Computing Systems,

[3] O. Moreno, R. Games, and H. Taylor, (1993), "Sonar sequences from Costas arrays and the best known sonar sequences with up to 100 symbols", IEEE Transactions on Information Theory IT-39 , 1985-1989.

[4] D. Ruiz, C. Trujillo and Y. Caicedo (2014). New Constructions of Sonar Sequences. IJBAS: International Journal of Basic & Applied Sciences. Vol. 14 Issue 01, 12-16.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

EXISTENCIA DE SUBÁLGEBRAS DE CARTAN EN ÁLGEBRAS DE LIE SOLUBLES

Arturo Alexander Castro Galvis
Licenciatura en Matemáticas
Universidad de los Llanos, Villavicencio, Colombia
e-mail: acastrog@unillanos.edu.co

Felipe Lizarazo
Estudiante de Licenciatura en Matemáticas y Física
Universidad de los Llanos, Villavicencio, Colombia
e-mail: felipelizarazoq@gmail.com

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Las Álgebras de Lie nacieron de la tentativa de obtener una teoría para el estudio de las ecuaciones diferenciales parciales análogo a la teoría de Galois, para las ecuaciones polinomiales. La teoría que se conoce sobre las Álgebras de Lie, es el resultado de estudios realizados por los matemáticos: Sophus Lie, Wilhelm Killing y Elie Cartan.
En esta ponencia se presentan nociones básicas de álgebras de Lie y la caracterización de las álgebras de Lie solubles,la relación que existe con las álgebras de Lie nilpotentes y la existencia de las subálgebras de Cartan en álgebras de Lie solubles.

Palabras claves

Álgebras de Lie, Álgebras de Lie solubles, subálgebras de Cartan.

Referencias

[1] Gutiérrez, Ismael y Navarro, Manuel (2008). *Clases de álgebras de Lie y subálgebras de Cartan*, Revista Colombiana de Matemáticas, 42, 47-60 pp.

[2] Humphreys, James (1972). Introduction to Lie Algebras and Representation Theory. SpringerVerlag New York Inc.

[3] Jacobson, Nathan (1962). *Lie Algebras*. Interscience., New York.

[4] Lima, Elon (1998). *Algebra linear*. Terceira Edição. Instituto de Matemática Pura e Aplicada (CNPQ). Rio de Janeiro.

[5] Salmenson, Hans (1990). *Notes on Lie Algebras*, SpringerVerlag New York Inc.

[6] San Martín, Luiz A.B.(1999). *Álgebras de Líe*. Editora da Unicamp.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Ciclos límite en un modelo de depredación del tipo Leslie-Gower con respuesta funcional sigmoidea generalizada

Paulo César Tintinago Ruíz
Programa de Matemáticas
Filiación: Universidad del Quindío, Armenia, Colombia
e-mail: pctintinago@uniquindio.edu.co

Lina M. Gallego B., Leonardo D. Restrepo A.
Programa de Matemáticas, Departamento de Matemáticas y Estadística
Filiación: Universidad del Quindío, Universidad del Tolima, Colombia
e-mail: linag@uniquindio.edu.co, ldrestrepoa@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
8 al 10 de Mayo de 2019

Resumen

En esta ponencia, mostramos los resultados principales del estudio de la dinámica de un modelo de depredación del tipo Leslie- Gower que considera una respuesta funcional sigmoidea generalizada.

Determinamos las condiciones para la existencia de los puntos de equilibrio, su naturaleza y mostramos la existencia de una curva separatriz generada por la variedad estable del punto de equilibrio no hiperbólico (0,0), que divide el comportamiento de las trayectorias en el plano de fase.

Mostramos la existencia de ciclos límite infinitesimales generados por bifurcación de Hopf y ciclos límites no infinitesimales que se generan por el rompimiento de una curva heteroclinica. Realizamos algunas simulaciones usando Matlab que validan los resultados matemáticos.

Palabras claves

Modelo de depredación, ciclos límite, respuesta funcional sigmoidea.

Referencias

[1] Bazykin AD (1998). *Nonlinear Dynamics of Interacting Populations*, World Scientific: Singapore.

[2] Chicone C. (2006). *Ordinary differential equations with applications*, Texts in Applied Mathematics, Vol. 34. Springer.

[3] E. Gonzalez-Olivares, P. Tintinago- Ruiz and A. Rojas-Palma (2015). *A Leslie-Gower type predator-prey model with sigmoid functional response*, International Journal of Computer Mathematics.

[4] Lamontagne, Y. Coutu, C., Rousseau, C. (2008). *Bifurcation analysis of a predator-prey system with generalized Holling type III functional response*, J. Dyn. Difference Equat. 20, 535-571.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Marcos Generalizados en Espacios de Krein

CARRILLO CARVAJAL DIEGO
Departamento de Ciencias Básicas
Corporación Universitaria del Caribe, Sincelejo, Colombia
e-mail: diego.carrillo@cecar.edu.co

FERRER VILLAR OSMIN
Departamento de Matemáticas
Universidad de Sucre, Sincelejo, Colombia
e-mail: osmin.ferrer@unisucre.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Los espacios de Krein como generalización de los espacios de Hilbert, aparecen del mismo modo en diversas áreas de la física donde su principal diferencia está en la posibilidad de contar con un producto interno indefinido y de ganar propiedades que en el espacio de Hilbert quizás no se cumplan. Por otro lado, la teoría de marcos en espacios de Krein es de utilidad en el sentido práctico para la representación discreta de cualquiera de sus vectores en términos de una familia determinada, donde dicha representación se obtiene mediante series de funciones. El objetivo de este estudio fue generalizar la teoría estándar mencionada, de manera que los vectores del marco se puedan etiquetar utilizando índices discretos o continuos y así dar lugar a marcos que proporcionan representaciones continuas mediante integrales débiles. Ante ello, surgió lo que se denomina como *marcos generalizados en espacios de Krein* y en los cuales aparecen nuevos marcos de mayor interés. Tal generalización se logró dando una descripción de la teoría completamente en espacios de Krein con producto interno indefinido, donde uno de los resultados a destacar es el teorema de descomposición de marcos, el cual permite ver naturalmente un marco como una base generalizada.

Los espacios de Hilbert son el contexto común en el que se trabaja la explicación matemática de muchas áreas de la física, y en varios casos surge el problema de representar un vector f del espacio $\mathcal{H}$ en términos de alguna familia de vectores $\{f_n\}_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathcal{H}$. En teoría, la mejor solución para dicho problema es utilizar una base ortonormal pues su principal característica consiste en garantizar la unicidad de dicha representación, es decir, si

$$f = \sum_{n\in\mathbb{N}} c_n(f) f_n,$$

los coeficientes $c_n(f)$ son únicos. No obstante, las bases ortonormales son a menudo difíciles de manejar en la práctica y entre las formas de evitar la rigidez de dichas bases, se encuentra abandonar la ortogonalidad de los vectores y la unicidad de la representación, mientras se mantienen sus otras propiedades útiles como convergencia rápida de la misma aunque los coeficientes correspondientes no son necesariamente únicos. Ante ello, el objeto resultante es lo que se denomina un *marco* introducido en 1952 por Duffin y Schaeffer [1], trabajo en el cual los marcos se usaron como herramienta para el estudio de series de Fourier no armónicas. La importancia del concepto no se comprendió al comienzo, sin embargo tiempo después fue que estos objetos recibieron más atención entre matemáticos y físicos, gracias al trabajo publicado tres décadas después por Daubechies, Grossmann y Meyer [2] en el análisis wavelet.

Ahora bien, es natural querer extender la teoría de marcos en espacios de Hilbert a otros espacios más generales, que del mismo modo aparecen en diversas áreas de la física y en los cuales se puede ganar propiedades que en el espacio de Hilbert quizás no. Por ejemplo en [3] dan un enfoque directo de la teoría teniendo en cuenta la estructura de los espacios de Krein, en el sentido que se evita trabajar en el espacio de Hilbert asociado y transferir de uno al otro; sin embargo, dicho proceso de transferencia se realiza para la construcción de los ejemplos. Por otro lado, debido a que los marcos en espacios de Krein brindan una representación discreta donde se usan series de funciones, en este trabajo se generaliza la teoría estándar mencionada de tal manera que los vectores del marco se puedan etiquetar utilizando índices discretos o continuos y de este modo la teoría da lugar a marcos que proporcionan representaciones continuas mediante integrales débiles, es decir, aparecen nuevos marcos de mayor ínteres.

En primer lugar se establecen resultados principales de [3] sobre los marcos discretos en espacios de Krein con la estructura de estos espacios; asimismo se destacan aspectos fundamentales sobre espacios de Hilbert con W-métrica que serán de utilidad en los ejemplos. Luego, se pasa de los marcos discretos a los marcos continuos generalizando algunos resultados entre los que destaca el teorema de descomposición de marcos, el cual permite ver naturalmente un marco como una base generalizada. Por último, se finaliza el trabajo mostrando ejemplos de marcos continuos, donde se hace uso de propiedades del operador de Gram W_φ, como también de resultados sobre marcos de Gabor y marcos de Wavelet.

1. Marcos en Espacios de Krein

Un espacio con producto interno $(\mathfrak{F}, [\cdot,\cdot])$ es **descomponible** si admite una representación de la forma $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}^0[\dot{+}]\mathfrak{F}^+[\dot{+}]\mathfrak{F}^-$ llamada **descomposición fundamental**, donde $\mathfrak{F}^0 := \mathfrak{F} \cap \mathfrak{F}^\perp$ es la parte isotrópica de $\mathfrak{F}$, $\mathfrak{F}^+$ y $\mathfrak{F}^-$ son subespacios definido positivo y negativo de manera respectiva, es decir, $\mathfrak{F}^+(\mathfrak{F}^-)$ solo contiene vectores positivos(negativos) y el vector nulo donde un vector x es **positivo**, **negativo**, o **neutral** dependiendo si $[x,x] > 0$, $[x,x] < 0$, o $[x,x] = 0$ respectivamente. Ademas, si $\mathfrak{F}^0 = \{0\}$ entonces se dice que el espacio $\mathfrak{F}$ es no degenerado.

Por otro lado, un espacio con producto interno sin vectores positivos o sin vectores negativos se denomina espacio con producto interno semidefinido y un espacio no degenerado semidefinido se llama pre-Hilbert. Luego, si el espacio $\mathfrak{F}$ admite tal descomposición fundamental, entonces $(\mathfrak{F}^+, [\cdot,\cdot])$, $(\mathfrak{F}^-, -[\cdot,\cdot])$ son espacios pre-Hilbert y es posible definir una topología en $\mathfrak{F}^\pm$ por $\|\cdot\|_\pm := \sqrt{\pm[\cdot,\cdot]}$. Supuesto esto, la descomposición $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}^+[\dot{+}]\mathfrak{F}^-$ en espacios pre-Hilbert no es única, sin embargo mediante una descomposición ortogonal se define un espacio de Krein.

Definición 1.1. *Un espacio topológico con producto interno* $(\mathfrak{K}, [\cdot,\cdot])$ *que admite una descomposición fundamental* $(\mathfrak{K} = \mathfrak{K}^+[\dot{+}]\mathfrak{K}^-)$ *es un* ***Espacio de Krein*** *si la topología de la suma ortogonal coincide con la del espacio topológico y los subespacios* $(\mathfrak{K}^+, [\cdot,\cdot])$, $(\mathfrak{K}^-, -[\cdot,\cdot])$ *son espacios de Hilbert relativos a las normas* $\|\cdot\|_+$, $\|\cdot\|_-$ *respectivamente.*

Asumiendo una descomposición fundamental $\mathfrak{K} = \mathfrak{K}^+[\dot{+}]\mathfrak{K}^-$, se obtienen operadores $P^\pm$ que van de $\mathfrak{K}$ a $\mathfrak{K}^\pm$ denominados *proyectores fundamentales*, los cuales están definidos por $P^+k := k^+$, $P^-k := k^-$ satisfaciendo $(P^\pm)^2 = P^\pm$ y $[P^\pm k, h] = [k, P^\pm h]$, $\forall k, h \in \mathfrak{K}$, de tal manera que $P^+ + P^- = I_{\mathfrak{K}}$ y $P^+P^- = P^-P^+ = 0$ son los operadores identidad y nulo en $\mathfrak{K}$ respectivamente. Ahora bien, el operador $J : \mathfrak{K} \to \mathfrak{K}$ definido por $J := P^+ - P^-$, se llama *simetría fundamental* y satisface $J^2 = I_{\mathfrak{K}}$.

Si $[\cdot,\cdot]_J : \mathfrak{K} \times \mathfrak{K} \to \mathbb{K}$ es un producto interno dado por $[x,y]_J := [x, Jy]$, entonces $(\mathfrak{K}, [\cdot,\cdot]_J)$ es un espacio pre-hilbert donde $[\cdot,\cdot]_J$ se llama *J-producto interno*. De hecho, la topología de la suma directa ortogonal esta determinada por la norma asociada al J-producto interno, la cual se denota por $\|\cdot\|_J$ y se denomina *J-norma*. Por tanto, $(\mathfrak{K}, [\cdot,\cdot]_J)$ es un espacio de Hilbert.

Definición 1.2. *[3] Una sucesión contable* $\{k_n\}_{n\in\mathbb{N}} \subset \mathfrak{K}$ *es un* ***marco discreto*** *para el espacio de Krein* $(\mathfrak{K}, [\cdot,\cdot])$ *si existen constantes* $0 < A \leq B < \infty$ *de tal manera que para todo* $k \in \mathfrak{K}$,

$$A\|k\|_J^2 \leq \sum_{n\in\mathbb{N}} |[k, k_n]|^2 \leq B\|k\|_J^2$$

Ejemplo 1.1. *Sean* $\Re_2(\mathbb{N}) = \ell_2(\mathbb{N})$ *y su base estándar* $\{e_n\}_{n\in\mathbb{N}}$, *donde* $e_n = (\delta_{n,m})$, *es decir,* e_n *es la secuencia cuyo* n-*ésimo término es* 1 *y todos los otros términos son cero. Si se define la forma sesquilineal* $[\cdot,\cdot]_{\Re} : \Re_2(\mathbb{N}) \times \Re_2(\mathbb{N}) \to \mathbb{K}$ *en dicha base por* $[e_n, e_m]_{\Re_2} := (-1)^n \delta_{n,m}$ *y se extiende a todo* $\ell_2(\mathbb{N})$ *de tal manera que*

$$[\{\alpha_n\}_{n\in\mathbb{N}}, \{\beta_n\}_{n\in\mathbb{N}}]_{\Re_2} = \sum_{n\in\mathbb{N}} (-1)^n \overline{\alpha_n} \beta_n,$$

se obtiene que $(\Re_2(\mathbb{N}), [\cdot,\cdot]_{\Re_2})$ *es un espacio con producto interno indefinido y descomposición fundamental*

$$\Re_2(\mathbb{N}) = \overline{gen\{e_{2n}\}_{n\in\mathbb{N}}} \oplus \overline{gen\{e_{2n+1}\}_{n\in\mathbb{N}}}.$$

En tal caso como $[e_n, e_m]_{J_\Re} = [e_n, (-1)^m e_m] = (-1)^n(-1)^m \delta_{n,m} = \delta_{n,m}$, *se concluye que* $(\Re_2(\mathbb{N}), [\cdot,\cdot]_{J_\Re}) = (\ell_2(\mathbb{N}), \langle\cdot,\cdot\rangle)$ *donde* $\langle e_n, e_m\rangle = \delta_{n,m}$ *y efectivamente los subespacios* $(\overline{gen\{e_{2n}\}_{n\in\mathbb{N}}}, [\cdot,\cdot])$, $(\overline{gen\{e_{2n+1}\}_{n\in\mathbb{N}}}, -[\cdot,\cdot])$ *son completos. Por tal razón,* $(\Re_2(\mathbb{N}), [\cdot,\cdot]_{J_\Re})$ *es un espacio de Krein con simetría fundamental dada por* $J_\Re(\{\alpha_n\}_{n\in\mathbb{N}}) = \{(-1)^n \alpha_n\}_{n\in\mathbb{N}}$.

Proposición 1.1. *Sea* $\Re_2(\mathbb{N})$ *el espacio de Krein con simetría fundamental* $J_\Re$ *donde* $(\Re_2(\mathbb{N}), [\cdot,\cdot]_{J_\Re}) = (\ell_2(\mathbb{N}), \langle\cdot,\cdot\rangle)$. *Si* $\{k_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ *es un marco discreto para el espacio de Krein* $\mathfrak{K}$, *entonces el operador lineal*

$$T : (\mathfrak{K}, [\cdot,\cdot]) \to (\Re_2(\mathbb{N}), [\cdot,\cdot]_{\Re_2}), \qquad T(k) := \{[k_n, k]\}_{n\in\mathbb{N}}, \quad k \in \mathfrak{K},$$

está bien definido y es continuo.

Ahora se define el **operador marco** $S : (\mathfrak{K}, [\cdot,\cdot]) \to (\mathfrak{K}, [\cdot,\cdot])$ dado por $S := T^* J_\Re T$ tal que para todo $k \in \mathfrak{K}$,

$$Sk = \sum_{n\in\mathbb{N}} [k_n, k] k_n.$$

Luego, se obtiene que el operador marco en espacios de Krein es auto-adjunto e invertible [**3, cap. 3**], lo cual permite llegar al Teorema de Descomposición de Marcos en espacios de Krein.

Teorema 1.1. ***[3, cap. 3](Teorema de Descomposición de Marcos)***
Sea $\{k_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ *un marco discreto para el espacio de Krein* $\mathfrak{K}$ *y* S *el operador marco asociado, entonces para todo* $k \in \mathfrak{K}$,

$$k = \sum_{n\in\mathbb{N}} [k_n, k] S^{-1} k_n,$$

$$k = \sum_{n\in\mathbb{N}} [S^{-1} k_n, k] k_n,$$

y ambas series convergen incondicionalmente.

2. Marcos Generalizados en Espacios de Krein

Si se considera el conjunto discreto $\mathcal{M} = \mathbb{N}$ de los números naturales y la σ-álgebra $\mathcal{B} = 2^{\mathbb{N}}$, cualquier función $\eta : \mathcal{M} \to \mathfrak{K}$ es débilmente medible en $\mathfrak{K}$. En particular, si $\{\eta_x\}_{x\in\mathbb{N}}$ es una sucesión en el espacio de Krein $\mathfrak{K}$, la función $\eta : \mathbb{N} \to \mathfrak{K}$ definida por $\eta(x) = \eta_x$ es débilmente medible en $\mathfrak{K}$, es decir, la función que envía $x \in \mathbb{N}$ a $[\eta_x, k]$ es medible para cada $k \in \mathfrak{K}$. Ademas, para la medida de conteo μ en $(\mathbb{N}, 2^{\mathbb{N}})$ se tiene que

$$\int_{\mathcal{M}} |[\eta_x, k]|^2 d\mu(x) = \sum_{x\in\mathbb{N}} |[\eta_x, k]|^2.$$

Por lo cual, si $\{\eta_x\}_{x\in\mathbb{N}}$ es un marco discreto en $\mathfrak{K}$ con cotas $b \geq a > 0$ se tiene que

$$a\|k\|_J^2 \leq \int_{\mathcal{M}} |[\eta_x, k]|^2 d\mu(x) \leq b\|k\|_J^2$$

Definición 2.1. *Un **Marco Continuo** de rango $n \in \mathbb{N}$ en el espacio de Krein $\mathfrak{K}$ respecto al espacio medible $\mathcal{M}$ y la medida signada ν σ-finita, es una familia $\{\eta_x^1, \eta_x^2, \cdots, \eta_x^n\}_{x\in\mathcal{M}}$ en $\mathfrak{K}$ de tal manera que las funciones $\eta^i : \mathcal{M} \to \mathfrak{K}$ con $\eta^i(x) = \eta_x^i$ son débilmente medibles. Además existen números reales $b \geq a > 0$ tal que para todo $k \in \mathfrak{K}$,*

$$a\|k\|_J^2 \leq \sum_{i=1}^{n} \int_{\mathcal{M}} |[\eta_x^i, k]|^2 d|\nu|(x) \leq b\|k\|_J^2$$

*Las constantes a y b son las cotas del marco y la propiedad anterior es la **condición del marco**. Las cotas óptimas del marco son el mayor valor posible de a y el menor valor posible de b, además si $a = b$ el marco continuo se dice ajustado.*

Observación 2.1. *Se sabe que un espacio de Krein puede ser un espacio de Hilbert donde su J-norma es sencillamente su norma natural, por tal razón la condición del marco $\{\eta_x^1, \eta_x^2, \cdots, \eta_x^n\}_{x\in\mathcal{M}}$ en el espacio de Hilbert asociado $(\mathfrak{K}, [\cdot,\cdot]_J)$ es*

$$a\|k\|_J^2 \leq \sum_{i=1}^{n} \int_{\mathcal{M}} |[\eta_x^i, k]_J|^2 d|\nu|(x) \leq b\|k\|_J^2.$$

Teorema 2.1. *Sea $\{\eta_x^1, \eta_x^2, \cdots, \eta_x^n\}_{x\in\mathcal{M}}$ una familia en el espacio de Krein $\mathfrak{K}$, entonces las siguientes afirmaciones son equivalentes:*

i) $\{\eta_x^1, \eta_x^2, \cdots, \eta_x^n\}_{x\in\mathcal{M}}$ *es un marco para el espacio de Krein* $\mathfrak{K}$.

ii) $\{\eta_x^1, \eta_x^2, \cdots, \eta_x^n\}_{x\in\mathcal{M}}$ *es un marco para el espacio de Hilbert* $(\mathfrak{K}, [\cdot,\cdot]_J)$.

iii) $\{J\eta_x^1, J\eta_x^2, \cdots J\eta_x^n\}_{x\in\mathcal{M}}$ *es un marco para el espacio de Krein* $\mathfrak{K}$.

iv) $\{J\eta_x^1, J\eta_x^2, \cdots J\eta_x^n\}_{x\in\mathcal{M}}$ *es un marco para el espacio de Hilbert* $(\mathfrak{K}, [\cdot,\cdot]_J)$.

Aquí cada marco continuo de rango n *tiene las mismas cotas del marco* $b \geq a > 0$.

Observación 2.2. *Sea* $\bigoplus_{i=1}^n \mathfrak{K}_2(\mathcal{M},\nu)$ *el espacio de vectores* $f = (f_1,\cdots,f_n)$ *de tal manera que para cada* $i = 1,\cdots,n$, *las funciones* f_i *pertenecen al espacio* $\mathfrak{K}_2(\mathcal{M},\nu)$ *correspondiente a las funciones* $f \in \mathcal{L}_2(\mathcal{M},|\nu|)$ *con el producto interno indefinido determinado por* $[\cdot,\cdot]_{\mathfrak{K}} : \mathcal{L}_2(\mathcal{M},|\nu|) \times \mathcal{L}_2(\mathcal{M},|\nu|) \to \mathbb{K}$, *donde*

$$[h,f]_{\mathfrak{K}} := \int_{\mathcal{M}} \overline{h} f \, d\nu,$$

Ademas, si se considera el producto interno dado por

$$[(h_1,\cdots,h_n),(f_1,\cdots,f_n)]_{\bigoplus} := \sum_{i=1}^n \int_{\mathcal{M}} \overline{h_i} f_i \, d\nu,$$

entonces $\bigoplus_{i=1}^n \mathfrak{K}_2(\mathcal{M},\nu)$ *es un espacio de Krein con descomposición fundamental*

$$\bigoplus_{i=1}^n \mathfrak{K}_2(\mathcal{M},\nu) = \bigoplus_{i=1}^n L_2(\mathcal{M}_+,\nu_+) \, [\dot{+}] \bigoplus_{i=1}^n L_2\,(\mathcal{M}_-,\nu_-).$$

Luego, si sus elementos se consideran como vectores columna entonces se tiene que la simetría fundamental está dada por la matriz de operadores

$$J_{\nu,n} = \begin{pmatrix} J_\nu & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & J_\nu & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & J_\nu \end{pmatrix}$$

y dicho espacio de Krein es el que adopta el rol similar al espacio $\mathfrak{R}_2(\mathbb{N})$ *como se hizo en el caso discreto.*

Proposición 2.1. *Sea* $\widehat{k}_i : \mathcal{M} \to \mathbb{C}$ *la función definida por* $\widehat{k}_i(x) := [\eta_x^i, k]$ *y designada como* ***la transformada de*** $k \in \mathfrak{K}$ ***con respecto a*** η^i *en el espacio de Krein* $\mathfrak{K}$, *donde las funciones* η^i *están determinadas por el marco* $\{\eta_x^1, \eta_x^2, \cdots, \eta_x^n\}_{x\in\mathcal{M}}$. *El operador lineal* $T : \mathfrak{K} \to \bigoplus_{i=1}^n \mathfrak{K}_2(\mathcal{M},\nu)$ *definido por*

$$Tk := (\widehat{k}_1, \cdots, \widehat{k}_n),$$

está bien definido y es acotado.

Demostración. En vista de la condición del marco se tiene que para cada $i = 1, \cdots, n$ y todo $k \in \mathfrak{K}$,

$$\int_{\mathcal{M}} |[\eta_x^i, k]|^2 d|\nu|(x) \leq b\|k\|_J^2 < \infty.$$

Luego, el operador T está bien definido ya que $\widehat{k}_i \in \mathfrak{K}_2(\mathcal{M}, \nu)$. También es lineal debido a la linealidad del producto interno pues si $k, h \in \mathfrak{K}$ y $\alpha \in \mathbb{K}$ se tiene que para cada $i = 1, \cdots, n$,

$$(\widehat{k + \alpha h})_i(x) = [\eta_x^i, k + \alpha h] = [\eta_x^i, k] + \alpha[\eta_x^i, h] = \widehat{k}_i(x) + \alpha \widehat{h}_i(x),$$

de donde

$$T(k + \alpha h) = ((\widehat{k + \alpha h})_1, \cdots, (\widehat{k + \alpha h})_n) = (\widehat{k}_1 + \alpha \widehat{h}_1, \cdots, \widehat{k}_n + \alpha \widehat{h}_n) = Tk + \alpha Th.$$

Además, el operador T es acotado pues

$$\begin{aligned} \|Tk\|_{J_{\nu,n}}^2 &= \sum_{i=1}^n [\widehat{k}_i, \widehat{k}_i]_{J_\nu} = \sum_{i=1}^n \int_{\mathcal{M}} [k, \eta_x^i][\eta_x^i, k] d|\nu|(x) \\ &= \sum_{i=1}^n \int_{\mathcal{M}} |[\eta_x^i, k]|^2 d|\nu|(x) \leq b\|k\|_J^2. \end{aligned}$$

□

Teorema 2.2. *Sea* $\{\eta_x^1, \eta_x^2, \cdots, \eta_x^n\}_{x \in \mathcal{M}}$ *una familia de vectores en* $\mathfrak{K}$ *tal que para cada* $i = 1, \cdots, n$, η^i *es débilmente medible. Si la condición del marco se satisface en un subconjunto denso* $\mathfrak{G}$ *de* $\mathfrak{K}$, $\{\eta_x^1, \eta_x^2, \cdots, \eta_x^n\}_{x \in \mathcal{M}}$ *es un marco continuo de rango n en* $\mathfrak{K}$.

Definición 2.2. *Sea* T *el operador lineal de la proposición* **??** *asociado al marco* $\{\eta_x^1, \eta_x^2, \cdots, \eta_x^n\}_{x \in \mathcal{M}}$. *El respectivo adjunto* $T^* : \bigoplus_{i=1}^n \mathfrak{K}_2(\mathcal{M}, \nu) \to \mathfrak{K}$ *se denomina el* ***Operador Pre-marco***.

Proposición 2.2. *El operador pre-marco* $T^* : \bigoplus_{i=1}^n \mathfrak{K}_2(\mathcal{M}, \nu) \to \mathfrak{K}$ *está dado por*

$$T^*(f_1, \cdots, f_n) = \sum_{i=1}^n \int_{\mathcal{M}} f_i(x) \eta_x^i d\nu(x), \qquad f_i \in \mathfrak{K}_2(\mathcal{M}, \nu),$$

donde la integral débil de $f_i \cdot \eta^i$ *en* $\mathfrak{K}$ *es el adjunto* $T_i^* : \mathfrak{K}_2(\mathcal{M}, \nu) \to \mathfrak{K}$ *de la proyección* T_i, *es decir,*

$$T_i^* f_i = \int_{\mathcal{M}} f_i(x) \eta_x^i d\nu(x).$$

Teorema 2.3. *Sea* T^* *el operador pre-marco asociado a* $\{\eta_x^1, \eta_x^2, \cdots, \eta_x^n\}_{x\in\mathcal{M}}$. *La familia* $\{\eta_x^1, \eta_x^2, \cdots, \eta_x^n\}_{x\in\mathcal{M}}$ *es un marco continuo de rango* $\boldsymbol{n}$ *en* $\mathfrak{K}$ *si y sólo si el operador pre-marco es acotado y sobre.*

Definición 2.3. *Sean* T^* *el Operador Pre-marco asociado a* $\{\eta_x^1, \eta_x^2, \cdots, \eta_x^n\}_{x\in\mathcal{M}}$ *y* $J_{\nu,n}$ *la simetría fundamental del espacio de Krein* $\bigoplus_{i=1}^n \mathfrak{K}_2(\mathcal{M}, \nu)$. *El operador lineal* $S : \mathfrak{K} \to \mathfrak{K}$ *definido por*

$$S = T^* J_{\nu,n} T,$$

*se llama el **Operador Marco**.*

Por último, es posible representar cada vector en el espacio de Krein mediante el uso de la integral débil y el marco continuo asociado.

Teorema 2.4. ***(Teorema de Descomposición de Marcos)***
Sean S^{-1} *el inverso del operador marco asociado a* $\{\eta_x^1, \eta_x^2, \cdots, \eta_x^n\}_{x\in\mathcal{M}}$ *en el espacio de Krein* $\mathfrak{K}$. *En tal caso, cada* k *en* $\mathfrak{K}$ *tiene las siguientes representaciones*

$$k = \sum_{i=1}^{n} \int_{\mathcal{M}} [S^{-1}\eta_x^i, k]\eta_x^i d|\nu|(x),$$

$$k = \sum_{i=1}^{n} \int_{\mathcal{M}} [\eta_x^i, k]S^{-1}\eta_x^i d|\nu|(x),$$

donde las integrales convergen débilmente en $\mathfrak{K}'$.

Demostración. Teniendo en cuenta que el inverso del operador marco es autoadjunto, se deduce fácilmente la primera igualdad,

$$k = S(S^{-1}k) = \sum_{i=1}^{n} \int_{\mathcal{M}} [\eta_x^i, S^{-1}k]\eta_x^i d|\nu|(x) = \sum_{i=1}^{n} \int_{\mathcal{M}} [S^{-1}\eta_x^i, k]\eta_x^i d|\nu|(x).$$

Además, debido a las propiedades de la integral débil se tiene que

$$k = S^{-1}(Sk) = \sum_{i=1}^{n} \int_{\mathcal{M}} S^{-1}([\eta_x^i, k]\eta_x^i) d|\nu|(x) = \sum_{i=1}^{n} \int_{\mathcal{M}} [\eta_x^i, k]S^{-1}\eta_x^i d|\nu|(x).$$

□

3. Operador de Gram W_φ y Marcos de Gabor

Observación 3.1. *[3] Los marcos para los espacios de Krein provienen de* L_2*-espacios* $\mathcal{L}_2(\mathcal{M}, \mu)$. *Si* μ *es una medida positiva en una* σ*-álgebra sobre*

$\mathcal{M}$ y φ una función real medible de tal manera que para ciertas funciones $f, g \in \mathcal{L}_2(\mathcal{M}, \mu)$,

$$[f, g] := \int \overline{f(x)} g(x) \varphi(x) \, d\mu(x), \qquad f, g \in \mathcal{L}_2(\mathcal{M}, \mu), \tag{3.1}$$

define un producto interno y se pueda obtener un espacio de Krein tomando una completación tal que $\mathcal{L}_2(\mathcal{M}, |\varphi|\mu)$ da lugar a dicho espacio con simetría fundamental J de tal forma que el producto interno positivo que resulta está dado por

$$[f, g]_J := \int \overline{f(x)} g(x) |\varphi(x)| \, d\mu(x),$$

entonces aunque se pueda aplicar la teoría de marcos ya sea al espacio de Krein o al espacio de Hilbert asociado; se prefiere trabajar en el espacio de Krein debido a que si se pasa de φ a $|\varphi|$ se podría perder algunas propiedades como por ejemplo el hecho de ser una función diferenciable, tal como sucede cuando $\varphi(x) = x$.

Si en particular se considera el operador W_φ definido en $\mathcal{L}_2(\mathbb{R})$ por $(W_\varphi f)(x) := \varphi(x) f(x)$, resulta que la $W_\varphi-$métrica coincide con el producto dado en la ecuación (1), esto es, $[f, g] = \langle f, W_\varphi g \rangle$.

Ahora bien, para la transferencia de marcos es importante tener W_φ auto-adjunto y $Ker(W_\varphi) = \{0\}$. Además, para determinar la continuidad del operador de Gram W_φ y saber si el cero pertenece o no al espectro del mismo, será de utilidad los conceptos del supremo esencial e ínfimo esencial definidos respectivamente por

$$ess\,sup(\varphi) := \text{ínf} \left\{ c \in \mathbb{R} : \; \mu\left((\varphi^{-1}((c, \infty)) \right) = 0 \right\}$$

$$ess\,inf(\varphi) := \sup \left\{ c \in \mathbb{R} : \; \mu\left(\varphi^{-1}((-\infty, c)) \right) = 0 \right\},$$

Lema 3.1. *Sea $\mathcal{L}_2(\mathbb{R})$ con la respectiva medida de Lebesgue y φ una función real medible, entonces el conjunto D de funciones $f \in \mathcal{L}_2(\mathbb{R})$ tal que $\int_{\mathbb{R}} |f(x)|^2 |\varphi(x)|^2 \, dx < \infty$, es denso en $\mathcal{L}_2(\mathbb{R})$.*

Proposición 3.1. *Sea $W_\varphi : dom(W_\varphi) \subseteq \mathcal{L}_2(\mathbb{R}) \to \mathcal{L}_2(\mathbb{R})$ el operador de Gram dado por $(W_\varphi f)(x) := \varphi(x) f(x)$ y dominio,*

$$dom(W_\varphi) := \left\{ f \in \mathcal{L}_2(\mathbb{R}) : \; \int_{\mathbb{R}} |f(x)|^2 |\varphi(x)|^2 \, dx < \infty \right\},$$

entonces W_φ es auto-adjunto.

Demostración. La existencia del operador adjunto W_φ^* esta garantizada por el lema **??**. Por lo cual, se busca demostrar en ese caso que $W_\varphi = W_\varphi^*$.

En primer lugar, W_φ resulta simétrico, es decir, $W_\varphi \subset W_\varphi^*$ pues para cada $f, g \in dom(W_\varphi)$ se cumple

$$\langle f, W_\varphi g\rangle = \int_{\mathbb{R}} \overline{f(x)}\varphi(x)g(x)\,dx = \int_{\mathbb{R}} \overline{\varphi(x)f(x)}g(x)\,dx = \langle W_\varphi f, g\rangle.$$

Pues bien, sea $f \in dom(W_\varphi^*) \subseteq \mathcal{L}_2(\mathbb{R})$. Se sabe por el lema **??** que para $g \in \mathcal{L}_2(\mathbb{R})$ se tiene que $g_n := \chi_{K_n} g \in dom(W_\varphi)$ con $n \in \mathbb{N}$, entonces se cumple $\langle W_\varphi^* f, g_n\rangle = \langle f, W_\varphi(g_n)\rangle$ y si f_n se define de manera similar como g_n, se deduce

$$\begin{aligned}
\langle \chi_{K_n} W_\varphi^* f, g\rangle &= \int_{\mathbb{R}} \chi_{K_n}(x)\overline{W_\varphi^* f(x)}g(x)\,dx \;=\; \langle W_\varphi^* f, g_n\rangle \;=\; \langle f, W_\varphi(g_n)\rangle \\
&= \int_{\mathbb{R}} \overline{f(x)}\,\varphi(x)\,\chi_{K_n} g(x)\,dx \;=\; \int_{\mathbb{R}} \overline{\varphi(x)\chi_{K_n} f(x)}g(x)\,dx \;=\langle W_\varphi(f_n), g\rangle.
\end{aligned}$$

Luego, $|W_\varphi(f_n)| = |\chi_{K_n} W_\varphi^* f| \leq |W_\varphi^* f|$, o sea, $\{|W_\varphi(f_n)|^2\}_{n\in\mathbb{N}}$ es una sucesión que converge casi en todas partes a $|W_\varphi^* f|^2$ pues $|W_\varphi(f_n)| \leq |W_\varphi(f_{n+1})|$, entonces en virtud del Teorema de Convergencia Monótona [**?**] se concluye

$$\int_{\mathbb{R}} |f(x)|^2|\varphi(x)|^2\,dx = \lim_{n\to\infty} \int_{\mathbb{R}} |f_n(x)|^2|\varphi(x)|^2\,dx = \lim_{n\to\infty} \int_{\mathbb{R}} |(W_\varphi f_n)(x)|^2\,dx = \|W_\varphi^* f\|^2 < \infty.$$

Por tanto, $f \in dom(W_\varphi)$, esto es, $W_\varphi^* \subset W_\varphi$ y en consecuencia $W_\varphi = W_\varphi^*$. □

Teniendo ya W_φ auto-adjunto, solo resta saber cuando $Ker(W_\varphi) = \{0\}$ y así poder obtener W_φ operador de Gram, lo cual se logra con la condición $\mu(\varphi^{-1}(\{0\})) = 0$.

Proposición 3.2. *Sea W_φ el operador de Gram dado en la proposición anterior, entonces W_φ no es acotado si $ess\,sup(|\varphi|) = \infty$.*

Demostración. Si $ess\,sup(|\varphi|) = \infty$, entonces no existe $c > 0$ tal que $\mu\left(|\varphi|^{-1}\left((c,\infty)\right)\right) = 0$, es decir, $\mu\left(|\varphi|^{-1}\left((n,\infty)\right)\right) > 0$ para cada $n \in \mathbb{N}$ y de hecho como la medida de Lebesgue μ es σ-finita, existen conjuntos medibles $M_n \subset |\varphi|^{-1}\left((n, c_n)\right)$, $c_n > n$ tal que $0 < \mu(M_n) < \infty$. Luego, las funciones χ_{M_n}, $n \in \mathbb{N}$ pertenecen al dominio de W_φ y son distintas del cero ya que (c, c_n) es acotado y $\|\chi_{M_n}\|^2 = \mu(M_n)$.

En tal caso, si W_φ fuera acotado

$$\|W_\varphi\| \geq \sup_{n\in\mathbb{N}} \frac{\|W_\varphi \chi_{M_n}\|}{\|\chi_{M_n}\|} \geq \sup_{n\in\mathbb{N}} \frac{\sqrt{\int_{M_n} |\varphi|^2\,dx}}{\|\chi_{M_n}\|} \geq \sup_{n\in\mathbb{N}} \frac{n\|\chi_{M_n}\|}{\|\chi_{M_n}\|} = \sup_{n\in\mathbb{N}} n = \infty,$$

lo que sería una contradicción y por tanto el operador W_φ no puede ser acotado.
□

Proposición 3.3. *Para el operador de Gram* W_φ *se cumple que* 0 *pertenece a su espectro si y sólo si* $ess\,inf(|\varphi|) = 0$.

Demostración. Análogamente a la proposición **??** si $\mu(|\varphi|^{-1}((0,c))) \neq 0$ para algún $c > 0$, entonces existe un conjunto medible $M \subset |\varphi|^{-1}((0,c))$ tal que $0 < \mu(M) < \infty$. Así, $\chi_M \in dom(|W_\varphi|) \setminus \{0\}$ y

$$\langle |W_\varphi|\chi_M, \chi_M\rangle = \langle |\varphi|\chi_M, \chi_M\rangle \leq c\langle \chi_M, \chi_M\rangle, \tag{3.2}$$

donde se utiliza el hecho de que $W_{|\varphi|} = |W_\varphi|$ con $dom(W_{|\varphi|}) = dom(W_\varphi)$.

Ahora, $0 \notin spec(W_\varphi) \Leftrightarrow 0 \notin spec(|W_\varphi|) \Leftrightarrow |W_\varphi| \geq \delta$ para algún $\delta > 0$, esto ocurre si y sólo si

$$\delta\langle f, f\rangle \leq \langle |W_\varphi| f, f\rangle = \langle |\varphi| f, f\rangle, \ \forall f \in dom(|W_\varphi|),$$

Luego, por la ecuación (2) se infiere que $\delta\langle f, f\rangle \leq \langle |W_\varphi| f, f\rangle$, $\forall f \in dom(|W_\varphi|)$ si y sólo si $\mu(|\varphi|^{-1}((0,c))) = 0$, $\forall c \in [0, \delta)$, lo que equivale a $0 < \delta \leq ess\,inf(|\varphi|)$.

□

Ejemplo 3.1. *[**6**, **sec. 11.1**] Si* ψ *pertenece a* $\mathcal{L}_2(\mathbb{R})$ *y satisface,*

$$C_\psi := \int_{\mathbb{R}} \frac{|\widehat{\psi}(x)|^2}{|x|}\,dx < \infty,$$

donde $\widehat{\psi}$ *denota la transformada de Fourier de* ψ, *entonces* $\{\psi^{a,b}\}_{(a,b)\in(\mathbb{R}\setminus\{0\})\times\mathbb{R}}$ *es un marco continuo ajustado de rango 1 para* $\mathcal{L}_2(\mathbb{R})$, *el cual denominamos como un marco continuo de Wavelet tal que*

$$\psi^{a,b}(x) := \frac{1}{\sqrt{|a|}}\psi\left(\frac{x-b}{a}\right),$$

y la cota del marco está dada por C_ψ *ya que [**6**, **prop. 11.1.1**],*

$$C_\psi \|f\|^2 = \int_{\mathbb{R}^2} |\langle \psi^{a,b}, f\rangle_{\mathcal{L}_2}|^2 \,\frac{dadb}{a^2}.$$

Al igual que el ejemplo anterior, si se considera $\varphi(x) = x$ *y* W_x *como en la proposición **??**, es decir,* $(W_x f) := x f(x)$ *y*

$$dom(W_x) := \left\{ f \in \mathcal{L}_2(\mathbb{R}) : \int_{\mathbb{R}} |f(x)|^2 |x|^2\,dx < \infty \right\},$$

entonces el operador W_x *es autoadjunto y como* $\mu(\varphi^{-1}(\{0\})) = 0$, $Ker(W_x) = \{0\}$ *. Además, ya que* $0 = ess\,inf(|\varphi|) < ess\,sup(|\varphi|) = \infty$ *para* $\varphi(x) = x$, *se tiene que* W_x *es no acotado y que* $0 \in spec(W_x)$. *Además el espacio de Krein* $\mathcal{H}_{W_x}$ *corresponde a*

$$\mathfrak{K}_2(\mathbb{R}, xdx) = \left\{ f : \mathbb{R} \to \mathbb{C} \text{ medible} : \int_{\mathbb{R}} |f(x)|^2 |x| dx < \infty \right\},$$

con simetría fundamental $J = \chi_{[0,\infty)} - \chi_{(-\infty,0)}$ *y operadores unitarios definidos en casi todas partes por*

$$U_x := \overline{W_{|\phi|^{1/2}}} : \mathfrak{K}_2(\mathbb{R}, xdx) \to \mathcal{L}_2(\mathbb{R}), \quad (Uf)(x) := \sqrt{|x|}f(x),$$
$$U_x^{-1} := \overline{W_{|\phi|^{-1/2}}} : \mathcal{L}_2(\mathbb{R}) \to \mathfrak{K}_2(\mathbb{R}, xdx), \quad (U_x^{-1}f)(x) := \frac{1}{\sqrt{|x|}}f(x).$$

Luego, teniendo cuenta que $\{\psi^{a,b}\}_{(a,b)\in(\mathbb{R}\setminus\{0\})\times\mathbb{R}}$ *es un marco continuo ajustado de rango 1 para* $\mathcal{L}_2(\mathbb{R})$ *con cota del marco* C_ψ*, se concluye que*

$$\{U_x^{-1}\psi^{a,b}\}_{(a,b)\in(\mathbb{R}\setminus\{0\})\times\mathbb{R}} = \left\{\frac{1}{\sqrt{|x|}}\psi^{a,b}\right\}_{(a,b)\in(\mathbb{R}\setminus 0)\times\mathbb{R}}$$

es un marco continuo de rango 1 en el espacio de Krein $\mathfrak{K}_2(\mathbb{R}, xdx)$ *con la misma cota del marco* C_ψ*, y asimismo en vista del teorema* **??**,

$$f = \int_{\mathbb{R}^2} \left[S^{-1}(U_x^{-1}\psi^{a,b}), f\right] U_x^{-1}\psi^{a,b}\,\frac{dadb}{a^2}, \qquad f \in \mathfrak{K}_2(\mathbb{R}, xdx).$$

Palabras claves

Espacio de krein, teoría de marcos, integral débil, W-métrica.

Referencias

[1] R. Duffin, A. Schaeffer, *A class of nonharmonic fourier series*, Trans. Amer. Math. Soc. 72 (1952), 341-366.

[2] I. Daubechies, A. Grossmann, Y. Meyer, *Painless nonorthogonal expansions*, J. Math. Phys. 27 (1986), 1271-1283.

[3] K. Esmeral, O. Ferrer, E. Wagner, *Frames in Krein spaces arising from a non-regular W-metric*, Banach J. Math. Anal. 9 (2015), 1-16.

[4] T. Azizov, I. Iokhvidov, *Linear operators in spaces with an indefinite metric*, John Wiley and Sons, Chichester, 1989.

[5] J. Bognar, *Indefinite inner product spaces*, Springer, Berlin, 1974.

[6] O. Christensen, *An introduction to frames and Riesz bases*, Birkhäuser, Boston, 2003.

[7] D. Han, K. Kornelson, D. Larson, E. Weber, *Frames for Undergraduates, Student Mathematical Library*, American Mathematical Society, Providence, 2007.

[8] S. Ali, J. Antoine, J. Gazeau, *Coherent States, Wavelets and their Generalizations*, Springer, New York, 2000.

[9] G. Kaiser, *A Friendly Guide to Wavelets*, Birkhäauser, Boston, 1994.

[10] T. Kato, *Perturnation Theory for Linear Operators*, Springer, Berkeley, 1995.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Acerca del problema $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = N$ & el logos-aditivo

Óscary Ávila-Hernández
Facultad de Humananidades y Educación
Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela
e-mail: `arxiv.oscary@gmail.com`

Fredy Enrique González
Núcleo de Investigación en Educación Matemática (NIEM)
Universidad Pedagógica Experimental Libertador,Maracay,Venezuela
e-mail: `tutorizadoxfredy@gmail.com`

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

En **Combinatoria** solucionar un problema de **Conteo** equivale a calcular el cardinal del conjunto de todos los elementos que se desean contar (Gutiérrez, 2012). Si pretendemos **contar** todos los números primos menores que 1.000 algo que podríamos hacer es calcular el cardinal sobre el conjunto:

$$\mathrm{P}(1.000) = [\ \mathrm{m}\ /\ \mathrm{m}\ \text{es primo, donde}\ m < 1000]$$

La importancia sobre algunos métodos y tópicos en la matemática contemporánea se han proyectado gracias a un ranking plasmado por notables actores, muestra de ello fue el conocido suceso de 1900 durante el Congreso Internacional de Matemáticas, donde el versado e influyente David Hilbert plantea una lista de problemas abiertos, a los cuales la comunidad matemática dedica su atención (Corry, 1998). Este trabajo pretende postular las caracterizaciones colectivas y elementales planteadas por un grupo de educandos que posee escolaridad rural en Colombia, frente a la solución de un problema aritmético de conteo-delgados, en un ambiente mediado y asistido por el denominado software Partitions-Package. Específicamente se aborda un problema **no rutinario y de conteo** en la ecuación diofántica:

$$N = S_1 + S_2 + S_3 \tag{1}$$

Siendo $[N]$ un número natural y $[S_i]$ un entero positivo.

Formalmente si hacemos $k = 1, 2, 3$ el problema traduce e implica respectivamente contar todas las formas de escribir el número natural (n) como suma de $1, 2$ y 3 términos, enteros positivos, es decir contar todas las soluciones (positivas) en la ecuación diofántica lineal.

$$S_1 + S_2 + S_3 = n \tag{2}$$

Proposición (1). Si $k = 1$ claramente se deduce que $P(n, 1) = 1$.
Ahora con $k = 2$ entonces $P(n, 2) = [\frac{n}{2}]$; donde la expresión $[\frac{n}{2}]$ representa (significa) la función parte entera de la fracción $(\frac{n}{2})$.

Proposición (2). Si **k=3.** Bajo un ambiente computacional y de software asistido con Partitions-Package se logra construir, de forma ad-hoc, una cota de carácter elemental:

$$P(n, 2) = [\tfrac{n}{2}] < P(n, 3) < F(n) = [(\tfrac{n}{2}) - 1]\ [(\tfrac{n}{2}) - 1]$$

Proposición (3). Si $2n$ pertenece a los enteros positivos entonces:

$$P(2n, 2) = P(2n + 1, 2) \tag{3}$$

Retomando la caracterización hecha por Zalamea(2009), este problema **aditivo y de conteo** logra ubicarse en la frontera de las matemáticas elementales-clásicas, y es propio de la teoría de números.

Palabras claves

Combinatoria enumerativa, educación matemática, particiones, teoría de números.

Referencias

[1] Andrews, G. (1984). *The theory of partitions.* Cambridge University Press.

[2] Castro, E., Rico, L., & Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modernización.* Bogotá: Una empresa docente.

[3] Corry, L. (1998). *Los 23 problemas de Hilbert y su trasfondo histórico.* Boletín de la Asociación Matemática Venezolana, 2, 119-125.

[4] Gutiérrez, F. (2012). *La complejidad computacional de contar polímeros.* Tesis Maestría en Matemáticas. Universidad Industrial de Santander (UIS). Colombia.

[5] Griffiths, P. (2000). *Las matemáticas ante el cambio del milenio.* La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española. Vol.3 (1), pp. 23-41

[6] Restrepo, P. (2010). *Un recorrido por la combinatoria.* Universidad Antonio Nariño y Olimpiadas colombianas de matemáticas. Bogotá.

[7] Zalamea, F. (2009). *La Filosofía sintética de las matemáticas contemporáneas.* Bogotá: Editorial Universidad Nacional de Colombia.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADíSTICA

Una Aplicación del Análisis Funcional a la Teoría de La Optimización

Daniel Alfonso Sánchez Vega
Departamento de Matemáticas
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
e-mail: daasanchezve@unal.edu.co

Raúl Figueroa Sierra
Departamento de Matemáticas
Universidad de Los Andes, Bogotá, Colombia
e-mail: r.figueroa@uniandes.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Muchos de los problemas más llamativos de la vida real tienen que ver con encontrar un mínimo, por ejemplo en economía y mercado de capitales existen aplicaciones que requieren encontrar un mínimo de cierto tipo de sistemas de ecuaciones con restricciones. En este trabajo queremos mostrar la profundidad matemática que existe en este tipo de problemas, pues muchos de ellos usan las condiciones de Karush-Kunh-Tucker para ser abordados, lo que muchos no saben es que las condiciones de Karush-Kunh-Tucker se pueden enunciar como un teorema en forma de funcionales, que involucra uno de los teoremas centrales del análisis funcional del siglo XX, el teorema de Hanh-Banach; para este propósito primero daremos algunas definiciones acerca de lo que se conoce como cono-convexo, luego demostraremos un lema muy importante que se conoce como lema de Farkas-Minkowsky para posteriormente dar una demostración de el teorema clave de esta plenaria que son las condiciones de Karush-Kunh-Tucker. Finalmente proporcionaremos una aplicación en ecuaciones diferenciales parciales y con el teorema de condiciones de Karush-Kunh Tucker daremos solución al problema de mínima conformidad por medio de FEM (Método

de Elementos Finitos) en una ecuación parábolica o de tipo calor.

Palabras claves

Hanh-Banach, Hiperplano-cerrado, Cono-convexo, Farkas-Minkowsky, Karush-Kunh-Tucker, Elementos Finitos.

Referencias

[1] S. Kesavan, Functional Analysis.
(Hindustan Book Agency, India, 2009).

[2] H. Brezis, Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations.
(Springer Verlag, USA, 2010).

[3] Jhonson E Claes, Numerical Solutions Of Partial Differential Equations.
(Cambridge University Press, Suecia, 1987).

[4] J.Galvis and H. Versieux. Introdução a Aproximação Numérica de Equações Diferenciais Parciais Via o Método de Elementos Finitos.
(Publicaçoes do IMPA, Rio De Janeiro, 2011).

Sobre el Jacobiano de las Transformadas de Legendre

MARIA NUBIA QUEVEDO CUBILLOS
Departamento Matemáticas
Facultad de Ciencias Básicas y Aplicadas
Universidad Militar Nueva Granada
Bogotá D.C.
maria.quevedo@unimiltar.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Describir las propiedades termodinámicas de un sistema termodinámico mediante el formalismo de la Geometrotermodinámica requiere una condición de invarianza ante transformaciones de Legendre. Esto es posible conociendo de manera explícita las transformaciones de coordenadas asociadas a las transformaciones de Legendre.
Se muestran algunas representaciones de las transformaciones de Legendre y su utilidad específica al describir una función diferenciable mediante un punto y su derivada. Debido a la presencia de la derivada no es posible interpretar una transformación de Legendre como un difeomorfismo puesto que el Jacobiano correspondiente toma el valor de cero. Se presenta un método en el cual se aumentan las dimensiones del espacio en el que se define la función en cuestión de tal forma que el Jacobiano sea diferente de cero y por lo tanto la transformada de Legendre tendrá inversa.

Palabras clave

Transformadas de Legendre, geometrotermodinámica, difeomerfismo, Jacobiano, transformación de coordenadas.

Referencias

[1] R. Rockafellar, "Convez Analysis," (Princeton University Press, Princeton, USA, 1996).
[2] R. Courant and D. Hilbert, "Methods of mathematical physics," (John Wiley & Sons., San Francisco, USA, 2008).
[3] W. Fenchel, "On conjugate convex functions," Canadian Journal of Mathematics 1, 73-77 (1949).
[4] R.K.P. Zia, E.F. Redish, and S.R. McKay, "Making sense of the Legendre transform," American Journal of Physics 77, 614622 (2009).

[5] S. Kennerly, "A graphical derivation of the Legendre transform," PDF online at http://www.physics.drexel.edu/ skennerly/maths.html.

[6] H. Quevedo, "Geometrothermodynamics," Journal of Mathematical Physics 48, 013506 (2007).

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Repdigits en los productos de números Tribonacci consecutivos

Eric Fernando Bravo Montenegro
Filiación: Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: eric.bravo@correounivalle.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Sea $(F_n)_{n\geq 0}$ la sucesión de números de Fibonacci. En [1] se probó que si el producto $F_n \cdots F_{n+(\ell-1)}$ es un repdigit (es decir, un número con un solo dígito distinto en su expansión decimal), con al menos dos dígitos, entonces $(\ell, n) = (1, 10)$. En esta ponencia, resolvemos el mismo problema con números Tribonacci en lugar de números de Fibonacci. Este es un trabajo conjunto con F. Luca y C. A. Gómez, y hace parte de [2].

Palabras claves

Números Tribonacci, cotas inferiores para formas lineales en logaritmos no nulas de números algebraicos, repdigits.

Referencias

[1] D. Marques and A. Togbé, *On repdigits as product of consecutive Fibonacci numbers*, Rend. Istit. Mat. Univ. Trieste. **44** (2012), 393–397.

[2] E. F. Bravo, C. A. Gómez and F. Luca, *Product of consecutive Tribonacci numbers with only one distinct digit*, J. Integer Seq., to appear.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Las series y las sucesiones como herramientas matemáticas en la solución de problemas de la Ingeniería Mecatrónica

DANIEL ESTEBAN PULIDO GALINDO
Ingeniería Mecatrónica (Estudiante)
Filiación: Universidad Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá. D.C. Colombia
e-mail: u1803008@unimilitar.edu.co
LUCIA GUTIERREZ MENDOZA
Departamento de matemáticas
Filiación: Universidad Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá. D.C. Colombia
e-mail: lucia.gutierrez@unimilitar.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Para la Universidad Militar Nueva Granada (UMNG) dentro del marco de desarrollo y de la investigación científica, es importante la vinculación de sus estudiantes, por lo cual motiva su participación por medio de los proyectos de iniciación científica (**PIC**), en este sentido se presenta esta comunicación, asociada al proyecto **CIAS 2944** financiado por la Vicerrectoría de investigaciones (UMNG).

En la asignatura de métodos matemáticos para estudiantes de mecatrónica en la UMNG, se abordan las series y las sucesiones por aproximación numérica [3], donde se observa que los estudiantes no muestran gran interés por el tema y por otro lado debido al tiempo limitado del trabajo directo (2 horas semanales) se desarrollan prácticas de aula bajo el modelo tradicional[2], limitando la participación activa por parte de los estudiantes, por lo cual en busca de favorecer la asimilación y aplicación de estos conceptos de manera activa y participativa se propone realizar una profundización por medio artículos científicos sobre algunas situaciones donde se aplican las series y las sucesiones en problemas propios de la Ingeniería Mecatrónica, en particular se retoma un artículo que titula *A Fourier series based expression deformation model for 3D face recognition* [1], en el documento se expone el reconocimeinto facial a partir de escaneos faciales con diferentes expresiones, se reconstruyen algunas curvas y se representan como un mapa de profundidad o imágenes bidimensionales las cuales permiten la distribución espacial real, dichos escaneos se parametrizan y se representan por medio de una serie de Fourier, las cuales almacenadas en una matriz posibilita la reconstrucción facial.

$$g = a_0/2 + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n \cos(na)) + b_n \sin(na)))$$

De igual forma se abordan otras situaciones como el modelo de un motor y el cálculo de su potencia a través de las series de Fourier y procesos de simulación. Esta práctica se llevó a cabo en el aula de clase por medio de exposiciones, luego se analizaron y se evaluaron las actividades, de manera concluyente se logra la participación total de los estudiantes, algunos manifiestan que este tipo de trabajo posibilita la profundización y asimilación de conceptos matemáticos respecto a las series y las sucesiones, también se pudo concluir que las series y las sucesiones constituyen un núcleo fundamental en la solución de problemas propios de la Ingeniería [5], además de formar parte de un conjunto de herramientas necesarias para la formación del ingeniero, las cuales se utilizan para plantear y solucionar problemas dentro de la vorágine en que están inmersas las ingenierías.

Palabras clave

Series numéricas, aplicaciones en Mecatrónica, herramientas matemáticas, problemas de la Ingeniería

Referencias

[1] Wang, X. Bai, T. Zhang and X. Niu (2012). A Fourier series based expression deformation model for 3D face recognition, 8th International Conference on Natural Computation, Chongqing, 2012, pp. 130-133.

[2] Calvillo N, Cantoral R. (2007). Intuición y visualización: demostración en la convergencia de sucesiones. Campo de investigación: socioepistemología. Nivel educativo superior. Cinvestav-IPN México.

[3] Bagni, G.T. (2005). Infinite series from History to Mathematics Education. International Journal for Mathematics Teaching and Learning, ISSN 1473–0111.

[4] Ariza L., Jaramillo J., & Gutiérrez L. (2014). Estrategias didácticas en el uso y aplicación de herramientas virtuales para el mejoramiento en la enseñanza del cálculo integral. Revista Academia y Virtualidad. 7(2): 64-75.

[5] Codes, Ma, (2009). Análisis de la comprensión de los conceptos de serie numérica y su convergencia en estudiantes de primer curso de universidad utilizando un entorno computacional. Tesis doctoral. Universidad de Salamanca.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Generalización de la ecuación KdV.

Miguel Felipe Rodríguez Díaz.
Departamento de Matemática y Estadística.
Filiación: Universidad del Tolima, Ibague, Colombia
e-mail: mfrodriguezdi@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

En este encuentro se mostraran soluciones de tipo onda solitaria para las ecuaciones KdV y el modelo Benney-Luke de orden superior.

Para la ecuación KdV

$$u_t + uu_x + u_{xxx} = 0,$$

se realiza un estudio de las integrales elípticas y se muestran algunas de sus propiedades con el fin de hallar una familia explícita de soluciones llamadas $C - noidales$.

En cuanto al modelo Benney-Luke de orden superior

$$M_{1,m}\partial_{tt}\Phi - M_{2,m}\partial_{xx}\Phi = \partial_x(G_{1,m}) + \partial_t(G_{2,m}),$$

donde para $i = 1, 2$ los operadores diferenciales $M_{i,m}$ son de orden $2m$ con coeficientes constantes de la forma

$$M_{i,m} = \sum_{j=0}^{m}(-1)^j a_{i,j}\partial_x^{2j},$$

se muestra en detalle la derivación del modelo 3−Benney-Luke, el cual se obtiene a partir del modelo general de ondas agua (Full model of water waves) y nos permite mostrará que hallar soluciones de ondas de agua se reduce a hallar soluciones $\Phi(x, t)$ de la ecuación Benney-Luke de orden superior. Además, se muestra que dicha ecuación se puede llevar al modelo Kawahara. En este sentido, la ecuación de Benney-Luke de orden superior se considera una generalización de la ecuación KdV. Por último se muestra la existencia de soluciones de onda solitaria.

El propósito de esta participación es socializar con los asistentes el trabajo de grado que desarrolle en la maestría en matemáticas de la Universidad del Tolima.

Palabras claves

Modelo, KdV, Benney-Luke, Kawahara.

Referencias

[1] Ablowitz, M. J. and Yang J. (2017): Preface: Special Issues in Memory of David Benney (Part I). Studies in Applied Mathematics, 139: 3-6. doi:10.1111/sapm.12185.

[2] Cazenave T. and Lions P.L. (1982): Orbital Stability of Standing waves for some nonlinear Schrödinger equations, comm. Math. Phys. 85 , 549-561.

[3] D. J. Benney and A. C. Newell. (1967). The propagation of nonlinear wave envelopes, J.Math. Phys. 46:133-139.

[4] D. J. Benney. (1966): Long waves on liquid films, J. Math. Phys. 45:150-155.

[5] D. J. Benney and J. C. Luke. (1964): Interactions of permanent waves of finite amplitude, *J. Math. Phys.*, **43**, 309–313.

[6] D. J. Benney. (1962): Nonlinear gravity wave interactions, J. Fluid Mech. 14:577-584.

[7] D. J. Benney and K. Chow. (1989): A mean flow first harmonic theory for hydrodynamicinstabilities, Stud. Appl. Math. 80:37-73.

[8] D. J. Benney. (1964): Finite amplitude effects in an unstable laminar boundary layer, Phys.Fluids 7:319-326.

[9] H. P. Greenspan and D.J.Benney. (1963): On shear-layer instability, breakdown andtransition, J. Fluid Mech. 15:133-153.

[10] D. J. Benney. (1961): A non-linear theory for oscillations in a parallel flow, J. Fluid Mech.10:209-236.

[11] J. Quintero. (2007): Solitons and Periodic Traveling Waves for the 2D- Generalized Benney-Luke Equation, Journal of Applicable Analysis, **8**6-3,331-351.

[12] J. P. Albert. (1992): Positivity properties and stability of solitary wave solutions of model equations for long waves. *Comm. Part. Diff. Equations*, **17**, 1 -22.

[13] J. Angulo. (2003): On the instability of solitary-wave solutions for fifth-order water wave models. *Electron. J. Differential Equations*, **6**, 1 - 18.

[14] J. Quintero., R. Pego. (1999): Two–dimensional solitary waves for a Benney-Luke equation, *Phisica D.* **4**5, 476-496.

[15] J.Scott Russell, Esq. (1842 - 1843): M.A., FRS Edin made to the Meetings. Report on waves.

[16] J. Angulo. (2003): Existence and Stability of Solitary Wave Solutions to Nonlinear Dispersive Evolution Equations, 24 Colóquio Brasileiro de Matemática. IMPA.

[17] J. Scott Russell, S. (1845): Reporte del decimocuarto encuentro de la Asociación Británica para el Avance de la Ciencia, York, septiembre de 1844 (Londres), pp. 311-390, láminas XLVII-LVII. Disponible en: http://www.ma.hw.ac.uk/solitons/.

[18] L. Paumond, Towards a rigorous derivation of the fifth order KP equation (2003): *Math. Comp in Simulation*, **6**9 (2005), 477-491.

[19] L. Evan. (1994): Partial Differential Equation. California: Berkeley.

[20] L. Solanilla, A. C. Tamayo, G. Pareja. (2010): Integrales Elípticas Con notas históricas. Universidad del Tolima, Universidad de Medellin.

[21] O. Montoya. (2015): A Benney-Luke Model of Higher Order, Tesis Doctoral, Universidad del Valle.

[22] O. Montoya, J. Quintero. (2016): Existence and non existence of soliton for a 1D Benney Luke Model of Highter Order, Revista Advance in differential equation.

[23] P. L. Lions (1984): The concentration-compactness principle in the calculus of variations. The locally compact case. I, Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire. 1, 109-145.

[24] P.L. Lions. (1984): The concentration-compactness principle in the calculus of variational. The locally compact. Part I and Part II. Ann. Inst. Henri Poincar′sect A (N.S.) **1**, 223-283.

[25] S.P. Levandosky. (1998): Stability and inestability of fourth-order solitary wave. J. Dynam. Diff. Eq **10**, no. 1, 151-188.

[26] S. Kichenassamy and P. Olver. (1992): Existence and nonexistence of solitary wave solutions to highter-order model evolution equation SIAM J. Math Anal. **23**, 1141-1166.

[27] T. B. Benjamin. (1972): The stability of solitary waves. *Proc. Roy. Soc. Lond.Ser.* A **328** 153-183.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Sobre el conjunto de G-diferenciabilidad de una norma de $L^1(\mathbb{R})$

Andrés Felipe Muñoz Tello
Departamento de Matemáticas
Filiación: Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: andres.felipe.munoz@correounivalle.edu.co

Facultad de Ciencias Básicas
Filiación: Universidad Santiago de Cali, Cali, Colombia
e-mail: andres.munoz00@usc.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Sea $\varphi(f) = \int_{\mathbb{R}} |f(x)|dx$ la norma del espacio de funciones borelianas $f \in L^1(\mathbb{R})$. Tomando en cuenta, que el espacio en el cual se define la norma es separable y que φ además de ser convexa es localmente Lipschitz. En esta charla, se mostrará el conjunto de G-diferenciabilidad de la norma $\varphi(\cdot)$, anexando algunas propiedades del conjunto en mención y el valor de la G-derivada en cualquier elemento del conjunto encontrado.

Palabras claves

G-diferenciación, norma, espacio $L^1(\mathbb{R})$, continuidad.

Referencias

[1] Brezis, H. (2011)*Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations* Springer, New York.

[2] Deville, R.; Godefroy G. and Zizler V. (1993). *Smoothness and renormings in Banach spaces.* Longman Group UK Limited.

[3] Penot, J.P. (2013). *Calculus Without Derivatives.* Springer, New York.

[4] Phelps, R. R. (1978). *Gaussian Null Sets and Differentiability of Lipschitz map on Banach Spaces.* Pacific Juornal of Mathematics, Vol. 77, No. 2, 523-531 pp.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE
MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

UNA SOLA FÓRMULA PARA DERIVAR CUALQUIER FUNCIÓN

Salomón Consuegra Pacheco
sconsuegra@itsa.edu.co

Eddie Rodriguez Bossio
eddierodriguez@itsa.edu.co

Napoleón Batista Morelo
nbatista@itsa.edu.co

Carlos Rodriguez Florez
crodriguezf@itsa.edu.co

Decanatura de Ciencias Básicas
Filiación: Institución Universitaria UITSA, Barranquilla, Colombia
atencionalciudadano@itsa.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

En el proceso de enseñanza – aprendizaje del cálculo diferencial es necesario que el estudiante aprenda propiedades de derivación, como: propiedades básicas de derivadas de funciones algebraicas (constante, idéntica, potencia, constante por una potencia, polinómica, producto, cociente y raíz n-ésima de una función); trigonométricas, exponenciales, logarítmicas; y regla de la cadena.

En este trabajo se propone un método iterativo de derivación por fórmula unificada, la cual simplifica las propiedades de derivación en una sola función.

Ahora, los estándares básicos de competencias en matemáticas establecidos por el Ministerio de Educación Nacional (MEN) de Colombia, un pilar fundamental para el estudio del cálculo es el pensamiento variacional, el cual se construye desde la Educación Básica Primaria mediante distintos caminos y acercamientos significativos como las variaciones de números y figuras geométricas, pasando por la Educación Básica Secundaria a través del álgebra como sistema de representación y descripción de fenómenos de variación y cambio; llegando a Educación Básica Media y Superior con modelos

matemáticos, relaciones y funciones con sus correspondientes propiedades, representaciones gráficas y sistemas analíticos.

Con base en lo anterior esta investigación se apoya en el pensamiento variacional, el cual cumple un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales, sociales y las matemáticas mismas.

Palabras clave

Derivación, iteración, función, sumatoria, productoria.

Referencias

[1] Apostol, T. (1975). *Calculus. Volúmenes 1 y 2.* Editorial Reverte: Barcelona.

[2] Richard, C. & Fritz J. (1979). *Introducción al Cálculo y al Análisis Matemático. Vol. 1 y 2* Limusa: México.

[3] Leithold, L. (1992). El Cálculo con Geometría Analítica. Sexta edición. Editorial Harla. México.

[4] Stewart, J. (2007). Calculo Diferencial e Integral. Segunda edición. Thomson Editores. México.

[5] Larson, E. & Hostetler, R. (2015). Cálculo y Geometría Analítica. Sexta edición. Editorial McGraw-Hill. Madrid.

[6] Michael, S. *Cálculo Infinitesimal (Vol. 1 y 2).* Editorial Reverte: Barcelona, 1970.

[7] Peláz, F. *Cálculo.* Oficina de Apuntes CECEA: Montevideo, 2001.

[8] Elon, L. & Lima. *Curso de Analice. Vol. 1.* Instituto de Matemática Pura e Aplicada, CNPQ: Rio de Janeiro, 1982.

[9] Richard, C. & Fritz, J. *Introducción al Cálculo y al Análisis Matemático. Vol. 1 y 2* Limusa: México 1979.

[10] Ministerio de Educación Nacional. República de Colombia. (2011). *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas. Potenciar el pensamiento matemático: ¡un reto escolar!*, EDUTEKA.

COMUNICACIONES ESTADÍSTICA

IX ENCUENTRO NACIONAL DE
MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Variable Selection in Functional Linear Cox Regression Model Applied to Clinical Data

Julian Alfonso Acuña Collazos
Departamento de Matemáticas
Universidad Militar Nueva Granada, Cajicá, Colombia
e-mail: julian.acuna@unimilitar.edu.co

Adriano Zanin Zambom
Department of Mathematics and Statistics
California State University, Northridge, USA
e-mail: adriano.zambom@csun.edu

Ronaldo Dias
Department of Statistics
UNICAMP, Campinas, Brasil
e-mail: dias@ime.unicamp.br

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

In this work is presented an alternative methodology to perform variable selection in functional linear Cox regression model to sparse functional covariates. In medical studies, longitudinal data is frequently recorded but often the profiles are measured in a different irregular and sparse set of time points across individuals (sparse longitudinal data). To deal with this data without loss of information, we use a mixed effect model framework to obtain the MLE of functional principal components by the EM algorithm that consider all information of the individuals in order to reconstruct the full profile. To perform variable selection of the sparse functional covariates, we use a group descent algorithm to penalized Cox regression on the

scores of functional principal components using group nonconvex penalties such as SCAD and MCP which have several advantages over group lasso penalty. The proposed metholodogy selects selects the functional covariates that are related to the hazard function for the Cox regression model. An application to clinical data related to primary biliary cirrhosis data is introduced to illustrate the performance of the proposed methodology.

Palabras claves

Sparse functional covariate, cox regression, functional principal components analysis, group penalized regression, descent algorithm.

Referencias

[1] Cox, D. R. (1972). *Regression models and life-tables*, Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological), 34(2), 187-202.

[2] Simon, N., Friedman, J., Hastie, T., & Tibshirani, R. (2011). *Regularization paths for Cox's proportional hazards model via coordinate descent*. Journal of statistical software, 39(5), 1.

[3] Kong, D., Ibrahim, J. G., Lee, E., & Zhu, H. (2018). *FLCRM: Functional linear cox regression model*, Biometrics, 74(1), 109-117.

[4] Gellar, J. E., Colantuoni, E., Needham, D. M., & Crainiceanu, C. M. (2015). *Cox regression models with functional covariates for survival data*, Statistical modelling, 15(3), 256-278.

[5] Fleming, T. R., & Harrington, D. P. (2011). *Counting processes and survival analysis*, (Vol. 169). John Wiley & Sons.

[6] Breheny, P., & Huang, J. (2015). *Group descent algorithms for nonconvex penalized linear and logistic regression models with grouped predictors*, Statistics and computing, 25(2), 173-187.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Análisis de Correspondencias Múltiples bajo el principio de datos disponibles (ACMpdd)

VÍCTOR MANUEL GONZÁLEZ ROJAS
Escuela de Estadística
Filiación: Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: victor.m.gonzalez@correounivalle.edu.co

ANDRÉS FELIPE OCHOA MUÑOZ
Escuela de Estadística
Filiación: Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: andres.ochoa@correounivalle.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y10 de 2019

Resumen

El Análisis de Correspondencias Múltiples (ACM) en presencia de datos faltantes usualmente se trabaja eliminando los registros en donde exista el dato faltante o no disponible (NA), algunas veces se elimina toda la fila o toda la columna de la matriz de datos, lo cual no es adecuado ya que al realizarlo se pierde información relevante sobre algún individuo o variable del estudio [1].

Una solución para esta situación puede ser la imputación del dato faltante o utilizar un algoritmo que permita trabajar con la presencia de éste tipo de datos. Este trabajo se centra en realizar el método ACM en presencia de datos faltantes sin acudir a técnicas de imputación, para esto se utiliza el principio de datos disponibles del algoritmo NIPALS [2]

Palabras clave

ACM; Principio de datos disponibles; NIPALS; Datos Faltantes.

Referencias

[1] Ochoa-Muñoz, A. F., & González-Rojas, V. M. (2018). Análisis de correspondencias múltiples en presencia de datos faltantes: El principio de datos disponibles del algoritmo NIPALS (ACMpdd) (Tesis de Maestría]. Cali, Colombia: Universidad del Valle.

[2] Wold, H. et al. (1966), `Estimation of principal components and related models by iterative least squares', Multivariate Analysis 1, 391 420

IX ENCUENTRO NACIONAL DE
MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Modelando Estacionalidad Multiplicativa en el Crecimiento de la Tasa de Desempleo Total Mensual Colombiana, Usando TSARX

JOAQUÍN GONZÁLEZ BORJA
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
jgonzalezb@ut.edu.co

FABIO HUMBERTO NIETO SÁNCHEZ
Departamento de Estadística
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia
fhnietos@unal.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y10 de 2019

Resumen

En esta comunicación se utiliza un modelo estadístico de series de tiempo no lineales, denominado modelo autorregresivo estacional multiplicativo con entrada exógena de umbrales (TSARX), el cual incorpora explícitamente estacionalidad multiplicativa por regímenes y no linealidad de umbrales en forma simultánea. Se usan métodos Bayesianos y tecnicas MCMC para identificar, estimar parámetros, validar y pronósticar con el modelo en mención.

Los datos empíricos usados fueron el crecimiento de la tasa de desempleo total mensual colombiana como variables de interés, y la diferencia logarítmica del índice de seguimiento a la economía mensual para Colombia como variable de umbrales.

Se evidencia que el modelo TSARX con dos regímenes captura muy bien las características intramuestra y en pronósticos, de las series de tiempo económicas consideradas.

Palabras clave

Modelos TSARX, estacionalidad multiplicativa, estadística Bayesiana, técnicas MCMC, series de tiempo económicas colombianas.

Referencias

Chen, C.W.S., and So, M.K.P.(2006), On a threshold heteroscedastic model, *International Journal of Forecasting*, **22**, 15-22.

Dirección de Síntesis y Cuentas Nacionales DSCN (2016), *Metodología general, indicador de seguimiento a la economía ISE*, Departamento Administrativo Nacional de Estadística DANE, Bogotá.

Dirección de Metodología y Producción Estadística DIMPE (2016), *Metodología general, gran encuesta integrada de hogares GEIH*, Departamento Administrativo Nacional de Estadística DANE, Bogotá.

Nieto, F. (2005), Modeling bivariate threshold autoregressive processes in the presence of missing data, *Communications in Statistics, Theory and Methods*, **34**, 905-930.

Nieto, F. (2008), Forecasting with TAR models, *Statistical Methodology*, **5,** 263-276.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

¿Perdidos en la web? El efecto del uso de las TIC sobre el desempeño académico en pisa 2015

JOHN ARIZA
Departamento de economía y finanzas
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: jfariza@ut.edu.co
KAREN REINOSO
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: kyreinosog@ut.edu.co
Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

En el presente trabajo se estudia el efecto de la intensidad en el uso de las Tecnologías de Información y Comunicación (TIC) sobre el desempeño académico de los estudiantes en las pruebas PISA 12015 a nivel internacional. Basado en un modelo de regresión por percentiles, se estima el efecto de la intensidad en el uso de las TIC en la escuela y en el hogar sobre diferentes partes de la distribución de habilidades en lenguaje y matemáticas. Los resultados sugieren efectos negativos de la intensidad de uso de las TIC tanto en la escuela como en el hogar sobre el rendimiento en lenguaje y matemáticas. Sin embargo, el uso de las TIC en el hogar para actividades de entretenimiento muestra efectos positivos sobre el rendimiento de lenguaje. A nivel regional se encuentra que para América Latina y Colombia el efecto de las TIC para entretenimiento es positivo tanto en lenguaje como en matemáticas además de mostrar una relación creciente a lo largo de la distribución.

Palabras clave

Tecnologías de información, rendimiento académico, regresión por percentiles

Referencias

[1] Banerjee, A., Cole, S., Duflo, E., y Linden, L. (2007). Remedying education: evidence from two randomized experiments in India. *Quarterly Journal of Economics*, 122(3), 1235-1264 pp.

[2] Cheema J. y Zhang B. (2013). Quantity and quality of computer use and academic achievement: Evidence from a large-scale international test program. *International Journal of Education and Development using Information and Communication Technology*, 9 (2), 95-106 pp.

[3] Goolsbee, A. y Guryan, J. (2006). The impact of internet subsidies in public schools. The *Review of Economics and Statistics*, 88(2), 336-347.

[4] Hanushek, E. (1986). The economics of schooling: production and efficiency in public schools. *Journal of Economic Literature*, 24(3), 1141-1177.

[5] Koenker R. y Bassett G. (1978). Regression Quantiles. *Econometrica*, 46(1), 33-50 pp.

[6] Koenker, R. (2005): Quantile Regression, Cambridge University Press.

[7] Lei J. (2010). Quantity versus quality: A new approach to examine the relationship between technology use and student outcomes. *British Journal of Educational Technology*, 41 (3), 455–472 pp.

[8] Malamud O. y Pop-Eleches C. (2011). Home Computer Use and the Development of Human Capital. *The Quarterly Journal of Economics*, 126 (2), 987–1027 pp.

[9] OECD (2015). Students, Computers and Learning: Making the Connection, PISA, *OECD Publishing*. http://dx.doi.org/10.1787/9789264239555-en

[10] Vigdor, J., Ladd, H. y Martínez, E. (2014). Scaling the Digital Divide: Home Computer Technology and Student Achievement. *Economic Inquiry*. 52(3), 1103–1119.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Una aplicación de los modelos TAR en el campo hidrológico/meteorológico en el Tolima.

Juan Camilo Gómez Ceballos
Egresado Programa de Matemáticas con Énfasis en Estadística
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: jcgomezc@ut.edu.co

Joaquín González Borja
Departamento de Matemáticas y Estadística
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: jgonzalezb@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

En esta comunicación, se presenta el ajuste y pronósticos de series de tiempo hidrológicas y meteorológicas a través de un modelo TAR (Threshold Autoregressive model), con dos regímenes. Se toman como variable de interés el caudal del río Coello $\{X_t\}$ medido en una estación hidrológica del IDEAM en la vereda Coello Cócora de Ibagué, la precipitación se toma como variable de umbrales $\{Z_t\}$ y es medida en el municipio de Cajamarca. Se asume que $\{X_t\}$ y $\{Z_t\}$ son procesos estocásticos relacionados entre sí, donde el proceso $\{Z_t\}$ es exógeno a $\{X_t\}$, en el sentido que la variable de umbrales incide en la variable de interés, pero la variable de interés no afecta a la variable de umbrales. Además, la estimación de parámetros se calcula a través de métodos Bayesianos y técnicas MCMC (Markov Chain Monte Carlo) que permiten obtener estimaciones adecuadas en los parámetros del modelo para el cálculo de pronósticos. Se realiza un ejemplo con los datos empíricos mencionados anteriormente; dando resultados positivos en la estimación de parámetros y el cálculo de pronósticos, este último presenta desviaciones estándar grandes e intervalos de credibilidad anchos que pueden ser producto de trabajos futuros así, como comparar los pronósticos con otros tipos de modelos no lineales.

Palabras claves

Modelos TAR, métodos Bayesianos, técnicas MCMC y pronósticos.

Referencias

[1] Calderón, S. (2014). *Análisis Bayesiano de Modelos Multivariados Autorregresivos de Umbrales con datos Faltantes*, Tesis de Doctorado, Departamento de Estadística, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

[2] Chen, W.S. Cathy y Lee, J.C. (1995). *Bayesian inference of threshold autoregressive models*, Journal of Time Series Analysis, 16, 483-492 pp.

[3] Gómez, C. Juan C. (2018). *Modelamiento y pronósticos usando modelos TAR en algunas series de tiempo hidrológicas y meteorológicas del Tolima*, Trabajo de Grado, Universidad del Tolima, Ibagué.

[4] Nieto, F.H. (2005). *Modeling Bivariate Threshold Autoregressive Processes in the Presence of Missing Data*, Communications in Statistics-Theory and Methods, 34, 905-930 pp.

[5] Tong, H. (1978). *On a Threshold Model in Pattern Recognition and Signal Processing*, Chen, C.H.,ed, Sijhoff and Noordhoff, Amsterdam.

[6] Tsay, R.S. (1998). *Testing and modeling multivariate threshold models*, Journal of the American Statistical Association, 93, 1188-1202 pp.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Caracterización Multivariada Socioeconómica de los habitantes en los predios pertenecientes a la gestora urbana en la zona centro y norte de la ciudad de Ibagué (Ponencia Comunicación)

DIEGO FERNANDO BECERRA AVILA
Departamento de Economía y Finanzas
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: dfbecerraa@ut.edu.co

JUAN CAMILO SALAS CORTES
Departamento de Ciencias
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: juansalas465@gmail.com

ANDRES FELIPE CRUZ ROA
Departamento de Ingeniería Forestal
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: afcruz@ut.edu.co

MIGUEL ARMANDO RODRIGUEZ MARQUEZ
Departamento de Economía y Finanzas
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: marodriguezm@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

La caracterización de las variables asociadas en la sociedad urbana que refleja interacciones y transformaciones que se generan en la actividad social económica y que marcan el paso de un periodo en el que predominan problemas de crecimiento e industrialización a otro periodo en el que predomina la problemática urbana y la búsqueda de soluciones a la misma (Lefebvre, 2008). La ciudad se constituyen como un escenario en el cual se presentan un conjunto de intercambios y participa de manera activa en el consumo y existen aspectos propios de la caracterización urbana que juegan un papel importante como la vivienda, el tamaño, la ubicación, y su apariencia como símbolo de éxito y posición social (Alvarez ***et al***, 2008).

Es así como se presenta lo que se considera como territorio, que en grandes rasgos es definido como una porción de la superficie terrestre perteneciente a una nación, región o provincia, circuito o término que comprende una jurisdicción, un cometido oficial u otra función análoga, y que es debido a este tipo de afirmaciones que se puede aceptar que está definido por la existencia de fronteras estatales o nacionales, lo que inmediatamente le da un carácter de corte político (Ramírez, López, 2013).

Las políticas de vivienda son pues, el mecanismo para reforzar el asentamiento social, la vivienda no se muestra como un componente neutro sino que su caracterización posee una carga de control pues manifiesta un mundo de deseos y frustraciones (Castells, 2003). Las

características esta vivienda permiten realizar una estratificación para efectos de impuestos. La zona espacial de la misma, permite establecer características de estratificación de una determinada sociedad, pero no explica las diferencias en las formas de vivienda ya que es planteada como una variable independiente (Maldonado, 1979), (Rodríguez 2001).

El desarrollo humano constituye un tema convergente y multidisciplinario. Es resultado de la interacción de muchos variables, factores, asociados a condicionantes económicas y sociales, las que actuando de manera dinámica, en los contextos culturales particulares de las sociedades que imprimen su sello característico (Reyes, 2009), (González 2008), (Gaviria 1996). En el caso de Ibagué se plantea la caracterización multivariada social y económica de los habitantes en los predios pertenecientes a la gestora urbana en la zona centro y norte de la ciudad de Ibagué al corte del año 2018.

Palabras clave: multivariado, georeferenciación, variables socialeconomicas.

Referencias

[1] Andrés Álvarez, German Restrepo, Luz Stella de O., Caracterización socioeconómica y como consumidor de los habitantes de la base de la pirámide. Scientia Et Technica 2008, XIV (Diciembre-Sin mes) Disponible en: http://www.redalyc.org/articulo.oaid=84920454018

[2] Castells (2003). Los Movimientos Sociales Urbanos. Recuperado de http://revintsociologia.revistas.csic.es

[3] Ramírez, Velásquez, López (2015). Espacio, paisaje, región, territorio y lugar: la diversidad en el pensamiento contemporáneo. Recuperado de http://www.publicaciones.igg.unam.mx/index.php/ig/catalog/download/19/101/3111inline=1

[4] Reyes (2009). Teorías de Desarrollo Económico y Social: Articulación con el Planteamiento de Desarrollo Humano. Recuperado de hptt://Dialnet-TeoriasDeDesarrolloEconomicoYSocial-3642035.pdf

[5] Rodríguez, J (2001). Segregación Residencial Socioeconómica: ¿Qué es?, ¿Cómo se mide?, ¿Qué está pasando?, ¿Importa? Recuperado de http://www.cepal.org/es/publicaciones/7149-segregacion-residencial-socioeconomica-que-es-como-se-mide-que-esta-pasando

[6] Torres, Rincón y Vargas (2009). Pobreza urbana y mejoramiento integral de barrios en Bogotá Hábitat y vivienda. Recuperado de http://www.facartes.unal.edu.co/otros/libros_habitat/pobreza_urbana.pdf

[7] González (2008). La Cuestión Urbana www.Dialnet-LaCuestionUrbana-27496.pdf

[8] Gaviria (1996). Ciudad, Cultura y Mercado. Libros de Piedra e Hilos de Información. Recuperado de http://iuu.uva.es/REVISTA/Ciudades%2003/Ciudades%2003%20035-047%20GAVIRA.pdf

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Análisis de la Incertidumbre de la Precipitación en un Modelo Hidrológico Distribuido para la Cuenca Del Río Combeima.

FELIX SALGADO CASTILLO
Departamento de Ingeniería
Doctorado en Planificación Y Manejo Ambiental de Cuencas Hidrográficas
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: fsalgado@ut.edu.co
JORGE JULIAN VELEZ URIBE
Departamento Ingeniería Civil
Filiación: Universidad Nacional, Manizales, Colombia
e-mail: jjvelezu@unal.edu.co
ALFONSO SANCHEZ
Departamento de Matemáticas y Estadística
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: asanchezh9@gmail.com

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

La predicción o simulación de eventos hidroclimatológicos, como los caudales, hoy por hoy se han convertido en una necesidad imperativa en los procesos de gestión de sistemas de cuencas hidrográficas. De ahí que la evaluación de los recursos hídricos, al igual que las crecidas cuentan con herramientas tecnológicas fundamentales como la modelación matemática.

Desde hace varias décadas muchos modelos hidrológicos se han venido desarrollando en donde la precipitación es una de las variables de entrada más importantes, pues se ha demostrado que de ella depende la calidad y distribución de los recursos hídricos y es considerada como un detonante ante algunos fenómenos naturales como la remoción en masa, avalanchas e inundaciones que cobran un número importante de vidas humanas.

La precipitación tropical es de alta variabilidad en el tiempo y en todas las escalas espaciales, desde la micro escala hasta la escala sinóptica. Dicha variabilidad tiene implicaciones en la modelación y simulación espacial de los caudales extremos ante tormentas intensas, que se dan como resultado de la interacción no lineal de la dinámica hidrológica. De ahí la importancia de evaluar la incertidumbre puesto que los resultados de la modelación no se puede considerar como el valor real de los mismos, como frecuentemente se hace en la práctica, por lo que se hace necesario su estudio con el objeto de ganar precisión.

Por lo anterior, con el presente trabajo se evaluó la incertidumbre asociada a la variable precipitación en un modelo hidrológico distribuido como TETIS, utilizando para ello un esquema Markov chain Monte Carlo, bajo un marco bayesiano el cual se implementó en el software WINBUGS.

Palabras clave

Incertidumbre, modelos hidrológicos.

Referencias

Amaya, G., C. Restrepo-Tamayo, M. Vélez, J.I. Vélez y O. Álvarez-Villa (2009). "Modelación del Comportamiento Hidrológico de Tres Cuencas en el Urabá Antioqueño – Colombia". Avances en Recursos Hidráulicos. Universidad Nacional de Colombia. 19, 21-38.

Biondi, D. et al. 2011. Validation of hydrological models: Conceptual basis, methodological approaches and a proposal for a code of practice. Physics and Chemistry of the Earth. Contents lists available at SciVerse ScienceDirect. Article in Press.

Chavasse, D. I.; Seoane, R. S. (1997). Asociación determinístico-estocástica para Predicción de caudales. en Ingeniería del Agua. Vol.4 Num.2 (junio 1997), páginas 55-64.

Chow, V.T.; D.R. Maidment & L.W. Mays (1993).- Hidrología Aplicada. McGraw-Hill, 580 pp.

Céspedes, D.; Camacho, L.A. 2004. Evaluación del nivel de aplicación de protocolos de modelación en trabajos sobre simulación del proceso lluvia-escorrentía. XXI congreso latinoamericano de hidráulica são pedro, estado de são paulo, Brasil. [En línea], [5 de septiembre de 2011], Disponible en la Web en: http://redalyc.uaemex.mx/src/inicio/ArtPdfRed.jsp?iCve=145012892004

Francés F., Vélez J. I. and Vélez J. J. (2007). Split-parameter structure for the automatic calibration of distributed hydrological models. Journal of Hydrology, 332, pp226– 240.

Gallus, W. A., Jr., (1999): Eta simulations of three extreme precipitation events: Imp act of resolution and choice of convective parameterization. Wea. and Forecasting, 14, 405 - 426

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

DISCRIMINACIÓN: DEA VS MODELOS CLÁSICOS

JULIE KIMBERLY RAMIREZ BRIÑEZ
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia.
jkramirezb@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

En este trabajo estudiamos el problema de discriminación para el caso de dos grupos. Se realiza una comparación de modelos desde la perspectiva del Análisis Envolvente de Datos (DEA) y de los modelos estadísticos clásicos a través de las funciones discriminantes lineales de Fisher y cuadráticas de Smith. Para este estudio se consideró un conjunto de datos reales de bancos japoneses y los modelos se evaluaron con dos tasas de error. Se confirmó que el modelo DEA conduce a resultados tan óptimos como los obtenidos usando los modelos clásicos de discriminación.

Palabras clave

Análisis Discriminante, DEA, Tasas de error.

Referencias

[1] Díaz, Luis (2002). Estadística Multivariada: Inferencia y Métodos, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.

[2] Hair, J.F.J., Anderson R.E., Tatham, L.T., Black, W.C., Multivariate Data Analysis, Prentice Hall, Upper Saddle River. N.J.

[3] Rencher, Alvin (1998). Multivariate Statistical Inference and Applications, New York.

[4] Soto M., Jose A., Arenas, V., Wilson (2010). Análisis Envolvente de Datos: De la Teoría a la Práctica, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira.

[5] Sueyoshi, Toshiyuki (1990). Special algorithm for an additive model in data envelopment analysis. Journal of the Operational Research Society 41, 249-257 pp.

[6] Sueyoshi, Toshiyuki (1999). DEA-discriminant analysis in the view of goal programming. European Journal of operational Research 115, 564-582 pp.

[7] Sueyoshi, Toshiyuki (2001). Extended DEA-Discriminant Analysis, European Journal of Operational Research, 131, 324–351 pp.

[8] Sueyoshi, T., Hwang, S.N. (2004). A use of nonparametric test for DEA-DA: A methodological comparison. Asia-Pacific Journal of Operational Research, 21, 179-197 pp.

[9] Sueyoshi, Toshiyuki (2004). Mixed Integer Programming Approach of extended-discriminant analysis, European Journal of Operational Research, 152, 45–55 pp.

[10] Sueyoshi, Toshiyuki (2005). A methodological Comparison between standard and two stage mixed integer approaches for discriminant analysis. Asia-Pacific Journal of Operational Research, 22, 513-528 pp.

[11] Sueyoshi, Toshiyuki (2006). DEA-Discriminant Analysis: Methodological comparison among eight discriminant analysis approaches, European Journal of Operational Research 169, 247–272 pp.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Novedoso método para la imputación de datos de calidad del aire mediante triangulación de Delaunay y teselación de Voronoi.

A Novel Method for Air Quality Data Imputation by Delaunay triangulation and the Voronoi diagram.

CRISTIAN EDUARDO GARCIA BERMUDEZ
Escuela de Estadística
Filiación: Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: cristian.garcia.bermudez@correounivalle.edu.co

JOHN ALEJANDRO DELGADO AMEN
Escuela de Estadística
Filiación: Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: john.amen@correounivalle.edu.co

JEFFERSON AMADO PEÑA TORRES
Escuela de Ingeniería de sistemas y computación
Filiación: Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: jefferson.amado.pena@correounivalle.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y10 de 2019

Resumen

Los datos faltantes son un problema frecuente en la comunidad de investigación ambiental. Para facilitar el análisis y la gestión de los datos de calidad del aire, por ejemplo, los niveles de concentración de dióxido de azufre (SO_2). En este estudio, una estrategia novedosa es generar datos utilizando métodos de interpolación espacial. Aunque muchos métodos de imputación para el tratamiento de datos faltantes (NA) basados en la correlación temporal o espacial se han desarrollado en la literatura. En este trabajo se observa el comportamiento de la imputación mediante triangulación de Delaunay, teselación de Voronoi, luego se compara con el modelado en series de tiempo de los niveles de concentración de dióxido de azufre (SO2) de una de las estaciones de monitoreo de la calidad del aire de la Ciudad de Cali.

Palabras clave

Vecindades de Voronoi, Triangulaciones de Delaunay, Distancia Inversa Cuadrática Ponderada (IDW),.

Referencias

[1] Klein, R. (1988, March). Abstract Voronoi diagrams and their applications. In *Workshop on Computational Geometry* (pp. 148-157). Springer, Berlin, Heidelberg.

[2] Emiris, I., & Fisikopoulos, V. (2015). Voronoi diagram and Delaunay triangulation. *Computational Geometry*.

[3] Toth, C. D., O'Rourke, J., & Goodman, J. E. (2017). *Handbook of discrete and computational geometry*. Chapman and Hall/CRC.

ANALISIS ESTADÍSTICO TEXTUAL: Una Aplicación al discurso de las concepciones disciplinares de los profesores de matemáticas en formación de la Universidad del Tolima

(Comunicación)

Dicleny Castro Carvajal
Universidad del Tolima
dcastroc@ut.edu.co

John Jairo Zabala Corrales
Universidad del Tolima
jjzabalac@ ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

El propósito de esta comunicación es el de dar a conocer los resultados de la encuesta de preguntas abiertas realizadas a los profesores de matemáticas en formación, en torno al discurso que poseen de la estadística y sus incidencias en su práctica profesional, mediante el apoyo de la teoría del análisis estadístico textual y la sistematización de la información con un software de análisis cualitativo.

Palabras clave

Estadística textual, lexicometría, concepciones disciplinares

Referencias

[1] Bècue, M. (1991). *Análisis Estadístico de Datos Textuales: métodos de análisis y algoritmos***.** París, Cisia.
[2] Bécue, M; Lebart, L. y Rajadell, N. (1992). El Análisis Estadístico de Datos textuales. La Lectura según los Escolares de Enseñanza Primaria**.** *Anuario de Psicología*, Núm. 55, 7-32.
[3] Grasso, L. (2016), Encuestas: Elementos para su diseño y análisis. Grupo editor Encuentro. Córdoba: Argentina.
[4] Herrera H., Martinez R. y Amengual M. (2011). Estadística aplicada a la investigación linguistica. EOS Editorial. Madrid.
[5] Lebart, L. y Piron M. (2016). Pratique de l'analyse des données numériques et textuelles avec Dtm-Vic
[6] Lebart, L., Morineau, A., Bécue, M. Haeusler, L. (1994**),** *SpadT. Systeme Portable pour L´Analyse des Donnée Textuelles*. París: Cisia.
[7] Lebart, L., Morineau, A., Bécue, M. Haeusler, L. (1994**),** *SpadT. Systeme Portable pour L´Analyse des Donnée Textuelles*. París: Cisia.
[8] Pardo C., Ortiz, J. y Cruz D. (2012), Análisis de datos textuales con DtmVic. Simposio Internacional de Estad´stica. Universidad Nacional de Colombia.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Inferencia Bayesiana para un Modelo de Medida de Error usando la Skew-Normal

Alfonso Sánchez Hernández
Departamento de Matemáticas
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: asanchez@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

En el presente trabajo se intenta realizar una estimación bayesiana de los parámetros en un modelo de medida de error, cuando los errores del mismo tienen distribución *skew-normal*. Esta distribución ha sido discutida ampliamente por Capitonio, Azzalini y Stanghellini (2003, [1]). El objeto fundamental es evitar transformaciones o restricciones usuales en el espacio de parámetros. Se proponen condiciones argumentadas para valores no observados en variables explicativas ó independientes del modelo. La metodología para la estimación de los parámetros se realiza mediante estadística bayesiana, utilizando Winbugs. Finalmente se realiza una aplicación, siguiendo rigurosamente las condiciones expuestas por Rodriguez (2006, [2]).

Palabras claves

Modelo de error estructural, Winbugs, Apriori no informativa, Distribución posterior.

Referencias

[1] A. Capitonio, A. Azzalini and E. Stanghellini, Graphical Models for skew-normal variates.
(*Scandinaavian Journal of Statistics*, **30**, 129-144, 2003).

[2] J. Rodriguez, A Bayesian Inference for the extended skew-normal measurement error model.
(*Brazilian Journal of Probability and Statistics*, **20**, 179-190, 2006).

[3] W. Fuller, *Measurement error models.*
(New York: Wiley, 1987).

[4] M.G. Genton, *Skew-Eliptical Distributions and Their Applications: A Journey Beyond Normality.*
(Edited Volume. Boca Raton, FL: Chapman and Hall/CRC, 2004).

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Validez de constructo de un instrumento en salud

Claudia Patricia Bonilla Ibáñez
Ciencias Clínicas
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: cbonilla@ut.edu.co
Luz Patricia Díaz Heredia
Departamento de Enfermería
Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Tolima.
e-mail: lpdiazh@unal.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Los instrumentos utilizados para realizar investigación en enfermería requieren de su validación en nuestro contexto. El análisis factorial se utiliza para determinar la validez de constructo que indica si los factores y los ítems tienen el alcance estadístico necesario para considerarse apropiados para el constructo a medir.

Objetivo: validar el instrumento de barreras y beneficios para el consumo de frutas y verduras realizando análisis factorial.

Metodología: El instrumento para medir barreras y beneficios para el consumo de frutas y verduras en adolescentes fue por diseñado por Chuan Ling AM, Horwath C. en 2001 y la version aqui validada es el resultado del primer analisis, cuenta con 14 ítems

Previo al análisis de la validez del constructo del instrumento se realiza validez facial o aparente y validez de contenido. Para las mediciones de validez de constructo se utiliza “como regla general 300 o más participantes para obtener soluciones confiables”; así mismo, el análisis factorial exploratorio proporciona agrupamientos de ítems cuando se aplica a un instrumento en función de criterios matemáticos basados en la correspondencia entre estos para analizar los datos. En el presente estudio se realizaron análisis factoriales con rotación de factores ortogonales Varimax y Quartimax y con métodos como extracción de componentes principales, mínimos cuadrados generalizados, mínimos cuadrados ponderados, máxima verosimilitud para cada rotación para cumplir el criterio de “razonabilidad” de los resultados. Lo anterior, teniendo en cuenta que los análisis de factores más satisfactorios son aquellos en los que las rotaciones se prueban con más de un método y todos los resultados confirman sustancialmente la misma estructura de factores.

Resultados: Para analizar el constructo, la muestra fue de 356 adolescentes, siendo 121 de grado noveno, 142 de décimo y 93 de undécimo de una institución pública de la ciudad de Ibagué (Tolima)

La varianza explicada para el instrumento de percepción de barreras y beneficios para el consumo de frutas y verduras es de 35.84%.

Las cargas factoriales de la escala de barreras para el consumo de frutas y verduras tiene una mínima de .363 y máxima de .701 y para la escala de beneficios la carga factorial mínima es de .385 y máxima de 674 teniendo en cuenta los 8 escenarios y dos rotaciones utilizadas para el análisis. Por tanto se mantienen las escalas propuestas por las autoras.

Dimensión 1: Beneficios para el consumo de frutas y verduras: ítems 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Dimensión 2: Barreras del consumo de frutas y verduras: ítems 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14.

Conclusiones: El instrumento de percepción de barreras y de beneficios para el consumo de frutas y verduras adaptados al contexto colombiano tiene validez de constructo es decir que es válido y confiable. Por lo anterior, se considera apropiado para evaluar y diseñar estrategias que contribuyan a mejorar el consumo de frutas y verduras en los adolescentes.

Palabras clave

Adolescente; reproducibilidad de los resultados; estudios de validación.

Referencias

1. Carvajal A, Centeno C, Watson R, Martínez M, Sanz Á. ¿Cómo validar un instrumento de medida de la salud? Anales Sis San Navarra [Internet]. 2011 abr. [consultado 6 de septiembre de 2018];34(1):63-72. Disponible en: http://scielo.isciii.es/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1137-66272011000100007&lng=es
2. Carretero-Dios H, Pérez C. Normas para el desarrollo y revisión de estudios instrumentales. Int J Clin Health Psychol [Internet]. 2005 Sept. [consultado 15 de noviembre de 2017]; 5(3):535-6, 541.
3. Johnson R, Wichern D. Applied multivariate statistical analysis. 5. ª ed. [Internet]. Prentice Hall: Nueva Jersey; 2007 [consultado 13 de abril de 2018]. p. 488.
4. Chuan Ling AM, And Horwath C. Perceived Benefits and Barriers of Increased Fruit and Vegetable Consumption: Validation of a Decisional Balance Scale. JNE (2001) 33:257–265.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Una Aproximación a los Modelos Lineales Generalizados con Distribuciones Tweedie

Dagoberto Bermúdez Rubio
Facultad de Estadística
Filiación: Universidad Santo Tomás, Bogotá, Colombia
e-mail:dagobertobermudez@usantotomas.edu.co

Wilmer Pineda Ríos
Facultad de Estadística
Filiación: Universidad Santo Tomás, Bogotá, Colombia
e-mail: wilmerpineda@usantotomas.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Las distribuciones Tweedie, fueron nombradas así, por Bent Jørgensen después que Maurice Tweedie, un estadístico y físico médico de la Universidad de Liverpool, Reino Unido, presentó el primer estudio exhaustivo de estas distribuciones en 1984, cubren muchas de las variables aleatorias que pertenecen a la familia exponencial uniparamétrica (FE), como las distribuciones normal, Poisson, gamma e inversa gaussiana. Las distribuciones de la (FE), que tienen función de varianza de la forma $V(\mu) = \mu^{\alpha}$, con $\alpha = 0, 1, 2, 3$ o de manera mas general, $V(\mu) = \mu^{\alpha}$, $\alpha \in \mathbb{R}$ excepto para $0 < \alpha < 1$, tiene distribución Tweedie. Aparte de las distribuciones de probabilidad mencionadas anteriormente, la evaluación de la distribución de probabilidad para las distribuciones Tweedie, en general, requiere de métodos numéricos. Los modelos lineales generalizados (MLG) basados en distribuciones Tweedie, se especifican por (Tweedie, α, función de enlace). Para ajustar los GLM Tweedie, la distribución particular en la familia Tweedie debe especificarse definiendo el valor de α, pero generalmente el valor de α, es desconocido y debe ser estimado antes del ajuste del GLM. Una alternativa, es hacer la estimación por máxima verosimilitud

de todo el conjunto de parámetros y usar un algoritmo del tipo Fisher-Scoring para la estimación. Se aplicará la metodología mediante datos simulados, como también a un conjunto de datos reales.

Palabras claves

Escribir mínimo dos palabras clave y máximo cinco.

Referencias

[1] Bonat, W. H., Kokonendji, C. C. (2017). Flexible Tweedie regression models for continuous data. Journal of Statistical Computation and Simulation, 87(11), 2138-2152.

[2] Jørgensen, B. (1987). Exponential dispersion models. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological), 49(2), 127-145.

[3] Singer, James (1938). *A Theorem in finite projective geometry and some applications to number Theory*, Transactions of the American Mathematical Society, 43, 377-385 pp.

[4] Tweedie, M. C. K. (1984, December). An index which distinguishes between some important exponential families. In Statistics: Applications and new directions: Proc. Indian statistical institute golden Jubilee International conference (Vol. 579, pp. 579-604).

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

COMPARACION DEL DESEMPEÑO DE LOS GRÁFICOS DE CONTROL TIPO SHEWHART Y UNA ALTERNATIVA BASADA EN LOGICA DIFUSA BAJO DIFERENTES ESCENARIOS DE PROCESOS SIMULADOS.

CRHISTIAN CAMILO GARCIA ALTAMIRANO
Escuela de Estadística
Filiación: Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: crhistian.garcia@correounivalle.edu.co

ANDRÉS MAURICIO CASTRO LLANOS
Escuela de Estadística
Filiación: Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: castrollanos@gmail.com

JAIME MOSQUERA RESTREPO
Escuela de Estadística
Filiación: Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: jaime.mosquera@correounivalle.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y10 de 2019

Resumen

Shewhart (1927) propuso la herramienta mayormente implementada en el control estadístico de procesos, denominada gráficos de control, a través de la cual se pretende controlar simultáneamente tanto la variabilidad instantánea como la estabilidad a largo plazo del proceso. Autores como Reynolds, Marion R., Jr. Et al (2004) han identificado falencias en el desempeño de los gráficos Shewhart, tal como su baja potencia en la detección de cambios de pequeña magnitud ($d < 2\sigma$). La lógica difusa es una herramienta adecuada para el manejo de variables cuya medición se puede expresar en términos lingüísticos como “muy bueno”, “bueno”, “medio”, “malo”, y “muy malo”, o en situaciones en las cuales se presentan fuentes de variabilidad instantánea. A través de una propuesta de elaboración propia se pretende mejorar el desempeño de los gráficos Shewhart, mediante su combinación con herramientas de la lógica difusa, la cual realiza la tarea de modelar la variación intragrupo presente en el proceso. A través de ejercicios de simulación Montecarlo, se compara el desempeño de ambas alternativas mediante la respectiva estimación de la probabilidad de falsa alarma (α) y la potencia en la detección de un cambio ($1 - \beta$). Las comparaciones entre los gráficos se realizan bajo diferentes escenarios, en los cuales se inducen alteraciones en el centramiento y la variabilidad de un proceso bajo condiciones de normalidad y no normalidad de la variable crítica de calidad, al tiempo que se alteran parámetros del procedimiento tales como el tamaño de subgrupo, el nivel de significancia y los niveles de corte de los números triangulares. Como una medida del nivel de equivalencia entre el par de métodos, se evalúa su concordancia diagnóstica utilizando el índice de Kappa. Los resultados muestran que, la metodología propuesta por Shewhart es muy similar a la curva teórica establecida para cambios en el centramiento del proceso, mientras que la metodología propuesta se puede implementar para detectar pequeños cambios en la variabilidad del proceso, además, la metodología basada en cortes α no presentó un buen desempeño al momento de detectar cambios en los parámetros del proceso

Palabras clave
Control Estadístico de Proceso, Grafico de control, Lorica difusa, Numero difuso triangular, Concordancia

Referencias

[1] Cheng, C.B. (2005). Fuzzy process control: construction of control charts with fuzzy numbers. Fuzzysets and systems, Vol 154, pp 287 a 303

[2] Chud P., Vivian L; Martinez E., Nathaly; Osorio G, Juan C. (2010).Comparación de los gráficos de control tradicionales con los gráficos de control fuzzy,Trabajo de Grado

[3] Ertu˘grul,I; Aytac, E. (2009). Construction of quality control charts by using probability and fuzzy approaches and an application in a textile company J Intell Manuf, pág. 139 a 149.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Evaluación de características físicas del fruto de café (*Coffea arabica* L. var Castillo) en diferentes sistemas agroforestales

DEISY CAROLINA LOZANO SUÁREZ
Ingeniería Forestal
Filiación: Universidad Industrial de Santander, Málaga, Colombia
e-mail: DEISY.LOZANO@correo.uis.edu.co
SANDRA MILENA DÍAZ LÓPEZ
Ingeniería Forestal
Filiación: Universidad Industrial de Santander, Málaga, Colombia
e-mail: smldiazl@uis.edu.co
RUBÉN CARVAJAL CABALLERO
Ingeniería Forestal
Filiación: Universidad Industrial de Santander, Málaga, Colombia
e-mail: rubencc@uis.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Actualmente en la vereda Laguna de Ortices Municipio de San Andrés, los productores que han venido manejado sus cultivos de café bajo sombrío y a plena exposición solar han venido presentando bajas productividades y la situación se ha agravado con las bajas de precios en carga de café. Igualmente, condiciones de suelos, clima, manejo y estado fitosanitario afectan los niveles de productividad. En esta región muchas familias viven del cultivo de café, constituyéndose en una fuente principal de ingresos.
Ante esta situación se procedió a llevar a cabo un estudio en 8 sistemas agroforestales ubicados en diferentes fincas para determinar algunas características físicas de los frutos de café (*Coffea arabica* L. var Castillo). Las variables que se estudiaron fueron peso fresco, peso seco, diámetro polar y ecuatorial de frutos de café. También se hizo peso seco de pulpa y peso seco de las almendras o semillas del grano de café. Los resultados presentados en cada una de las 8 fincas muestran alta variabilidad en las características físicas del grano de café que se determinaron mediante pruebas de ANOVA, las cuales pueden estar asociadas al nivel de fertilidad y calidad de suelos, a las condiciones climáticas de la zona, a las deficiencias del recurso hídrico, a los sistemas de manejo desde el momento de la plantación hasta los procesos de cosecha y a los sistemas de sombrío.
Esta heterogeneidad en los modelos productivos de café de los campesinos conduce a que se lleven a cabo estudios en profundidad relacionados con cada uno de los

componentes o factores de producción y poder determinar cuál es el que más efectos negativos genera sobre los rendimientos y calidad del grano de café.

Palabras clave

Variables físicas; grano de café; sistemas agroforestales.

Referencias

Carvajal Herrera, J. J., Aristizábal Torres, I. D., & Oliveros Tascón, C. E. (2012). Evaluación de propiedades físicas y mecánicas del fruto de café (Coffea arabica L. var. Colombia) durante su desarrollo y maduración. Dyna, (173), 116–124. Retrieved from https://www.redalyc.org/html/496/49623206015/

Montilla Pérez, J., Arcila Pulgarín, J., Aristizábal Loaiza, M., Montoya Restrepo, E. C., Puerta Quintero, G. I., Oliveros Tascón, C. E., & Cadena Gómez, G. (2008). Proceso de beneficio húmedo tradicional, 59(2), 120–142.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Una nueva clasificación de los municipios de la zona Sabana Centro, mediante técnicas de Aprendizaje Automático

Mauricio Restrepo
Departamento de Matemáticas
Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, Colombia
e-mail: mauricio.restrepo@unimilitar.edu.co

Adriana Pineda
Departamento de matemáticas
Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, Colombia
e-mail: luz.pineda@unimilitar.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Un informe reciente sobre Calidad de Vida [1], relativa a los municipios de la zona Sabana Centro en la inmediaciones de la Sabana de Bogotá, realizó una clasificación de los municipios en dos categorías y basados fundamentalmente en el Producto Interno Bruto departamental. En este trabajo queremos hacer una nueva clasificación de los municipios, usando algunas técnicas del Aprendizaje Automático (Machine Learning) [2–4] y usando la información disponible de cada municipio.

Palabras claves

Calidad de vida, Aprendizaje Automático, Análisis de Clusters.

Referencias

[1] Sabana Centro, Cómo vamos. *Informe Calidad de Vida, 2016*, Zona Sabana Centro. 2017.

[2] P.N. Tan, M Steinbach, V Kumar. *Introduction to Data Mining*, Pearson. Boston. 2006.

[3] T. Hastie, R Tibshirani, J Friedman. *The Elements of Statistical Learnig*, Springer. 2001.

[4] C. Langrand, L. M. Pinzón. *Análisis de Datos, Métodos y ejemplo*, Editorial Escuela Colombiana de Ingeniería. Bogotá 2009.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Comparación del Análisis de Correspondencias Múltiples Iterativo y Regularizado para matrices con datos faltantes

ANDRÉS FELIPE OCHOA MUÑOZ
Escuela de Estadística
Filiación: Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: andres.ochoa@correounivalle.edu.co
JENNYFER PORTILLA YELA
Departamento de Ciencias Naturales y Matemáticas
Filiación: Pontificia Universidad Javeriana, Cali, Colombia
e-mail: jennyfer.portilla@javerianacali.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y10 de 2019

Resumen

En la literatura se encuentran diferentes metodologías para trabajar el Análisis de Correspondencias Múltiples (ACM) con datos faltantes o no disponibles (NA). El Análisis de Correspondencias Múltiples Iterativo Regularizado (ACMIR) fue propuesto por Josse, Chavent, Liquet & Husson (2012), en particular ésta metodología se recomienda para matrices con altos porcentajes de datos faltantes. En esta investigación se simulará una matriz cualitativa completa y se generarán 1000 matrices con diferentes porcentajes de NA (10%, 20%, 30%, 40%, 50%), posteriormente se analizará que tan diferentes son las coordenadas del ACMIR al comparar con datos completos, utilizando el RV de Escoufier. Además se evaluará el tamaño de muestra en matrices con n=100, 500, 1000 para analizar la velocidad computacional de los algoritmos

Palabras clave

ACM, datos faltantes, Regularización, ACMIR.

Referencias

[1] Josse, J., Chavent, M., Liquet, B., & Husson, F. (2012). Handling missing values with regularized iterative multiple correspondence analysis. *Journal of classification*, *29*(1), 91-116.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Usando la probabilidad para contar historias y usando historias para explicar la probabilidad en los años iniciales de la enseñanza fundamental

AILTON PAULO DE OLIVEIRA JÚNIOR
Centro de Matemática, Computação e Cognição
Filiación: Universidade Federal do ABC, São Paulo, Brasil
e-mail: ailton.junior@ufabc.edu.br
KAROLINE MARCOLINO CARDOSO
Programa de Pós-graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática
Filiación: Universidade Federal do ABC, São Paulo, Brasil
e-mail: karoline.cardoso@ufabc.edu.br

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

En este trabajo mostramos el uso de la historia en la motivación hacia el estudio de la probabilidad, siguiendo el camino de aquéllos que contribuyeron a su desarrollo teórico, los escollos que tuvieron que superar, así como los errores cometidos en la solución de algunos problemas relevantes.

González (2004) señala que el uso de la historia de la Matemática con fines didácticos depende de muchos factores, entre ellos el conocimiento histórico del profesor y su iniciativa para transponer y adaptar ese saber a los intereses y necesidades del grupo, pues no se trata de hacer exposiciones anacrónicas y tediosas sobre hechos del pasado sin relacionarlos con los avances de la disciplina y su estado actual teórico y de aplicabilidad.

Esta investigación pretende considerar argumentos reforzadores de las potencialidades pedagógicas y cuestionadores de la historia de las matemáticas, según Miguel (1997), apoyada por la investigación, bibliográfica sobre la Historia de la Probabilidad y desarrollar pequeños cuentos basados en la historia de la probabilidad para desarrollar y fijar los contenidos probabilísticos del primer año al quinto año de la Enseñanza Fundamental.

Se expone en Brasil (2017), en la Base Nacional Común Curricular - BNCC, que es importante incluir la historia de la Matemática como recurso que puede despertar interés y representar un contexto significativo para aprender y enseñar Matemáticas. Sin embargo, esos recursos y materiales necesitan estar integrados a situaciones que propicien la reflexión, contribuyendo a la sistematización y la formalización de los conceptos matemáticos.

Consideramos que la historia tiene un gran valor cultural y social. Este valor debe ser trabajado en el aula, pues permite mostrar a los alumnos que los contenidos no son un

campo de conocimiento estático y listo, pero que está en constante cambio de acuerdo con las necesidades de cada pueblo y de cada región a lo largo de la historia.

Para la elaboración de los cuentos consideramos la Base Nacional Común Curricular - BNCC (Brasil, 2017) como un documento curricular (Institución - I) orientado a los años iniciales de la Enseñanza Fundamental, que pretenden implantar y perfeccionar mecanismos de control sobre los alumnos y profesores (Persona - P) y relacionado al objeto de esta investigación que permea la Teoría Antropológica del Didáctico - TAD, de Chevallard (1996) y Chevallard, Bosch y Gascón (2001), buscando atentar detalladamente a la enseñanza de probabilidad (Objeto - O).

El desafío de la investigación es mostrar la posibilidad de desarrollar un trabajo pedagógico para los años iniciales de la Enseñanza Fundamental, basado en la historia de las matemáticas que involucra contenidos probabilísticos, creando subsidio teórico metodológico que favorezca el repensar sobre los métodos estratégicos, redimensionándolos a fin de minimizar el hiato existente entre las actividades lúdicas cotidianas realizadas por los alumnos, espontáneamente, y el trabajo desencadenado en el aula. A partir de este principio, todas las situaciones problemáticas propuestas, son contextualizadas y pautadas en situaciones reales que formaron parte de la construcción de la teoría de la probabilidad.

Palabras clave

Enseñanza de probabilidad; enseñanza fundamental; los enfoques de la historia de las matemáticas; la teoría antropológica del didáctico.

Referencias

[1] Brasil. (2006). *Orientações Curriculares para o Ensino Médio*. Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC, SEB.

[2] Brasil. (2017). *Base Nacional Comum Curricular*: Educação é a base. Ministério da Educação, Brasília. Recuperado de http://basenacionalcomuma.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf.

[3] Bryant, P., & Nunes T. (2012). *Children's understanding of probability*: A literature review (full report). University of Oxford. Nuffield Foundation.

[4] Chevallard, Y. (1996). *Conceitos fundamentais da Didáctica: perspectivas trazidas por uma abordagem antropológica.* En Brun, J. *Didáctica das Matemáticas*. Lisboa: Horizontes Pedagógicos.

[5] Chevallard, Y., Bosch M., & Gascón, J. (1997). *Estudiar matemáticas*. El eslabón perdido entre la enseñanza y el aprendizaje. Barcelona: ICE/Horsori; 1997.

[6] Coutinho, C. Q. S. (2007). *Conceitos probabilísticos:* Quais contextos a história nos aponta? *REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 2(3), 50-67.

[7] González, P. (2004). La historia de la matemática como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Summa*, 45, 17-28.

[8] Lopes, C. A. E. (2008). O Ensino da Estatística e da Probabilidade na Educação Básica e a Formação dos Professores. *Caderno CEDES*, 28(74), 57-73.

[9] Mendes, I. A. (2001). *O uso da história no ensino de matemática*: reflexões teóricas e experiências. Belém: EDUEPA.
[10] Miguel, A. (1997). As potencialidades pedagógicas da história da matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. *Zetetiké*, 5(8), 73-105.
[11] Tsakiridou, H., & Vavyla, E. (2015). Probability Concepts in Primary School. *American Journal of Educational Research*, 3(4), 535-540.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Propuesta didáctica para *Machine Learning*: Parte estadística. Ejemplo: comparación de métodos de clasificación usando *Python*.

Angarita-Espitia, Andrés Fernando.
Estudiante, Estadística.
Filiación: Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá, Bogotá, Colombia
e-mail: aangaritae@unal.edu.co

Grajales Hernández, Luis Fernando
Profesor Asociado, Departamento de Estadística
Filiación: Universidad Nacional de Colombia, Sede Bogotá, Bogotá, Colombia
e-mail: lfgrajalesh@unal.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

En este momento, el análisis de datos de grandes dimensiones, muchos registros y muchas covariables, se realiza a través de métodos como *Machine Learning* (aprendizaje automático de máquinas), *Data Science* (ciencia de datos), *Big Data* (grandes volúmenes de datos o datos en grandes dimensiones) y *Data Minning* (minería de datos), entre otros. Para acercarse a estos métodos, se requieren conceptos de Matemáticas, Estadística y Lenguajes de Programación, entre otros. Desde el punto de vista de la Estadística, consideramos que estos métodos son muy importantes pero tienen algunos reparos; mencionaremos dos de ellos: i) al ajustar modelos a los datos, no se tienen en cuenta detalles como validación de supuestos o calidad de ajuste; ii) al tener datos de grandes dimensiones, los procedimientos se pueden volver como una *caja negra*, donde no se tiene la claridad conceptual de lo que los métodos están haciendo internamente. Con base en esto, nuestro objetivo es acercarnos a estos métodos por medio de propuestas didácticas, para este caso, en el método de *Machine Learning*, el cual puede definirse como un conjunto de procedimientos computacionales que

pueden detectar automaticamente patrones en los datos, y, en algunos casos usar estos patrones descubiertos para, por ejemplo, predecir datos futuros. En este caso, comenzaremos por la parte estadística. En este trabajo presentamos un ejemplo inicial donde la variable respuesta es politómica (cuatro niveles) y se tienen 4 covariables continuas. Comparamos varios métodos de Clasificación, por medio de validación cruzada, con escenarios de 25 %, 20 %, 15 % y 10 % para validación. Usamos el lenguaje de programación *Python* para los algoritmos. Los métodos de clasificación comparados fueron, en inglés, por las siglas más conocidas, *Multinomial Logistic Regression* (MLR), *Linear Discriminant Analysis* (LDA), *K-Nearest Neighbors* (KNN), *Classification and Regression Trees* (CART), *Gaussian Naive Bayes* (GNB) y *Support Vector Machines* (SVM). Comparamos, por medio de validación cruzada, el mejor método de Clasificación en cada uno de los porcentajes de datos usados para la validación.

Palabras claves

Machine Learning, didáctica Estadística, validación cruzada, métodos de clasificación.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Introducción al Análisis de Datos Funcionales

Yuri Marcela García Saavedra
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué-Colombia
e-mail: ymsaavedrag@ut.edu.co

Jairo Alfonso Clavijo Mendez
Departamento de Matemáticas y Estadística
Universidad del Tolima, Ibagué-Colombia
e-mail: jaclavijom@ut.edu.co

Julián Alfonso Acuña Collazos
Departamento de Matemáticas
Universidad Militar Nueva Granada, Cajicá-Colombia
e-mail: julian.acuna@unimilitar.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

El análisis de datos mediante datos funcionales (FDA) ha llamado mucho la atención; 1) por la gran cantidad de aplicaciones que han surgido y pueden ser tratados mediante esta metodología y 2) porque de cierta manera amplia los conceptos tratados en los modelos mixtos, trasladando el análisis de datos longitudinales a una nueva "dimensión" ([1], [2], [3], [4], [5], [6],[7]). ¿Pero a qué nos referimos con "una nueva dimensión"? supongamos que desde el punto de vista del FDA se considera la idea de "átomo" de un análisis estadístico. Entonces en un primer curso de estadística, los átomos son "números" y se aprenden métodos para comprender poblaciones de números. En un curso de análisis multivariado, los átomos son "vectores", y los métodos para entender las poblaciones de vectores son el objetivo; mientras que en

los FDA esto se generaliza a objetos más complicados, como curvas, imágenes o formas ([8],[9]).

En el análisis de datos funcionales, la unidad básica es el dato funcional. En general cualquier observación que varíe en un continuo se puede considerar un dato funcional. Bajo la estructura del FDA, cada observación es considerada a ser una curva o función real. De esta manera el conjunto de valores sobre el cual estas funciones están definidas son a menudo el tiempo o espacio.

Nuestro propósito es entonces, dar una introducción donde se motive y se justifique la necesidad de considerar datos funcionales en estos estudios estadísticos, y debido al problema de dimensionalidad que ello supone, surgirán de forma natural las componentes principales funcionales como reducción de esta dimensionalidad. Es por ello que empezaremos dando los conceptos teóricos del análisis de componentes principales en su versión multivariada (ACP) hasta su generalización a la versión funcional (ACPF).

Por último, mostraremos una aplicación sobre el número de accidentes viales en la ciudad de Ibagué, en la cual se usarán modelos para datos funcionales observados en múltiples instantes de tiempo con representación de funciones base B-Spline y con componentes principales funcionales usando el Software R-project.

Palabras claves

Datos funcionales, componentes principales funcionales, Base B-spline.

Referencias

[1] Baladandayuthapani, V., Mallick B., Young Hong. M., Lupton, J., Turner, N., Carroll, R. (2008). Bayesian Hierarchical Spatially Correlated Functional Data Analysis with Application to Colon Carcinogenesis. Biometrics. 64(1):64-73

[2] Morris, J. , Vannucci, M., Brown, P., Carroll. R. (2003). Wavelet-Based Nonparametric Modeling of Hierarchical Functions in Colon Carcinogenesis. Journal of the American Statistical Association. 2003; 98(463):573-583.

[3] Morris, J. y Carroll, R. (2006).Wavelet-Based Functional Mixed Models. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology). 2006; 68(2):179-199.

[4] Diggle P., Patrick H., Kung-Yee L. y Scott Z. (2002). Analysis of Longitudinal Data. OUP Oxford. 2da ed.

[5] Greven, S., Crainiceanu, C., Caffo, B., Reich, D. (2010). Longitudinal Functional Principal Component Analysis. Electronic Journal of Statistics. 1022-1054.

[6] Staicu, A., Crainiceanu, C., Carroll, R. (2010). Fast Methods for Spatially Correlated Multilevel Functional Data. Biostatistics. 11(2):177-194.

[7] Li, Y., Guan, Y. (2014). Functional principal component analysis of spatio-temporal point processes with applications in disease surveillance. Journal of the American Statistical Association. 109 (507), 1205-1215.

[8] Ramsay, J.; Silverman, B. W. (1997). Functional Data Analysis. Springer-Verlag New York. 2da ed.

POSTERS
MATEMÁTICAS

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Problema de control óptimo para un modelo matemático para el Dengue

Oscar Andres Manrique Arias
Maestría en Biomatemáticas
Universidad del Quindío, Armenia, Colombia
e-mail: oamanriquea@uqvirtual.edu.co

Anibal Muñoz Loaiza
Facultad de Educación
Universidad del Quindío, Armenia, Colombia
e-mail: amunozl@uqvirtual.edu.co

Rodrigo Tomás Nogueira Cardoso
Departamento de fisica y matemáticas
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais,
Belo Horizonte, Brasil
e-mail: rodrigocardoso@cefetmg.br

Ibagué, Colombia
8 al 10 de Mayo de 2019

Resumen

Las enfermedades como el dengue, ZIKA y chikungunya se transmiten de una persona enferma a una susceptible a través de la picadura de mosquitos hematófagos conocidos como *A. aegypti*, principalmente, aunque también existe otro vector que es el *A. albopictus*. El mosquito es originario probablemente del Continente Africano y se conocen tres variantes principales; *A. aegypti* var. Tipo, *A. aegypti* ssp. *formosus* y *A. aegypti* var. *queenslandensis*. La variante tipo A es la más distribuida en el mundo, la *queenslandensis* se conoce que también es parecida a la tipo A. en casi todos los aspectos, pero *formosus* esta confinada a ciertas regiones africanas y tiene

diferencias en cuanto a su taxonomía y biología selvática [4, 5].

El vector tiene una distribución muy amplia y estable entre los trópicos y zonas subtropicales; tiene, ademas, una preferencia domestica en su ciclo de vida, por lo que su adaptabilidad es muy grande hacia los diferentes escenarios que el hombre hace en sus viviendas; con una gran población en áreas con características urbanas, aunque también se encuentra en áreas rurales [4, 5].

La ausencia de vacunas o medicamentos contra el virus nos conduce a determinar, por lo pronto que el control debe basarse en la disminución y eventual eliminación de los mosquitos vectores y de ahí la importancia de modelar la dinámica poblacional de transmisión de la fiebre dengue mediante el vector *A. aegypti* [1–3].

En este trabajo, se formula un modelo matemático tipo Hospedero-Vector, con base en ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales, el cual interpreta la dinámica de transmisión de dengue, acoplando la dinámica de la población humana a la dinámica del mosquito *Aedes aegypti* en la formulación se consideran prevención a las picaduras del mosquito y la aplicación de fitocompuestos en mosquitos adulto, se plantea un funcional de costos, contemplando los costos directos e indirectos en usos de fitocompuestos y la prevención en personas por picaduras, se determina un problema de contorno, utilizando el principio del máximo de Pontryagin, finalmente se resuelve el problema de contorno mediante métodos numéricos.

Palabras claves

dengue, modelo matemático, control, optimización, pontryagin

Referencias

[1] Bartley L. M., Donelly C. A. and Garnett G. P. (2002).*The seasonal pattern of dengue in endemic areas: Mathematical models of mechanisms*, J. Transactions of the Royal Society of Tropical Medicine and Hygiene. 96 (4):387 - 397.

[2] Dye C. *Models for the population dynamics of the yellow fever mosquito, Aedes aegypti*, Journal of Animal Ecology 53: 247 - 268, (1984).

[3] Esteva L. and C. Vargas. (1999).*A model for dengue disease with variable human population*, J. Math. Biol. 38: 220.

[4] Frenk J. M. et al. (2002).*Manual para la vigilancia, diagnóstico, prevencion, y control del dengue*. Secretaria de Salud.

[5] Halstead S. B. (1988). *Pathogenesis of dengue: challenges to molecular biology* Science. 293: 476 - 481.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

Dinámica de la transmisión del dengue considerando la población asintomática y la temperatura

Steven Raigosa Osorio
Maestría en Biomatemáticas
Universidad del Quindío, Armenia, Colombia
e-mail: sraigosao@uqvirtual.edu.co

Anibal Muñoz Loaiza
Facultad de Educación
Universidad del Quindío, Armenia, Colombia
e-mail: anibalml@hotmail.com

Rodrigo Tomás Nogueira Cardoso
Departamento de física e matemática
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Minas Gerais, Brasil
e-mail: rodrigocardoso@cefetmg.br

Ibagué, Colombia
8 al 10 de Mayo de 2019

Resumen

El dengue es una enfermedad vírica transmitida por los mosquitos del género *Aedes*, principalmente por el mosquito *Aedes aegypti*, se caracteriza por causar una fiebre bifásica, mialgia, erupción cutánea, entre otros síntomas, los cuales pueden evolucionar a un cuadro clínico denominado dengue grave que puede conllevar a la muerte; la enfermedad del dengue es un problema de salud pública a nivel mundial, pues se estima que anualmente se infectan cerca de 390 millones de personas y no existe una vacuna eficaz para disminuir su incidencia, por lo que los enfoques para disminuir su transmisión están dirigidos hacia el control del vector *Aedes*

aegypti [1–3].

La población de personas asintomáticas puede definirse como las personas que son infectadas con el virus de dengue que no presentan sintomatología clínica como para ser detectados por los sistemas de salud pública, estudios recientes han demostrado que las personas asintomáticas, a pesar de su poco nivel promedio de viremia, son potencialmente infecciosas para los mosquitos; se estima que de los cerca de 390 millones de casos de infección por dengue al año, alrededor de 300 millones son asintomáticos [4, 5].

En la transmisión de la enfermedad intervienen diferentes factores entomológicos y climáticos, en particular la variabilidad en la temperatura afecta la ploriferación del mosquito *Aedes aegypti*, su distribución, la actividad de picadura y la capacidad de sobrevivencia en el medio ambiente [2, 3].

En el desarrollo de este trabajo se plantea y simula un modelo matemático basado en ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales que interpreta la dinámica de transmisión del virus de dengue, acoplando la población humana susceptible, infectada sintomática y asintomática a la dinámica de la población de mosquitos hembra *Aedes aegypti* y teniendo en cuenta algunos parámetros entomológicos que dependen de la variabilidad de la temperatura.

Palabras claves

Dengue, modelo, *Aedes aegypti*, asintomática, temperatura.

Referencias

[1] Organización Mundial de la Salud (OMS), Dengue, febrero de 2017. http://www.who.int/topics/dengue/es/

[2] Rúa, G., Suarez, C., Chauca, J., Ventosilla, P., & Almanza, R. (2013). Modelado del efecto de la variabilidad climática local sobre la transmisión de dengue en Medellín (Colombia) mediante análisis de series temporales. Biomédica , 42-52.

[3] Ge, J., Kim, K. I., Lin, Z., & Zhu, H. (2015). *A SIS reaction-diffusion-advection model in a low-risk and high-risk domain.* Journal of Differential Equations, 5486-5509.

[4] Duong, V., Lambrechts, L., Paul, R. E., Ly, S., Lay, R. S., Long, K. C., ... & Buchy, P. (2015). *Asymptomatic humans transmit dengue virus to mosquitoes.* Proceedings of the National Academy of Sciences, 112(47), 14688-14693.

[5] Quirine, A., Clapham, H. E., Lambrechts, L., Duong, V., Buchy, P., Althouse, B. M., ... & Vazquez-Prokopec, G. M. (2018). *Contributions from the silent majority dominate dengue virus transmission.* PLoS pathogens, 14(5), e1006965.

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Modelo para la transmisión del dengue con crecimiento periódico y transmisión vertical de *Aedes aegypti*

Julián Alejandro Olarte García
Grupo de Modelación Matemática en Epidemiología (GMME)
Universidad del Quindío, Colombia
e-mail: jaolarteg@uqvirtual.edu.co

Anibal Muñoz Loaiza
Grupo de Modelación Matemática en Epidemiología (GMME)
Universidad del Quindío, Colombia
e-mail: anibalml@hotmail.com

Oreste Piro Perusín
Departamento de Física - Instituto Mediterráneo de Estudios Avanzados Universitat de les Illes Balears, Palma de Mallorca España
e-mail: piro@imedea.uib-csic.es

Ibagué, Colombia
2 al 4 de Mayo de 2018

Resumen

La fiebre del dengue (DENV) es la enfermedad transmitida por artrópodos con la mayor mortalidad en el mundo (se estima que 390 millones de personas se infectan cada año, 500 000 personas que padecen dengue grave requieren hospitalización y un 2,5 % fallecen), afecta a los países tropicales y subtropicales de Asia, las islas del Pacífico, las islas del Caribe, África y América Central y del Sur [2]. Las variables climáticas como temperatura, humedad y lluvia influyen significativamente en el desarrollo del vector (mosquitos *Aedes*) y varios estudios sugieren que los parámetros

entomológicos son sensibles a ellas, ya que DENV normalmente circula en regiones tropicales y subtropicales [5]. La transmisión vertical (TV) del virus del dengue en *Aedes aegypti* y *Aedes albopictus* también podría explicar la persistencia de períodos interepidémicos en áreas endémicas y está bien documentado tanto en condiciones experimentales [3] como en condiciones de campo [4]. Se sabe que las fluctuaciones periódicas son comunes en la evolución de las enfermedades transmitidas por vectores, los cambios periódicos en las tasas de natalidad, la mortalidad y el contacto de las poblaciones son evidentes en los ecosistemas [1].

Se analiza un modelo matemático para la transmisión del DENV, el cual incorpora TV y estacionalidad en la interacción vector (*A. aegypti*) - hospedero (ser humano). El cálculo de las soluciones estacionarias y el número básico de reproducción obtenido como el radio espectral del operador de la siguiente infección se realizan para el modelo epidémico compartimental en un entorno periódico. Se muestra numéricamente que el dengue no puede invadir el estado libre de enfermedad si R_0 es menor que la unidad, puede invadir si es mayor que la unidad, sin embargo la transmisión vertical logra elevar el número de personas infectadas, significando un mecanismo para la persistencia de casos de dengue en una ciudad durante todo el año.

Palabras claves

Dengue, *Aedes aegypti*, estacionalidad, Número reproductivo básico.

Referencias

[1] Altizer, S., Dobson, A., Hosseini, P., Hudson, P., Pascual, M., and Rohani, P. (2006). *Seasonality and the dynamics of infectious diseases*, Ecology letters, 9(4), 467-484 pp.

[2] Gage, K. L., Burkot, T. R., Eisen, R. J., and Hayes, E. B. (2008). *Climate and vectorborne diseases*, American journal of preventive medicine, 35(5), 436- 450 pp.

[3] Joshi, V., Mourya, D. T., and Sharma, R. C. (2002). *Persistence of dengue-3 virus through transovarial transmission passage in successive generations of Aedes aegypti mosquitoes*, The American journal of tropical medicine and hygiene, 67(2), pp.158-161.

[4] Kow, C. Y., Koon, l. l. and Yin, P. F. (2001). *Detection of dengue viruses in field caught male Aedes aegypti and Aedes albopictus (Diptera: Culicidae) in Singapore by type-specific PCR*, Journal of medical entomology, 38(4), 475-479 pp.

[5] Liu-helmersson, J., Stenlund, H., Wilder-Smith, A. and Rocklöv, J. (2014). *Vectorial capacity of Aedes aegypti: effects of temperature and implications for global dengue epidemic potential*, PloS one, 9(3), e89783.

Estimativo del primer valor propio del Laplaciano sobre superficies de Lawson.

Andrés Julián Castrillón Vásquez,
Facultad de ciencias básicas-Universidad Santiago de Cali
Universidad Nacional sede Palmira.
John Gomez Daza
Facultad de ciencias básicas-Universidad Santiago de Cali

4 de marzo de 2019

Resumen

En 1982 el profesor Shing Tung Yau conjetura que el primer valor propio $\lambda_1(M)$ del laplaciano de una hipersuperficie M sin borde, orientable, mínima y conexa inmersa en $\mathbb{S}^{n+1}$ es igual a n. En 1983 Hyeong In Choi y Ai-nuig Wang prueban que $\lambda_1 \geq \frac{n}{2}$; en el año 2004 Huang Xuango demuestra que la conjetura de Yau se cumple para $n \geq 3$, y en el año 2007 Jaig Young Choe junto con Mart Soret demuestran que si $M \subset \mathbb{S}^3$ es una superficie simétrica, entonces $\lambda_1 = 2$. En este trabajo se presenta particularmente una demostración alternativa del resultado anterior en las superficies de Lawson $\xi_{m,k}$.

1. Introducción.

El estudio de los valores propios de los problemas de Dirichlet, de Newmann y de Steklov en geometría, buscan encontrar relaciones entre éstos y los invariantes geométricos globales de la variedad subyacente. Por un lado, se trata de identificar las características de la geometría de la variedad a partir de la información conocida de los valores propios del Laplaciano; por ejemplo Hermann Weyl demostró que el volumen de un dominio acotado en el espacio euclidiano puede determinarse a partir del comportamiento asintótico de los valores propios del problema de frontera de Dirichlet para el operador de Laplace. Por otro lado, se busca inferir el comportamiento de los valores propios de una variedad de Riemann a partir del conocimiento de la geometría; por ejemplo una famosa desigualdad de Cheeger da una relación entre el primer valor propio positivo del operador de Laplace y una constante isoperimétrica (la constante Cheeger).
Al considerar M como una hipersuperficie mínima, compacta y encajada en $\mathbb{S}^{n+1}$ Sing- Tung Yau en el año 1982 conjeturó que el primer valor propio distinto de cero del problema

$$\Delta_M \varphi + \lambda \varphi = 0. \tag{1}$$

es $\lambda_1(M) = n$. En 1982 Choi y Wang demuestran que $n/2$ es una cota inferior para el primer valor propio no nulo; este fue mejorado por Barros y Bessa demostrando que $\lambda_1(M) > n/2$.

En el año 2004 Huang Xuango demuestra que el primer valor propio del laplaciano sobre una hipersuperficie mínima, compacta y encajada M es $\lambda_1(M) = n$ para $n \geq 3$.

La conjetura de Yau sigue abierta; sin embargo se han realizado estudios sobre ella y obtenido algunos resultados importantes. Dentro de estos resultados se encuentra el publicado en el artÍculo *"First Eingenvalue of simetric minimal surfaces"* realizado por Jaigyoung Choe y Marc Soret en el año 2007 [1], donde demuestran que la conjetura tiene validez para $n = 2$ si la variedad M es simétrica.Un claro ejemplo de estas superficies son la familia de superficies mínimas creadas por Lawson en 1970, las cuales son son esencialmente el continuo reflejo de una superficie fundamental a través de segmentos de geodésica en la esfera tres dimensional $\mathbb{S}^3$, estas superficies se denominan $\xi_{m,k}$.

En este trabajo se hace un enfasis particular en el estudio de los valores propios de la ecuación (1) sobre las superficies $\xi_{m,k}$ usando la construcción de las mismas.

Referencias

[1] Choe Jaigyoung y Soret Marc . Firts eigenvalue of symetmetrics minimal surfaces in S^3;The Annals of Mathematics; volumen58, número1, paginas $269 - 281$, 2009.

[2] Castrillón Andrés Julián. *Estimativo al primer valor propio para superficies mínimas compactas inmersas en* $\mathbb{S}^{n+1}(n \geq 2)$;Tesis de maestría, Universidad del Valle, 2014.

[3] Bline Lawson. Complete minimal surfaces in S^3;The Annals of Mathematics; volumen92, número3, paginas $335 - 374$.

[4] Mesa Heber y Castrillón Andrés Julián .*Algebricidad de los ejemplos de Lawson*; Revista matemáticas enseñanza universitaria; volumen 1, número 2, paginas $79 - 88$ 2011.

[5] Perdomo Oscar Mario *Minimal hypersurfaces in* R^n *as regular values of a funtion*; universidad industrial de santander: 2004.

[6] Castrillón Andrés Julián. *Conjetura álgebraica de Lawson* ;Tesis, Universidad del Valle, 2008.

[7] Chavel Isaac. *Eingenvalues in Riemmanian geometry* ; Academics press, inc, New York, 1984.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Semillas para las Ciencias Básicas

Nidia Yadira Caicedo B.
Departamento Matemáticas y Estadística
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: nycaicedob@ut.edu.co

Leonardo D. Restrepo A., Ximena C. Pulido V.
Departamento Matemáticas y Estadística, Departamento de Química
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: ldrestrepoa@ut.edu.co, xpulido@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

El presente trabajo hace parte del proyecto de investigación titulado: Influencia de las Ciencias Básicas en el aprendizaje de los estudiantes del grado noveno de una Institución Educativa de la ciudad de Ibagué, a través de la propuesta denominada las Semillas para las Ciencias Básicas. - código 20118 UT. Sabemos que las ciencias exactas son las disciplinas que se basan en la observación y experimentación para crear conocimiento, se caracterizan por su precisión y rigurosidad. Por esta razón queremos acercarnos a los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa INEM Manuel Murillo Toro de la Ciudad de Ibagué, quienes en esta edad estan en la búsqueda de su perfil profesional y son precisamente las asignaturas de Matemáticas, Física, Biología y Química las causantes del poco interés por estudiar este tipo de carreras profesionales. Por tal razón decidimos abrir un espacio donde los estudiantes de básica secundaria puedan tener acceso a laboratorios, realizar prácticas y ver de manera didáctica los problemas que se expongan en las diferentes áreas. Queremos que los estudiantes sean los actores principales y a su vez pierdan el temor a interactuar con ellas. El proyecto nos permitió crear un grupo interdisciplinar de docentes de la Facultad de Ciencias de la Universidad del Tolima, quienes estan comprometidos y listos a motivar, fortalecer y mostrar las bondades de las Ciencias

Básicas y los beneficios académicos que se pueden alcanzar cuando se estudia con interés, dedicación y participación.

Se implementó la metodología constructivista vista desde la teoría del aprendizaje significativo basada en los conocimientos previos que traen los estudiantes; el trabajo está enfocado en la interacción: Docente-Estudiante y Estudiante-Estudiante, además se diseñaron unidades didácticas, las cuales nos permiten cambiar el manejo tradicional al que están acostumbrados los estudiantes en las Instituciones Educativas. Estas actividades nos ayudan a medir el grado de aceptación visto desde lo motivacional y la buena actitud hacia las Ciencias Básicas. Esperamos por último contribuir a mediano y largo plazo con el cambio de percepción que tienen los estudiantes con relación a estas asignaturas y poder contar con futuros motivadores de sus mismos compañeros de la Institución.

Palabras claves

Ciencias básicas, enseñanza aprendizaje, constructivismo.

Referencias

[1] Ausubel, D. (1991). *Significado y aprendizaje significativo. Psicología educativa. México: Trillas.*, Documento recuperado el 26 de Septiembre de 2016 de: http://www.arnaldomartinez.net/docencia$_{u}niversitaria/ausubel02.pdf$.

[2] Díaz Barriga, F. (2010). *Estrategia Docentes para un Aprendizaje Significativo.*, McGraw Hill Education. México.

[3] Porlán, R. (1993). *Constructivismo y escuela. Hacia un modelo de enseñanza-aprendizaje basado en la investigación.*, España. Diada.

[4] Semillero de Ciencias Univalle disponible: http://semillerociencias.univalle.edu.co/?p=index.

[5] Departamento Administrativo de Ciencia Tecnolog´ía e Innovación COLCIENCIAS Programa Ondas: una apuesta por la investigación en niños, niñas y jóvenes de Colombia. Caracterización del Programa. Bogotá 2010, disponible en: http://ocyt.org.co/Portals/0/Documentos/Ondas/Doc.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Representación de la música occidental en un Grupo Diédrico

YISEL NATALIA SÁNCHEZ ENCINALES
Departamento de Matemáticas
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: ynsanchez@ut.edu.co

DANIEL RICARDO VÁSQUEZ CALDERÓN
Departamento de Matemáticas
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: drvasquezc@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

La exposición consiste en aplicar conceptos de teoría de grupos en la teoría musical. Para esto se considera la representación de las doce notas musicales en un grupo diédrico D_{12}. Con ésta construcción se aplican las operaciones de rotación y reflexión sobre segmentos del grupo D_{12}, las cuales nos generan transposiciones e inversiones del acorde musical representado en dicho segmento.

El mismo proceso es realizado para segmentos que representan escalas musicales, de tal forma que un segmento del grupo D_{12} sirve como generador de distintas escalas musicales, a partir de las operaciones mencionadas anteriormente.

Además, se presentan programas en *MATLAB* que apliquen la teoría expuesta anteriormente para generar acordes y escalas, los cuales los expositores interpretan en el transcurso de la exposición.

Para finalizar, se introduce el concepto de *Grafos de Cayley* para representar de forma visual la teoría aplicada en el transcurso de la exposición.

Palabras claves

Grupo Diédrico, rotación, reflexión, acordes y escalas musicales.

Referencias

[1] Klima, R., Sigmon, N. y Stitzinger, E. (2016). *Simmetry in Western Music*, Applied Abstract Algebra with MAPLE™and MATLAB®, 471-488 pp.

[2] Gallian, Joseph (2012). *Cayley Digraphs of Groups*, Contemporary Abstract Algebra, 506-510 pp.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Métodos iterativos S.O.R. para resolver las Ecuaciones de Poisson y Laplace

Héctor Andrés Granada Díaz
Departamento de Matemáticas con Énfasis en Estadística
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: hagranadad@ut.edu.co

Carlos Manuel Ramírez Cuervo
Departamento de Matemáticas con Énfasis en Estadística
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: cmramirezcu@ut.edu.co

Germán Andrés Ruiz Hernández
Departamento de Matemáticas con Énfasis en Estadística
Filiación: Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: garuizh@ut.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Se presentan métodos iterativos S.O.R. como estrategía alternativa para reducir errores en las soluciones de las ecuaciones de Poisson y Laplace al aplicar métodos de discretización.
En la mayoría de los casos, los sistemas generados por discretizaciones son sistemas tridiagonales muy grandes. Usando los métodos directos como el de Gauss-Jordan o la factorización LU, podrían llevarnos a una solución muy alejada de la solución real y, además el tiempo de cómputo sería muy grande.

Palabras claves

Ecuación de Laplace, Ecuación de Poisson, sistemas tridiagonales, métodos iterativos, discretización.

Referencias

[1] Kincaid, David y Cheney, Ward (1991). *Numerical Analysis*, Brooks/Cole Publishing Company.

[2] Burden, Richard L. y Faires, J. Douglas (2011). *Numerical Analysis 9 ed.*, Brooks/Cole Cengage Learning.

[3] L. Elden, L. Wittmeyer-Koch (1990). *Numerical Analysis: An Introduction*, Academic Press.

[4] John.H. Mathews, Kurtis D. Fink (2000). *Métodos Numéricos con MATLAB*, Prentice Hall, Madrid.

[5] W. Allen Smith (1988). *Análisis numérico*, Prentice Hall.

[6] Steven C. Chapra, Raymond P. Canale (2003). *Análisis numérico para ingenieros*, McGraw Hill.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

SECUENCIAS SONAR SHIFT Y BOSE CON EL SOFTWARE MATLAB

LUIS JEHIEL NEGRET TRUJILLO
Departamento de Matemáticas
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: ljnegrett@ut.edu.co

JUAN SEBASTIÁN VALERO BEDOYA
Departamento de Matemáticas
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: jsvalerob@ut.edu.co

HECTOR ANDRES GRANADA DIAZ
Departamento de Matemáticas
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: hagranadad@ut.edu.co

NIDIA YADIRA CAICEDO
Departamento de Matemáticas
Universidad del Tolima, Ibagué, Colombia
e-mail: nycaicedob@ut.edu.co

Ibagué, Colombia

Resumen

Se presenta la construcción de las secuencias Sonar Shift y Bose, algunas propiedades de las secuencias aplicando la teoría de cuerpos finitos, se realizan comparaciones entre las secuencias y la implementación de las construcciones y algunas propiedades bajo el software MATLAB.

Palabras clave

Secuencia sonar, Arreglos costas, Función Shift, Función Bose.

Referencias

1. DRAKAKIS, K., RICKARD, S., TAYLOR, H., 2011. *Costas Arrays: Survey, Standardization, and MATLAB Toolbox.*

2. OSCAR, M., RICHARD, A., HERBERT, T., 1993. *Sonar Sequences from Costas Arrays and the Best Known Sonar Sequences with up to 100 Symbols.*

3. JOHN P. COSTAS, 1984. *A Study of a Class of Detection Waveforms Having Nearly Ideal Range-Doppler Ambiguity Properties.*

4. R. GAGLIARDI, J. ROBBINS, H.TAYLOR, 1987. *Acquisition Sequences in PPM Communications.*

5. SOLOMON W. GOLOMB, H. TAYLOR, 1982. *Two-Dimensional Synchronization Patterns for Minimum Ambiguity*

6. SOLOMON W. GOLOMB, 1982. *Algebraic Constructions for Costas Arrays*

7. R. LIDL, H. NIEDERREITER, 2003. *Finite fields*

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

ROMPECABEZAS ALGEBRAICO

DIANA MARCELA CAMARGO AMAYA
Bogotá
Filiación: I.E Ciudadela Sucre, Soacha, Colombia
e-mail: diacamargo21@gmail.com

LAURA BUSTOS GUTIÉRREZ
Ibagué
Filiación: Colegio Francisco de Paula Santander, Ibagué, Colombia
e-mail: lbustosg@correo.udistrital.edu.co

JENNY KATHERINE VASQUEZ DE ALBA
Bogotá
Filiación: I.E.M. La Arboleda, Facatativá, Colombia
e-mail: katherinevasquezdealba@gmail.com

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Actualmente, el paso de la aritmética al álgebra es fuente de conflictos y fracasos en las matemáticas escolares. Numerosos estudios tratan de encontrar la forma de salvar las lagunas que se producen en la adquisición del pensamiento algebraico diferenciado de la aritmética. Para ello, en esta experiencia de aula, se busca relacionar tres aspectos que desde la práctica docente son importantes en la enseñanza-aprendizaje del algebra: lenguaje algebraico, factorización de expresiones algebraicas y geometría (perímetros y áreas de polígonos).

Por otra parte, el juego es un potencializador de las habilidades que tienen los estudiantes, dado que, a partir de unas reglas, obstáculos y unas herramientas dadas, se crea un desafío que debe ser superado y ello conduce al mejor motor que puede tener el aprendizaje, "la motivación", en palabras de Tómas (2014) *"el niño cuando juega conoce lo que lo rodea, cuáles son sus capacidades, como las debe modificar para conseguir mejores resultados. En definitiva, el niño, jugando, aprende"* (p.27)

Para articular estos aspectos, se diseña un taller que consta de tres momentos, donde se aplica la construcción y el análisis de tres rompecabezas: Hexagonal, Pitagórico (fácil,

medio y difícil) y Factorama[1]. El primer momento es de *preparación,* en este se generan cuestionamientos que resulten interesantes o curiosos y que contribuyan a la solución de este tipo de rompecabezas. Las preguntas giran en torno al reconocimiento de las figuras geométricas, sus propiedades y atributos medibles. En el segundo momento llamado *incubación,* a través de la demostración geométrica del Teorema de Pitágoras se introduce lenguaje algebraico y un producto notable, lo que permite un mayor acercamiento al tema central de esta experiencia de aula que es la factorización. En el último momento llamado *iluminación,* es cuando se llega al último rompecabezas, donde se logra asociar segmentos con variables que se pueden operar y que tienen un resultado algebraico.

En cuanto a la metodología, esta experiencia de aula se desarrolló con estudiantes del colegio Francisco de Paula Santander de ciclo IV de la Jornada Nocturna; para el desarrollo de este taller se ejecutan las siguientes etapas:

Etapa de preparación
Se aplica una actividad de introducción en la cual se trabajan los tipos de triángulos según sus lados, esto se hace a partir del rompecabezas hexagonal el cual se conforma de 18 fichas: seis triángulos equiláteros, seis triángulos isósceles y seis escalenos, del trabajo con el rompecabezas hexagonal surge la pregunta: ¿cómo encontrar la altura de uno de los triángulos equiláteros que forman el hexágono?

Etapa de incubación
En este sentido se pasa a la actividad con los rompecabezas pitagóricos los cuales tienen tres niveles de dificultad y en los cuales se demuestra que, al unir las fichas de los cuadrados de los catetos de un triángulo rectángulo se puede armar el cuadrado de la hipotenusa, aquí los estudiantes trabajan el teorema desde la geometría y desde el álgebra, lo que permite dar respuesta a la pregunta planteada en la actividad anterior.

Etapa de iluminación
Finalmente, se presenta la actividad con el rompecabezas algebraico que permite factorizar expresiones que representan el área de rectángulos o cuadrados, de modo que los estudiantes entienden la factorización como las medidas de la base y la altura de las figuras que se encuentran en el rompecabezas y sus diferentes composiciones.

"El espíritu de concepción del juego es, como impulso social, más antiguo que la cultura misma y se extiende por todas las etapas de la vida como un fermento cultural…" (Huizinga, 1968, p.145). De esta manera, los rompecabezas son un juego y los juegos siempre han estado inmersos en la humanidad, por ende, son una herramienta perfecta que se debe tener en cuenta en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, y con mayor énfasis en un tema tan árido como lo es la transición de la aritmética al algebra.

[1] El rompecabezas Hexagonal fue extraído de Ivan Moscovich, Deviously Difficult Mind-Bending Puzzles, 2004, Nueva York: Sterling Publishing. El juego del Factorama fue diseñado por el Lic. Javier Ortiz en el año 2012 y los Rompecabezas Pitagóricos son extraídos del Grupo Alquerque 2003.

Palabras clave

Rompecabezas, Geometría, Algebra, Teorema de Pitágoras.

Referencias

Bressan, Ana (2015). Rompecabezas Geométricos. *Grupo Patagónico de la didáctica de las matemáticas.* Recuperado de http://gpdmatematica.org.ar/wp-content/uploads/2015/08/ideas_rompeca_geom_actividades.pdf

Corbalán, F. (1994). *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato*. Madrid: Síntesis.

Grupo Alquerque (2003): Rompecabezas del Teorema de Pitágoras. *Suma 43*. Recuperado de: http://www.grupoalquerque.es/articulos/43_rompecabezas_pitagoras.pdf

Huizinga, J. (1968). *Homo ludens*. Buenos Aires-Barcelona: Emecé Editores.

Kieran, C. y Filloy, E. (1989). El aprendizaje del algebra escolar desde una perspectiva psicológica. *Enseñanza de las Ciencias*, 7(3), 229-240

Ortiz, Javier (2012). Estrategias pedagógicas para el desarrollo del pensamiento. Factorización de Polinomios cuadráticos. [Mensaje en un blog]. Matemáticas Escolares Recreativas. Recuperado de https://matematicasrecreativas-javier.blogspot.com/2012/03/factorizacion-de-polinomios-cuadraticos.html

Tomás, Oriol (2014). *Juegos matemáticos para la enseñanza del algebra en el segundo ciclo de la ESO.* Recuperado de https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2427/esteve.tomas.pdf?sequence=1

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

REFLEXIONES Y PROBLEMATIZACIÓN SOBRE LA DEMANDA DE UN APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA BASADA EN EL MODELO VAN HIELE DESDE UNA PERSPECTIVA ANTROPOÉTICA

LUDY MARISOL URBINA CONTRERAS

Filiación: Docente de Matemáticas, Institución Educativa San Francisco de Asís Pamplona Norte de Santander (Colombia)
e-mail: institutosanfrancisco@hotmail.com

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

El presente artículo tiene como propósito fundamental, hacer un análisis crítico y reflexivo sobre el aprendizaje de la geometría, la enseñanza que lo propugna y su desvinculación teórica – práctica, con las nuevas propuestas de educación del futuro, que desde un enfoque innovador deben fundamentarse en la esencia de una formación antropoética, y por ser geometría, desde los aportes del modelo Van Hiele, que le van a permitir al estudiante tener un desarrollo racional, que asociado a las complejidades indisolubles del ser humano, le permiten acceder a mejores condiciones de vida. Desde esta perspectiva, el artículo asume una tipología de texto tipo ensayo argumentativo, de reflexión crítica y con bases teóricas, que ponga en discusión la temática seleccionada para el interés de la educación y, la necesidad de innovar en los procesos didácticos hacia una formación trascendental del estudiantado, que puede ser posible (a modo de colofón), utilizando como medio una educación humanizadora, democrática y holística, oportuna para crear aprendizajes de geometría partiendo del modelo Van Hiele, desde una perspectiva antropoética.

Uno de los ámbitos de los conocimientos y de la vida misma, que exigen de tales competencias, está fundamentado en la matemática, como disciplina pedagógica y de las ciencias puras, que permite explicar y caracterizar el medio, para conocerlo y predecirlo que permitan generar una interrelación efectiva, asociados al alcance de objetivos superiores asociados a la complejidad del ser humano (Morín, 1999); al respecto se puede mencionar, que la matemática se entiende como la actividad intelectual importante y compleja, procesada por las facultades cognitivas del hombre, para dar sentido estructurado, racional y lógico al mundo en el que vive, y que pueden servir de base, para que el hombre comprenda a su entorno, su alteridad y tome decisiones asertivas en función de ello, en los ámbitos de la vida misma y real (Ministerio de Educación Nacional, 2006).

Estas características disciplinares y epistémicas de la matemática, ha llamado la atención de muchas ramas que pudieran estar inter conexas estrechamente; el campo de la educación, es un ejemplo especial de ello, al apropiarse de las habilidades que se ponen a prueba en la matemática, como exigencias y objetivos pedagógicos en los estudiantes, a partir del desarrollo de capacidades racionales, que den cuenta no sólo del conocimiento, es decir del saber, sino también del hacer, del ser, o de la antropoética, por pretender rescatar la humanización de cada persona, dando responsabilidad a cada hombre, no sólo con él mismo, sino con sus semejantes también como humanos, insertos en una sociedad presta a la comprensión y dialogicidad que requiere de las racionales que se pretenden potenciar desde la enseñanza de la matemática y, coherente al fortalecimiento de un tipo particular de habilidades antropoéticas, distinguida por Morín (1999).

Por ende, en el presente escrito se piensa en argumentación del modelo didáctico Van Hiele y, sustentado en una perspectiva antropoética, que lleve al estudiante a un aprendizaje mediante estrategias metodológicas idóneas, para promover habilidades cognitivas, procedimentales y actitudinales, coherente a las metas curriculares y particulares que se abarcan desde la geometría, y todo lo que ello implica en la participación del estudiante para la vida, la sociedad y su condición humana, desde la perspectiva antropoética desde los aportes de Morín (1999) y las condiciones de racionalidad humana que se proponen en el Modelo Van Hiele.

Palabras clave

Aprendizaje de la geometría, Modelo Van Hiele, Perspectiva Antropoética.

Referencias

Barrantes, M. y Blanco, L. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar. Enseñanza de las Ciencias, 22(2), 241-250

Freire, P. (2005) La pedagogía del oprimido. México: Siglo XXI Editores.

Gamboa y Ballesteros (2004). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. Revista electrónica Educare. Vol.XIV, No. 2 Heredia, Costa Rica.

García, M. (1997). El conocimiento profesional del profesor de matemáticas. El concepto de función como objeto de enseñanza-aprendizaje. Sevilla: GIEM-KRONOS.

Jaime, A. Gutiérrez, A. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de Van Hiele. En S. Llinares y M.V. Sánchez (Eds.), Teoría y Práctica en Educación Matemática (pp. 295-384). Sevilla: Alfar.

Larousse. (2006). Diccionario esencial matemáticas. Larousse Editorial, S.L. Ediciones Larousse S.A. de C.V. Londres núm. 247, México 06600, D.F.

Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006) Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y ciudadanas. MEN: Imprenta Nacional de Colombia.

Morín, E. (1999). Los siete saberes necesarios para la educación del futuro. UNESCO. Francia.

Nieves, M. Torres, Z. (2013) Incidencia del desarrollo del pensamiento lógico matemático en la capacidad de resolver problemas matemáticos; en los niños y niñas del sexto año de educación básica en la escuela mixta “Federico Malo” de la ciudad de Cuenca durante el año lectivo 2012 – 2013. Universidad politécnica salesiana Ecuador.

Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE, 2007) El programa PISA de la OCDE. Qué es y para qué sirve. [Documento en Línea] Disponible: https://www.oecd.org/pisa/39730818.pdf [Consulta: Diciembre, 2018]

Paredes, Z., Iglesias, M. y Ortiz, J. (2007). Sistemas de cálculo simbólico y resolución de problemas en la formación inicial de docentes. Revista Enseñanza de la Matemática, 12 al 16 (número extraordinario), 89-107

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

CONSECUENCIAS DEL EFECTO ALLEE EN UN MODELO DE DEPREDACIÓN DEL TIPO LESLIE-GOWER

PAULO CESAR TINTINAGO RUIZ

Licenciatura en Matemáticas

Universidad del Quindío, Armenia, Quindío, Colombia.

e-mail: pctintinago@uniquindio.edu.co

ALBA LORENA SILVA SILVA

Facultad de Ciencias

Universidad del Cauca, Colombia.

e-mail: asilva@unicauca.edu.co

EDWIN BERNAL CASTILLO

Facultad Ciencias de la Educación

Universidad del Tolima, Ibagué, Tolima, Colombia.

e-mail: ebernalc@ut.edu.co

Ibagué, Colombia

8 al 10 de Mayo de 2019

Resumen

En esta ponencia, mostramos los resultados principales del estudio de la dinámica de un modelo de depredación del tipo Leslie- Gower que considera el fenómeno biológico efecto Allee y una respuesta funcional sigmoidea generalizada.

Determinamos las condiciones para la existencia de los puntos de equilibrio, su naturaleza y mostramos la existencia de una curva separatriz generada por la variedad estable del punto de equilibrio no hiperbólico (0,0), que divide el comportamiento de las trayectorias en el plano de fase.

Mostramos la existencia de ciclos límites usando el método de las cantidades de Lyapunov. Realizamos algunas simulaciones usando Matlab que validan los resultados matemáticos.

Palabras clave

Modelo de depredación, efecto Allee.

Referencias

[1] Bazykin AD. *Nonlinear Dynamics of Interacting Populations*. World Scientific: Singapore, 1998.

Chicone C. *Ordinary differential equations with applications*, Texts in Applied Mathematics, Vol. 34. Springer, 2006.

E. Gonzalez-Olivares, P. Tintinago- Ruiz and A. Rojas-Palma, A Leslie-Gower type predator-prey model with sigmoid functional response. International Journal of Computer Mathematics, 2015.

Lamontagne, Y. Coutu, C., Rousseau, C.: Bifurcation analysis of a predator-prey system with generalized Holling type III functional response. J. Dyn. Difference Equat. 20, 535-571 (2008).

Singer, James (1938). A Theorem in finite projective geometry and some applications to number Theory, Transactions of the American Mathematical Society, 43, 377-385 pp.

POSTERS ESTADÍSTICA

VIII ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Ajuste de un modelo de simulación con periodicidad para la incidencia de dengue en la ciudad de Armenia, Quindío - Colombia

Juan Camilo Osorio Aguirre
Grupo de Modelación Matemática en Epidemiología (GMME)
Universidad del Quindío, Armenia, Quindío - Colombia
e-mail: jcosorioa@uqvirtual.edu.co

Anibal Muñoz Loaiza
Grupo de Modelación Matemática en Epidemiología (GMME)
Universidad del Quindío, Armenia, Quindío - Colombia
e-mail: anibalml@hotmail.com

Carlos Alberto Abello Muñoz
Grupo de Modelación Matemática en Epidemiología (GMME)
Universidad del Quindío, Armenia, Quindío - Colombia
e-mail: caabello@uniquindio.edu.co

Ibagué, Colombia
8, 9 y 10 del Mayo de 2019

Resumen

El dengue es una enfermedad viral transmitida por la picadura de mosquitos hembras infectadas principalmente de la especie*Aedes aegpyti* y de *Aedes albopictus* . Se reconocen manifestaciones de la enfermedad que va desde procesos asintomáticos hasta cuadros severos; la OMS clasifica el dengue según la complejidad del caso en dengue sin signos de alarma, dengue con signos de alarma y dengue grave. La enfermedad es incapacitante, caracterizada por fiebre alta, dolores musculares, articulares y erupción cutánea. Las formas graves de dengue se define por uno o

mas de los siguientes síntomas: acumulación de líquidos, dificultad respiratoria, o ambas; sangrado compromiso grave de órganos [3,4]. El dengue es un problema que viene en aumento para la salud publica en las areas tropicales del mundo, es en la actualidad la enfermedad viral transmitida por mosquitos mas importante que afecta a los seres humanos , el cual pertenece a la familia Flaviviridae (familia de virus que se propagan principalmente por vectores artrópodos). La propagación de la enfermedad del dengue depende en el contacto entre el humano y el mosquito. Esta enfermedad se ha convertido en un importante problema de salud publica. Según la OMS (Organización Mundial de la Salud), el 40 % de la población mundial esta en riesgo de dengue [1,2,5]. La gravedad de la enfermedad y la magnitud de las epidemias dependen de las características del vector, del virus y de la persona infectada. Incluyen también el medio ambiente, el clima y el nivel sanitario, principalmente en las zonas urbanas, así como algunos factores sociales y económicos. El debilitamiento de los sistemas de salud publica debido a la privatización desmedida y la falta de programas sostenibles para el control del vector han llevado a que el dengue se convierta en una enfermedad endémica [3]. Se formula y realiza el análisis de un modelo de simulación, basado en ecuaciones diferenciales parciales para estudiar la incidencia del dengue en municipios de mayor incidencia de dengue en Armenia-Quindío (Colombia). La estacionalidad se modela usando funciones periódicas para la probabilidad de transmisión y crecimiento de la población de mosquitos portadores. La metodología usada permite de alguna manera validar el comportamiento de los casos dengue con los datos teóricos dados por cada modelo y determinar así el mejor ajuste.

Palabras claves

modelo, dengue, simulación, estacionalidad, Funciones periódicas, *Aedes aegpyti*.

Referencias

[1] Nagua Torres G. C. (2014). Dengue en personas de 20-30 a nos de edad que acuden al Subcentro de Salud Venezuela del cantón Machala del mes de enero a julio del a no 2012 (Bachelor's thesis, Machala: Universidad Tecnica de Machala).

[2] Organización Mundial de la Salud. (2018). mosquito. Recuperado de http://www.who.int/denguecontrol/mosquito/es.

[3] Garcia S. (2011). Identificación y análisis de las variantes genéticas del virus del dengue y su asociación en la dinámica de su transmisión.

[4] Restrepo B.(2014).Chikungunya virus infection. CES Med. vol.28 no.2 Medellin July/Dec. 2014.

[5] Juan F. R. C. (2004). Aspectos entomologías del dengue. Infection, (2004): 8-3, 231-235.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Obesidad y envejecimiento: Una aplicación de modelos lineales generalizados y sistemas dinámicos discretos.

LUIS EDUARDO BERMUDEZ NARVAEZ
Estudiante de matemática aplicada
Departamento Ciencias Exactas
Universidad Surcolombiana, Neiva, Colombia
e-mail: lucho1225@gmail.com

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Durante los últimos 200 años la expectativa de vida humana aumentó. El mayor incremento lo muestran las mujeres, que de 45 años en 1840 pasaron a 85 años en el 2015(1). Como el envejecimiento, la obesidad es otra condición que trae serios problemas de salud.

La obesidad afecta a más del 30% de los estadounidenses, se propaga de forma epidémica por todo el mundo y ha triplicado su frecuencia en los últimos 30 años (2). Padecer de obesidad implica un mayor riesgo de diabetes, ataque cardíaco y cáncer en al menos 13 sitios anatómicos, atribuyendo a este factor el 11.9% de los casos de cáncer en hombres y el 13.1% de los casos de cáncer en mujeres (3).

La relación del peso en kilogramos entre el cuadrado de la talla en metros, se conoce como índice de masa corporal (IMC) y diagnostica obesidad si es un número igual o mayor a 30 (4). El IMC se incrementó en sociedades de altos ingresos debido a cambios socioeconómicos bien establecidos y modificó su distribución de frecuencias con una ampliación a la derecha, fenómeno que aún falta por entender (5).

Los modelos lineales generalizados (MLG) se utilizan para predecir el comportamiento de una variable aleatoria a partir de variables conocidas, asignando diferentes tipos de distribución a la variable y al error del modelo, por ejemplo, para variables continúas con datos asimétricos podemos usar la distribución gamma y la inversa gaussiana (6).

Con el objetivo de encontrar un modelo de regresión del IMC dependiente de la edad y simular su comportamiento en cualquier persona, se recolectaron datos del peso, la talla, la edad, el perímetro abdominal y los hábitos alimentarios de 15 individuos de una familia.

Usando el software R se ajustó un modelo de regresión para el IMC dependiente de la edad con distribución gaussiana, otro con distribución gamma y otro con distribución inversa gaussiana. Se seleccionó el mejor modelo teniendo en cuenta el análisis de residuos, coeficientes de regresión y criterio de información de Akaike (6). Usando el software Stella se calculó el comportamiento del IMC usando los coeficientes de regresión en un sistema dinámico discreto (7).

Los resultados muestran un modelo de regresión lineal útil para predecir el IMC a partir de la edad y el mejor ajuste se logra con una distribución inversa gaussiana. También, la simulación del modelo predice la dinámica del IMC y cuando sufrirá de obesidad.

En conclusión la obesidad se encuentra asociada al envejecimiento y ambos representan condiciones que favorecen la enfermedad y la muerte. Además, los modelos lineales generalizados permiten encontrar un mejor ajuste al comparar datos con diferentes distribuciones.

Palabras clave

Obesidad, Modelos lineales generalizados, Sistemas dinámicos discretos, Software matemático.

Referencias

[1] Van den Berg N, Beekman M, Smith KR, Janssens A, Slagboom PE. Historical demography and longevity genetics: Back to the future. Ageing Res Rev. 2017 Sep; 38:28-39.

[2] Obesity and overweight by WHO Epub en https://www.who.int/en/news-room/fact-sheets/detail/obesity-and-overweight

[3] Avgerinos KI, Spyrou N, Mantzoros CS, Dalamaga M. Obesity and cancer risk: Emerging biological mechanisms and perspectives. Metabolism. 2019 Mar; 92:121-135.

[4] Purnell JQ. Definitions, Classification, and Epidemiology of Obesity. [Updated 2018 Apr 12]. In: Feingold KR, Anawalt B, Boyce A, et al., editors. Endotext [Internet]. South Dartmouth (MA): MDText.com, Inc.; 2000-. disponieble en: https://www.ncbi.nlm.nih.gov/books/NBK279167/.

[5] Lang JC, De Sterck H, Abrams DM. The statistical mechanics of human weight change. PLoS One. 2017 Dec 18;12(12)

[6] Gilberto A. Paula. Modelos de regressão com apoio computacional. Instituto de Matemática e Estatística. Universidade de São Paulo. 2013

[7] Michael L. Deaton, James J. Winebrake. Dynamic Modeling of Environmental Systems. Springer. 2012.

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Datos Faltantes en el Análisis Factorial Múltiple: Aplicación en datos sensoriales de café

CRISTIAN EDUARDO GARCIA BERMUDEZ
Escuela de Estadística
Filiación: Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: cristian.garcia.bermudez@correounivalle.edu.co

ANDRÉS FELIPE OCHOA MUÑOZ
Escuela de Estadística
Filiación: Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: andres.ochoa@correounivalle.edu.co

JEFFERSON AMADO PEÑA TORRES
Escuela de Ingeniería de sistemas y computación
Filiación: Universidad del Valle, Cali, Colombia
e-mail: jefferson.amado.pena@correounivalle.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y10 de 2019

Resumen

El Análisis Factorial Múltiple (AFM) es un método para analizar múltiples tablas (cuantitativas, cualitativas y mixtas) el cual fue propuesto por Escofier y Pages [1]. El AFM en presencia de datos faltantes (NA) es un problema que ha sido abordado desde diferentes perspectivas, una de ellas el enfoque de imputación utilizando el método AFM iterativo [2]. En este trabajo se observa el comportamiento del método bajo diferentes escenarios, donde se parte de un conjunto de datos proveniente del *Instituto de Calidad del Café* [1] de enero de 2018 y luego se generan diferentes porcentajes de datos faltantes (5%, 10%, 20%, 30%) con el fin de comparar el desempeño del AFM iterativo.

Palabras clave

AFM, datos faltantes, Imputación, AFM iterativo.

Referencias

[1] Escofier, B., &Pagès, J. (2008). *Analyses factorielles simples et multiples. Objectifs méthodes et interprétation* (pp. 328-p). Dunod.

[2] Husson, F., &Josse, J. (2013). Handling missing values in multiple factor analysis. *Food quality and preference*, *30*(2), 77-85.

[1] https://database.coffeeinstitute.org/

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

APLICACIONES MÓVILES EN EL APRENDIZAJE-ENSEÑANZA DE LA PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Anghiela Johanna Saavedra Rodríguez
Departamento de Matemáticas
Filiación: Universidad Militar Nueva Granada; Bogotá, Colombia
e-mail: anghiela.saavedra@unimilitar.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

El desarrollo tecnológico ha permitido el uso masivo de los Smartphones al igual que la implementación de aplicaciones permitiendo el m-learning o aprendizaje móvil. De esta forma, no se puede ser ajeno al desarrollo tecnológico en orden a mejorar la enseñanza-aprendizaje en distintas áreas y particularmente en la probabilidad y estadística.
El portal Milenio[4] afirma que la educación es el segundo sector con mayor número de aplicaciones después del mercado lúdico disponiendo de una gran variedad de herramientas en la enseñanza que permiten el acceso al conocimiento sin límites de tiempo ni de espacio e incluso algunas de ellas en inglés lo que fomenta el aprendizaje de una segunda lengua.
Tal como se menciona en "El uso de las aplicaciones móviles en el sector educativo"[2,] éstas aplicaciones permiten la comunicación en tiempo real y el acceso a conocimientos estadísticos, no sólo mediante el uso de e-books y libros multimedia sino a través de herramientas multimedia interactivas que involucran las ventajas de la utilización de recursos audio visuales.

Otras ventajas en el uso de las aplicaciones educativas, según Aula 1[1], son:

- Integrar el uso de juegos y de recompensas para el logro de los objetivos de aprendizaje (Gamificacion)
- Generar un aprendizaje activo al acceder a contenidos gráficos como videos, y a la vez hacen la presentación de los contenidos más atractiva para los estudiantes fomentando su interés y permitiendo un aprendizaje vivencial lo que garantiza un conocimiento a largo plazo.
- Permitir el autoaprendizaje al ritmo del estudiante generando la disciplina necesaria para el cumplimiento de las metas de conocimiento.

Según González Castelán[3], el uso de material multimedia permite una retroalimentación de la práctica de conocimientos y la corrección de la aplicación de los mismos, además de hacer más dinámicas y contextualizadas las clases motivando a los estudiantes y aumentando la eficacia del proceso pedagógico

Por lo anteriormente expuesto, esta ponencia pretende mostrar las fortalezas y debilidades de diferentes aplicaciones móviles y su posible implementación como apoyo en el proceso enseñanza-aprendizaje de la estadística.

Palabras clave

M learning, probabilidad, enseñanza, multimedia,

Referencias

[1] Aula 1. Apps educativas ¿Cuáles son sus ventajas?
Disponible en internet: https://www.aula1.com/apps-educativas/#respond

[2] Bea, "El uso de las apps en educación"
Disponible en internet: http://blog.infoempleo.com/a/el-uso-de-las-apps-en-educacion/

[3] González Castelán, Jazmín "Multimedia en la educación, una necesidad"
Disponible en internet: https://www.uaeh.edu.mx/scige/boletin/prepa4/n1/e6.html

[4] Varios autores ."El uso de las aplicaciones móviles en el sector educativo"
Disponible en internet: https://www.milenio.com/opinion/varios-autores/ciencia-tecnologia/el-uso-de-las-aplicaciones-moviles-en-el-sector-educativo

IX ENCUENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS Y ESTADÍSTICA

Comparación de curvas de concentración de material particulado PM_{10} y $PM_{2.5}$ a partir de una prueba $t-$ funcional, póster

Johann Alexis Ospina. Estadístico, MSc
Departamento de Ciencias Básicas y Ambientales
Universidad Autónoma de Occidente, Cali, Colombia
e-mail: jaospina@uao.edu.co

José Joaquín Vivas Moreno. Físico, Phd
Departamento de Ciencias Básicas y Ambientales
Universidad Autónoma de Occidente, Cali, Colombia
e-mail: jjvivas@uao.edu.co

Marco Antonio Triana. Estadístico, MSc
Departamento de Ciencias Básicas y Ambientales
Universidad Autónoma de Occidente, Cali, Colombia
e-mail: matriana@uao.edu.co

Ibagué, Colombia
Mayo 8, 9 y 10 de 2019

Resumen

Analizar los datos como funciones suaves ha permitido el desarrollo de nuevas técnicas como alternativas a los métodos estadísticos clásicos, una de estas es el Análisis de Datos Funcionales (ADF). El término ADF fue denominado por Ramsay & Dalzell (1991). La filosofía básica del ADF es acercarse a las funciones de datos observadas no como una línea de observaciones individuales consecutivas, sino como entradas únicas. En otras palabras, una curva o función se utiliza como unidad de base para el análisis estadístico.

Hay muchos estudios en la literatura sobre análisis de datos funcionales. La mayoría de estos estudios se basan en la expansión funcional de métodos estadísticos y análisis multivariado, como el análisis de componentes principales (Besse & Ramsay, 1986, Barra, 2004, Benko, 2004, Lober & Villa, 2004, Ingrassia & Costanzo, 2005, Hall & Nasab, 2006, Keser, 2010), análisis de correlación canónica (Leurgans et al., 1993), análisis de conglomerados (Cerioli et al., 2005), análisis de regresión (Ospina et al,, 2018, Ratcliffe et al., 2002, Chiou & Müller, 2007). Además de eso, estudios sobre pruebas de hipótesis tales como pruebas t funcional y análisis de varianza funcional (Cuevas et al., 2004, Shen & Faraway, 2004, Hall & Keilegom, 2007), que se utilizan para probar la igualdad de dos o más medias funcionales, han comenzado a aumentar en los últimos años. Todos estos métodos se han aplicado en una amplia gama de áreas, incluido el análisis de datos medioambientales, datos meteorológicos, datos financieros entre otros.

El análisis de datos funcionales ofrece la oportunidad de comparar estadísticamente grupos de curvas, además de evaluar la variabilidad y las relaciones en las estructuras de datos. La prueba t funcional es la versión en un espacio funcional de la prueba t clásica. Dado que es una metodología estadística reciente, todavía el desarrollo de este tipo de pruebas con datos funcionales es un campo abierto de investigación, por lo cual es de suma importancia entender los preceptos teóricos y sus aplicaciones en las ciencias medioambientales.

El objetivo de este trabajo de investigación es mostrar la utilidad del ADF en datos reales cuando los métodos estadísticos clásicos son insuficientes. Para esto, se utilizaran datos de concentraciones de material particulado PM_{10} y $PM_{2.5}$ medidos a partir de sensores ópticos Shinyei adquiridos por el Departamento de Ciencias Básicas y Ambientales de la Universidad Autónoma de Occidente y compararlos con las mediciones de los equipos del Departamento Administrativo de Gestión del Medio Ambiente (DAGMA) ubicados en las estaciones de Universidad del Valle y la Ermita con el objetivo de evaluar diferencias entre las mediciones utilizando una prueba t funcional.

Palabras claves

Anàlisis de Datos Funcionales, prueba t funcional, material particulado PM_{10} y $PM_{2.5}$,

Referencias

[1] Barra, V. (2004). *Analysis of gene expression data using functional principal components.* Computer methods and programs in biomedicine, 75(1), 1-9 pp.

[2] Benko, M. (2004). *Functional principal components analysis, implementation and applications.* Master's thesis, Humboldt University Center of Applied Statistics and Economics, Berlin.

[3] Besse, P. and Ramsay, J. O. (1986). *Principal components analysis of sampled functions*. Psychometrica, 51(2), 285-311 pp.

[4] Cerioli, A., Laurino, F., & Corbellini, A. (2005). *Functional cluster analysis of financial time series*. In New Developments in Classification and Data Analysis. Springer.Verlag, Berlin, 333-341 pp.

[5] Chiou, J. M. & Muller, H. G. (2007). *Diagnostics for functional regression via residual processes*. Computational Statistics and Data Analysis, 51(10), 4849-4863 pp.

[6] Cuevas, A., Febrero, M., & Fraiman, R. (2004). *An anova test for functional data*. Computational Statistics and Data Analysis, 47:111-122 pp.

[7] Hall, P. and Nasab, H. M. (2006). *On properties of functional principal components analysis*. Journal of the Royal Statistical Society: Series B, 68(1), 109-126 pp.

[8] Hall, P. and Keilegom, I. V. (2007). *Two-sample tests in functional data analysis starting from discrete data*. Statistica Sinica, 17:1511-1531 pp.

[9] Ingrassia, S. & Constanzo, G. D. (2005). *Functional principal component analysis of financial time series*. In New Development in Classification and Data Analysis, 351-358 pp.

[10] Keser, I. K. (2014). *Comparing two mean humidity curves using functiona t-tests: Turkey Case*. Electronic Journal of Applied Statistical Analysis, 7(2), 254-278 pp.

[11] Leurgans, S. E., Moyeed, R. A., and Silverman, B. W. (1993). *Canonical correlation analysis when data are curves*. Journal of the Royal Statistical Society Series B, 55(3), 725-740 pp.

[12] Lober, E. M. and Villa, C. (2004). *Functional principal component analysis of the yield curve*. In 21th International Conference AFFI. Association Francaise de Finance.

[13] Ospína-Galindez, J., Giraldo, R., & Andrade-Bejarano, M. (2018). *Functional regression concurrent model with spatially correlated errors: application to rainfall ground validation*. Journal of Applied Statistics, 1-14.

[14] Ramsay, J. O. & Dalzell, C. J. (1991). *Some tools for functional data analysis*. Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological), 53(3), 539-572 pp.

[15] Ratcliffe , S. J., Leader, L. R., and Heller, G. Z. (2002). *Functional data analysis with application to periodically stimulated foetal heart rate data i*: Functional regression. Statistics In Medicine, 21(8), 1103-1114 pp.

[16] Shen, Q. & Faraway, J. J. (2004). *An f test for linear models with functional responses*. Statistica Sinica, 14:1239-1257 pp.